

УДК 534.1

ЗАДАЧИ УСТОЙЧИВОСТИ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ ПО УПРУГИМ НАПРАВЛЯЮЩИМ

© 2013 г. **С.В. Бутова¹, С.И. Герасимов^{1,2}, В.И. Ерофеев^{3,4}, В.Г. Камчатный²**

¹Саровский физико-технический институт Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ»

²Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, Саров

³Институт проблем машиностроения РАН, Нижний Новгород

⁴Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

erf04@sinn.ru

Поступила в редакцию 03.12.2012

Рассматривается задача о высокоскоростном движении двухмассового осциллятора вдоль упругой направляющей, расположенной на вязкоупругом основании. Найдена область параметров, при которых горизонтальные колебания осциллятора будут неустойчивыми.

Ключевые слова: осциллятор, упругая направляющая, высокоскоростное движение, неустойчивость.

При постановке экспериментов на ракетных треках по отработке новых перспективных видов изделий требуются всё более высокие скорости разгона полезной нагрузки. Для разгона полезной нагрузки на ракетном треке используются ракетные поезда, состоящие из нескольких ступеней. В некоторых случаях движение высокоскоростных ступеней ракетных поездов сопряжено с развитием колебаний в их поперечном движении, приводящих к износу рабочих поверхностей и разрушению опорных башмаков ступени, повреждению рельсовых направляющих ракетного трека [1]. Аналогичные проблемы имеют место и при проведении испытаний на ракетных треках США [2].

При проведении испытаний на ракетном треке ВНИИЭФ со скоростями разгона более 1300 м/с исследователи столкнулись с явлениями, приводящими к серьёзным разрушениям объектов испытаний и рельсовых направляющих (РН). После некоторых аварийных экспериментов на РН были обнаружены остаточные волнообразные деформации в горизонтальной плоскости с амплитудой до 2,5 мм. Это значит, что в рельсовой направляющей под действием боковых нагрузок могут возникать изгибно-крутильные вибрации, переносящие энергию в виде волн деформации.

Основываясь на уравнениях динамики (1) [3]

$$\begin{cases} EI_y z_n^{IV} + \rho F \ddot{z}_n + y_s \rho F \ddot{\phi}_n + H_z z_n = 0, \\ EI_\phi \phi_n^{IV} + GI_k \phi_n'' + \bar{I}_p \ddot{\phi}_n + y_s \rho F \ddot{z}_n + H_\phi \phi_n = 0, \end{cases} \quad (1)$$

можно получить дисперсионное уравнение, связывающее частоты изгибно-крутильных волн с их волновыми числами

$$\omega_z^4 - A(K)\omega_z^2 + Q(K) = 0,$$

где

$$\begin{aligned} A(K) &= \frac{(EI_y I_p + EI_\phi \rho F) K_z^4}{\rho F (I_p - \rho F y_s^2)} + \\ &+ \frac{GI_k \rho F K_z^2 + \rho F H_\phi + I_p H}{\rho F (I_p - \rho F y_s^2)}, \\ Q(K) &= \frac{EI_\phi EI_y K_z^8 + EI_y GI_k K_z^6}{\rho F (I_p - \rho F y_s^2)} + \\ &+ \frac{(EI_y H_\phi + EI_\phi H_z) K_z^4}{\rho F (I_p - \rho F y_s^2)} + \\ &+ \frac{GI_k H_z K_z^2 + H_\phi H_z}{\rho F (I_p - \rho F y_s^2)}, \end{aligned}$$

удовлетворяющее условию равенства фаз возбуждаемых волн в направляющей в системе координат, связанной с движущимся со скоростью V_x объектом.

Это условие имеет вид

$$\omega_z - K_z V_x = \Omega_z \quad (2)$$

и известно как кинематический инвариант [4, 5].

Здесь E и G – модули упругости и сдвига материала направляющей; ρ , F – плотность материала и площадь поперечного сечения направляющей; I_y – момент инерции поперечного сечения направляющей вокруг оси y ; I_ϕ – секториальный момент инерции поперечного сечения направляющей; I_k – крутильный момент инерции поперечного сечения направляющей; I_p – полярный момент инерции поперечного сечения направляющей; H_z, ν_z – погонные жесткость и вязкость основания в направлении оси z ; H_ϕ, ν_ϕ – погонные жесткость и вязкость основания в направлении угла ϕ ; y_s – расстояние между центром тяжести и центром изгиба сечения направляющей; y_b – расстояние между центром тяжести сечения направляющей и точкой приложения силы в направлении оси z .

Дисперсия изгибно-крутильных волн исследовалась в работах [6, 7], влияние нелинейности на распространение таких волн изучалось в [8, 9].

Решение дисперсионного уравнения с учетом соотношения (2) может быть представлено на плоскости «круговая частота – волновое число». Параболы представляют собой графический портрет направляющей, а наклонная прямая – движущийся по ней объект (рис. 1).

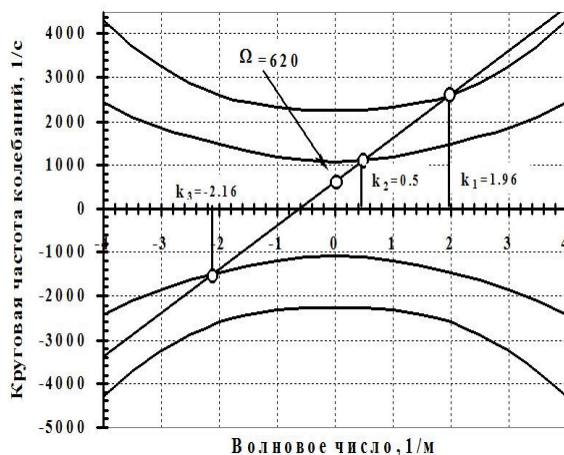


Рис. 1. Дисперсионная плоскость

Для сравнения параметров колебаний РН, имевших место в эксперименте (и зафиксированных в виде остаточных деформаций), с рас-

четными параметрами необходимо знать частоту воздействия на РН в эксперименте. Определить частоту воздействия можно следующим образом.

На дисперсионной плоскости в координатах «круговая частота – волновое число», где РН представлена четырьмя симметричными относительно координатных осей кривыми, проведена прямая, представляющая кинематический инвариант, по скоростному параметру соответствующий движущейся ступени ракетного поезда (РП), а по волновой картине согласующийся с полученными экспериментальными данными. Опорными величинами при проведении прямой кинематического инварианта будем считать $K_1 = 1.96$ 1/м (волновое число, соответствующее расстоянию между опорными башмаками движущегося объекта) и угол наклона прямой, соответствующий скорости $V_x = 1000$ м/с (скорость объекта в момент аварии) (рис. 2). Пересечение прямой кинематического инварианта с осью ординат дает значение частоты воздействия на РН, имевшей место в эксперименте, $\Omega = 620$ 1/с (см. рис. 1).

На рис. 2 приведена зависимость отклонений головки РН от продольной координаты в связанной со ступенью системе координат (начало координат совмещено с точкой контакта переднего башмака с РН).

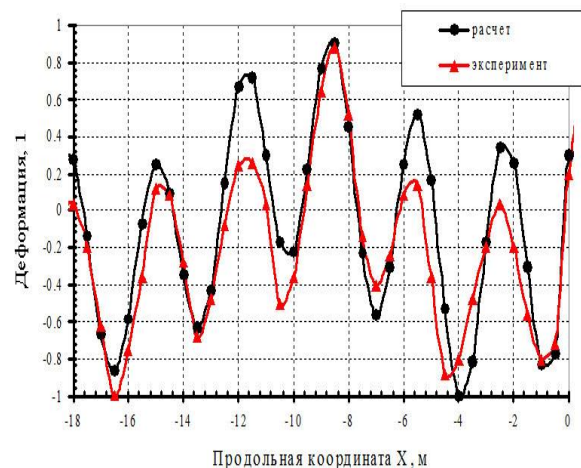


Рис. 2. Сопоставление расчётных и экспериментальных данных по деформации рельсовой направляющей

На расчетную зависимость налагается зависимость измеренных остаточных деформаций от продольной координаты (см. рис. 2). Наложение выполнено таким образом, чтобы совпала основная часть кривой. Обе зависимости пронормированы относительно их максимальных значений. Расчетная и экспериментальная зависимости удовлетворительно согласуются по

амплитуде, длине волны и фазе. Это является подтверждением развития в рельсовой направляющей изгибно-крутильных колебаний и правильности принятой математической модели.

Возникновение упомянутых колебаний обусловлено возмущениями, вызываемыми объектом, движущимся по упругой направляющей. Динамическое воздействие движущегося объекта на направляющую вызывает в ней колебания в виде бегущих волн. задачи о взаимодействии движущегося объекта с упругой направляющей (3) содержит уравнения в частных производных, описывающие изгибно-крутильные колебания направляющей и уравнение колебаний движущегося объекта. Эти уравнения динамически связаны в движущейся точке контакта.

Для описания динамических условий в контакте в правую часть уравнений упругой направляющей вводится обобщённая дельта-функция Дирака, описывающая положение движущегося объекта и вследствие этого зависящая как от времени, так и от пространственной переменной.

В работах [11, 12] предложена методика исследования подобных уравнений, состоящая во введении движущейся системы отсчёта (в которой дельта-функция перестаёт зависеть от времени), применении интегральных преобразований Фурье по пространственным переменным и Лапласа по времени, позволяющих перейти от системы дифференциальных уравнений в частных производных к системе алгебраических уравнений и в итоге получить характеристическое уравнение для колебаний объекта, движущегося по упругой направляющей.

Характеристическое уравнение рассматриваемой колебательной системы, полученное с помощью предложенной методики, имеет вид:

$$\begin{aligned} & (-m \cdot \Omega^2 + h_z + i \cdot \varepsilon_z \cdot \Omega + \chi_z(\Omega, V)) \times \\ & \times (-M \cdot \Omega^2 + h_z + i \cdot \varepsilon_z \cdot \Omega) - (h_z + i \cdot \varepsilon_z \cdot \Omega)^2 = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\chi_z(\Omega, V) = D_0 \cdot \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{D_z(k, \Omega)} \right]^{-1}$ является

горизонтальной динамической жесткостью направляющей в движущемся контакте; Ω – частота возмущения; V – скорость движения осциллятора;

$$\begin{aligned} D_z &= \frac{A_z \cdot B_z - C_z^2}{A_z - y_b \cdot C_z}, \\ D_0 &= (H_\psi - \rho \cdot I_p \cdot \Omega^2 + v_\psi \cdot \Omega \cdot i + \\ & + y_b \cdot \rho \cdot F \cdot y_s \cdot \Omega^2) / (H_\psi - \rho \cdot I_p \cdot \Omega^2 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + v_\psi \cdot \Omega \cdot i + y_b^2 \cdot (H_z - \rho \cdot F \cdot \Omega^2 + v_z \cdot \Omega \cdot i) + \\ & + 2 \cdot \rho \cdot F \cdot y_b \cdot y_s \Omega^2), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_z &= -\rho \cdot I_p \cdot (\Omega^2 - 2 \cdot V \cdot \Omega \cdot k + V^2 \cdot k^2) + \\ E \cdot I_\psi \cdot k^4 &+ G \cdot I_k \cdot k^2 + H_\psi + v_\psi \cdot (\Omega - V \cdot k) \cdot i, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_z &= -\rho \cdot F \cdot (\Omega^2 - 2 \cdot V \cdot \Omega \cdot k + V^2 \cdot k^2) + \\ E \cdot I_y \cdot k^4 &+ H_z + v_z \cdot (\Omega - V \cdot k) \cdot i, \end{aligned}$$

$$C_z = -\rho \cdot F \cdot y_s \cdot (\Omega^2 - 2 \cdot V \cdot \Omega \cdot k + V^2 \cdot k^2).$$

Подынтегральная функция в выражении горизонтальной жесткости направляющей представляют собой дробь, в знаменателе которой стоит полином восьмой степени. Согласно теории вычетов, результат вычисления такого интеграла может быть записан в виде [13]:

$$\begin{aligned} \chi_z(\Omega, V) &= D_0 \cdot \times \\ & \times \left(i \sum_{n=1}^8 \frac{A_z(\Omega, k_n) - y_b \cdot C_z(\Omega, k_n)}{\partial / \partial k (A_z(\Omega, k) \cdot B_z(\Omega, k) - C_z^2(\Omega, k))|_{k=k_n}} \right)^{-1}, \end{aligned} \quad (6)$$

где k_n – корни уравнения $A_z(\Omega, k) \cdot B_z(\Omega, k) - C_z^2(\Omega, k) = 0$, лежащие в верхней полуплоскости комплексного переменного k .

Динамическая жесткость направляющей, лежащей на вязкоупругом основании, эквивалентна реакции сосредоточенного элемента, динамическая жесткость которого является комплекснозначной функцией частоты возмущения и скорости движения объекта. Действительная часть динамической жесткости отражает упруго-инерционные свойства реакции направляющей, а мнимая – вязкостные. Положительная мнимая часть динамической жесткости отражает демпфирующие свойства реакции направляющей в движущемся контакте. Наличие отрицательной вязкости в движущемся контакте является необходимым условием возникновения неустойчивости колебаний движущегося по направляющей объекта [11, 12].

Для направляющей ракетного трека ВНИИЭФ проведен расчет по выражению (3) динамической жесткости в движущемся контакте. Результаты расчета приведены на рис. 4 и 5.

Параметры, характеризующие движение высокоскоростного объекта варьировались в пределах: скорость движения V от 0 до 3000 м/с; круговая частота колебаний Ω от 0 до 6000 1/с.

Результаты расчёта действительной и мнимой составляющих динамической жесткости направляющей в движущемся контакте представлены в виде зависимостей $\text{Re} \chi_z(V, \Omega)$, $\text{Im} \chi_z(V, \Omega)$ на рис. 4 и 5.

В области A мнимая составляющая динамической жесткости направляющей в направлении

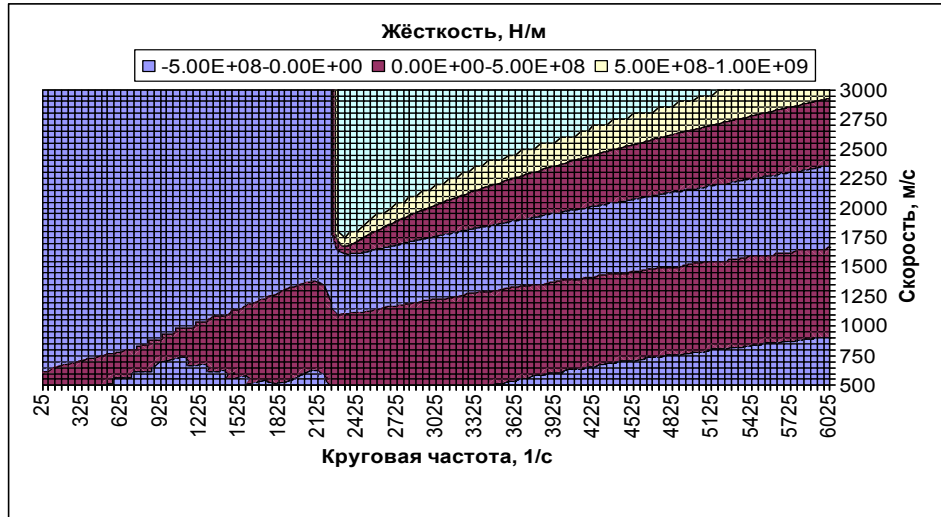


Рис. 4. Проекция зависимостей действительной составляющей динамической жесткости направляющей в направлении оси $Z \operatorname{Re}(\)$ на плоскость параметров «частота – скорость»

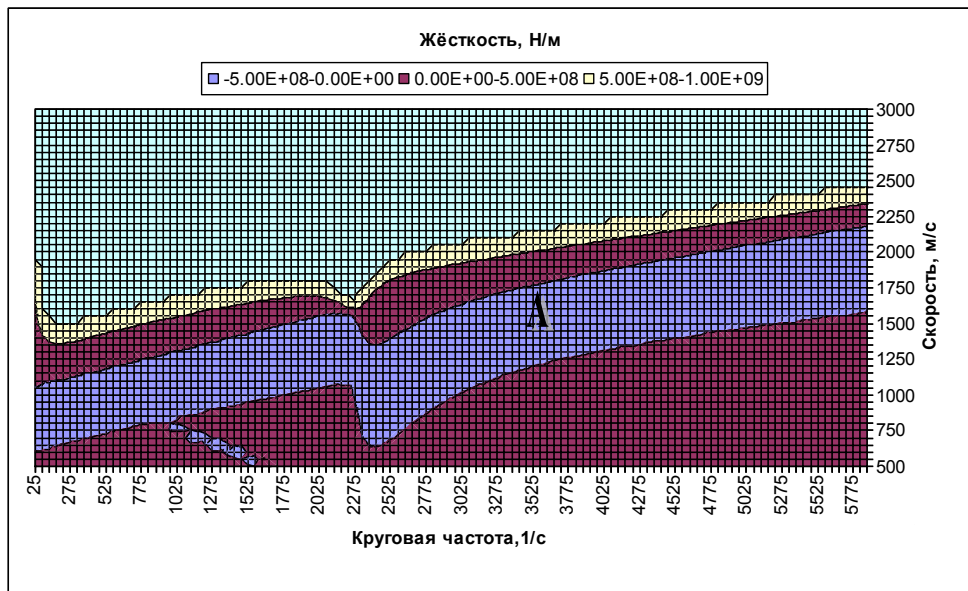


Рис. 5. Проекция зависимостей мнимой составляющей динамической жесткости направляющей в направлении оси $Z \operatorname{Im}(\)$ на плоскость параметров «частота – скорость»

оси $Z \operatorname{Im}(\chi_z)$ отрицательна, т. е. выполняется необходимое условие возникновения неустойчивости. Для выявления его достаточности необходимо проанализировать корни характеристического уравнения (5). Горизонтальные колебания двухмассового осциллятора будут неустойчивыми, если хотя бы один из корней будет иметь положительную действительную часть. Однако уравнение (5) является интегральным по отношению к переменной Ω и найти его корни непросто. Поэтому для исследования корней таких уравнений используют метод D -разбиения [14], идея которого состоит в отображении мнимой оси комплексной плоскости $i\Omega$ на плоскость системного параметра,

который временно будет рассматриваться как комплексный. Закон отображения можно определить из характеристического уравнения, выразив выбранный параметр явно.

Наиболее существенное влияние на устойчивость поперечного движения двухмассового осциллятора оказывает жесткость упругой связи между массами осциллятора h_z , которую можно явно выразить из уравнения (5):

$$h_z = \frac{M\Omega^2(m\Omega^2 - \chi_z)}{(M+m)\Omega^2 - \chi_z} - \varepsilon_z \Omega i \quad (7)$$

Используя уравнение (7) как закон отображения, можно проварьировать Ω от $-\infty$ до $+\infty$ и построить зависимости $\operatorname{Im}\chi_z(\operatorname{Re}\chi_z)$. Получен-

ная с помощью данного отображения линия разделяет пространство параметров на области с различным числом корней характеристического уравнения (5), имеющих положительную действительную часть.

Для двух типов осцилляторов, моделирующих движение по направляющей ракетного трека ВНИИЭФ монорельсовых высокоскоростных объектов, проведены расчёты в диапазонах скоростей движения 500 – 2000 м/с и частот воздействия ± 6000 Гц. Результаты расчётов представлены на рис. 6 и 7.

На рис. 6 и 7 показаны границы областей неустойчивости поперечного движения в направлении оси Z осцилляторов, моделирующих высокоскоростные объекты, с которыми были

проведены испытания на ракетном треке ВНИИЭФ.

Если значки, отображающие объекты, находятся выше верхней или ниже нижней границы, то движение таких объектов устойчиво, в противном случае – неустойчиво.

На рис. 6 значки, отображающие опыты с объектами массой 200 кг при скоростях движения 1080–1480 м/с, расположены выше верхней границы области неустойчивости. Все реальные опыты с этими объектами были зачётными, аварийных опытов не было.

На рис. 7 значки, отображающие опыты с объектами массой 50 кг при скоростях движения 1280–1340 м/с, расположены выше нижней и ниже верхней границ области неустойчиво-

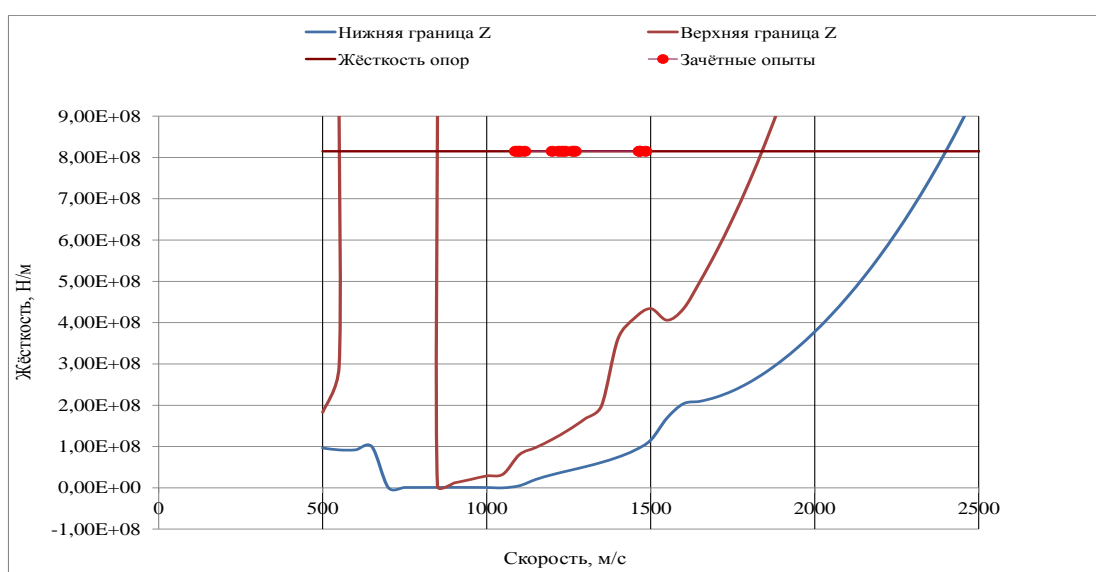


Рис. 6. Границы области неустойчивости поперечного движения в направлении оси Z осциллятора, моделирующего высокоскоростной объект ($M=200$ кг, $m=6$ кг, $\epsilon=300$ Н•с/м)

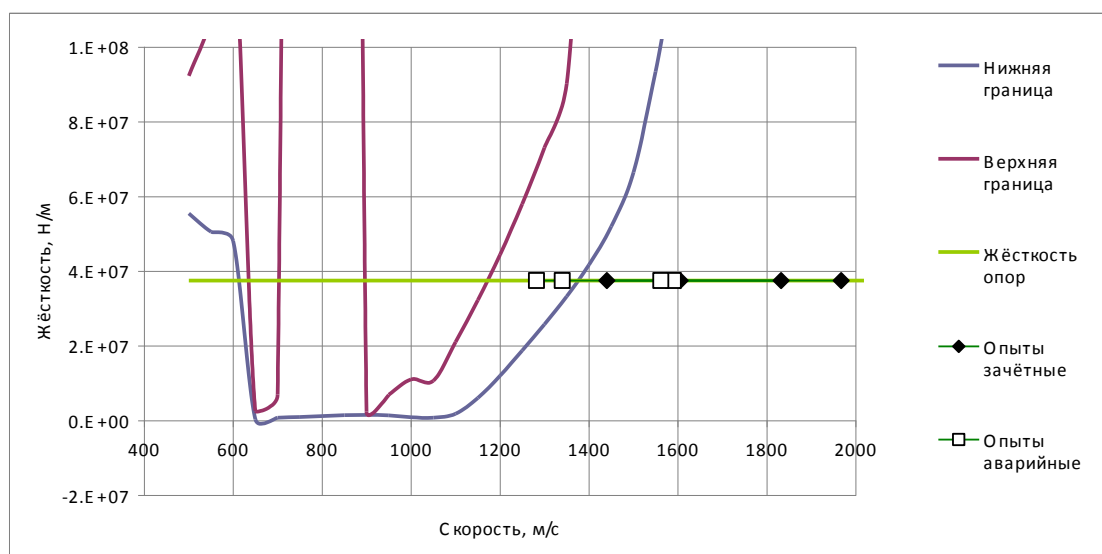


Рис. 7. Границы области неустойчивости поперечного движения в направлении оси Z осциллятора, моделирующего высокоскоростной объект ($M=50$ кг, $m=4$ кг, $\epsilon=100$ Н•с/м)

сти, т.е. в области неустойчивости. Эти опыты были аварийные.

Сложнее обстоит дело с областью устойчивости, находящейся ниже нижней границы неустойчивости. При скоростях движения объектов 1440 м/с и 1830–1970 м/с обеспечивается устойчивость их поперечного движения. При скоростях 1560 м/с и 1600 м/с опыты завершились аварийно, хотя при той же скорости 1600 м/с имеется и зачётный опыт. Возможно, причиной этих аварий является не неустойчивость, а, например, резонанс.

В заключение необходимо отметить, что результаты проведенных исследований устойчивости движения высокоскоростных объектов по упругим направляющим удовлетворительно согласуются с результатами экспериментов, хотя отдельные режимы движения объектов требуют дополнительной проработки.

Список литературы

1. Камчатный В. Г. Особенности динамики взаимодействия высокоскоростных объектов с рельсовой направляющей // Испытания материалов и конструкций: Сборник научных трудов. Нижний Новгород: Изд-во «Интелсервис». 2000. Вып. 2. С.206–215.
2. Lamb J.L. Critical velocities for rocket sled excitation of rail resonance // Johns Hopkins APL Technical Digest. 2000. Vol. 21. No 3. P. 448–458.
3. Вибрации в технике: Справочник. Т. 1: Колебания линейных систем. М.: Машиностроение, 1999. 504 с.
4. Весницкий А.И. Волны в системах с движущимися границами и нагрузками. М.: Физматлит. 2001. 320 с.
5. Весницкий А.И. Избранные труды по механике. Нижний Новгород: Изд-во «Наш дом», 2010. 248 с.
6. Ерофеев В.И., Орехова О.И. Дисперсия изгибно-крутильной волны, распространяющейся в балке. Часть 1 // Приволжский научный журнал. 2011. № 2. С.7–15.
7. Ерофеев В.И., Орехова О.И. Дисперсия изгибно-крутильной волны, распространяющейся в балке. Часть 2 // Приволжский научный журнал. 2011. № 3. С.20–26.
8. Ерофеев В.И., Кажаяев В.В., Орехова О.И. Интенсивные изгибные и крутильные волны в упругом стержне // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2012. № 1. С. 11–15.
9. Веричев Н.Н., Ерофеев В.И., Орехова О.И. Нелинейные стационарные изгибно-крутильные волны в упругом стержне // Приволжский научный журнал. 2012. № 2. С. 27–34.
10. Метрикин А.В. Неустойчивость поперечных колебаний объекта, равномерно движущегося вдоль упругой направляющей, как следствие аномального эффекта Доплера // Акустический журнал. 1994. Т. 40. №1. С. 99–103.
11. Metrikine A.V., Verichev S.N. Instability of vibrations of a moving two-mass oscillator on a flexibly supported Timoshenko beam // Archive of Applied Mechanics. 2001. Vol. 71. No 9. P. 613–624.
12. Verichev S.N. Instability of vehicle moving on an elastic structure, The Netherlands Delft University Press. 2002. 192 p.
13. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М.: Наука. 1984. 432 с.
14. Неймарк Ю.И. Робастная устойчивость и D-разбиение // Автоматика и телемеханика. 1992. № 7. С. 10–18.

SUSTAINABILITY CHALLENGES OF HIGH-SPEED THE MOTION OF OBJECTS ON THE ELASTIC GUIDES

S.V. Butova, S.I. Gerasimov, V.I. Erofeev, V.G. Kamchatny

The problem of the high-speed dual-mass oscillator moving along an elastic guide, located on the viscoelastic foundation. The region of parameters in which the horizontal oscillations of the oscillator will be instable.

Keywords: oscillator, elastic rail, high-speed movement, instability.