

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 541.186

ГЛОБАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ В ИДЕНТИФИКАЦИИ МНОГОСЕКТОРНОЙ МОДЕЛИ ЭКОНОМИКИ НИЖЕГОРОДСКОЙ ОБЛАСТИ*

© 2013 г. В.П. Гергель,¹ Н.Н. Оленев,² В.В. Рябов,¹ К.А. Баркалов,¹ С.В. Сидоров¹

¹Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского
²Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, Москва

gergel@unn.ac.ru

Поступила в редакцию 19.02.2013

Описано практическое приложение информационно-статистического подхода к минимизации многоэкстремальных функций при невыпуклых ограничениях для решения задачи идентификации параметров моделей региональной экономики, разработанных в Вычислительном центре им. А.А. Дородницына РАН. В общем виде задача идентификации математической модели состоит в поиске ее неизвестных параметров из оптимальных соотношений, отражающих степень близости расчётных и реальных (статистических) данных. Возникающая здесь задача оптимизации является вычислительно трудоемкой и многоэкстремальной. В рамках используемого подхода решение многомерных задач сводится к решению эквивалентных им одномерных. Редукция основана на использовании кривых Пеано, однозначно отображающих единичный отрезок вещественной оси на гиперкуб. Также используется схема построения множества кривых Пеано («вращаемые развертки»), которую можно эффективно применять при решении задачи на кластере с десятками и сотнями процессоров.

Ключевые слова: идентификация параметров моделей экономики, глобальная оптимизация, индексный метод, параллельное программирование, развертки типа Пеано.

1. Многосекторные модели региональной экономики

Многосекторные модели региональной экономики строятся для оценки различных возможных вариантов развития региона. Можно выделить три основных типа многосекторных математических моделей региональной экономики, которые можно использовать для практической оценки экономического потенциала региона и динамики его макроэкономических показателей. Модель межотраслевого баланса В.В. Леонтьева оказала колоссальное влияние на статистические ведомства всех стран мира, которые собирают данные, необходимые для составления межотраслевого баланса. В случае Нижегородской области трудно воспользоваться такой моделью по следующим основным причинам. Во-первых, экономика Нижегородской области чрезвычайно открыта, и поэтому данных, необходимых для построения регионального межотраслевого баланса, нет, есть только данные для построения межотраслевого

баланса всей страны. Во-вторых, в переходных условиях изменений в экономике технологические коэффициенты (нормы прямых затрат продукции смежных отраслей на выпуск продукции отрасли) быстро меняются от года к году. Кроме того, межотраслевой баланс по природе своей является статическим, поскольку строится на основе данных целого года, и рассмотрение динамических версий его несколько искусственно. Второй тип моделей основан на составлении сложившейся иерархической структуры основных экономических агентов на рассматриваемых рынках и решении соответствующей иерархии оптимизационных задач. На построение такого рода динамических моделей региональной экономики требуется до года работы коллектива высококвалифицированных ученых из десяти человек. А в условиях постоянно меняющейся экономической ситуации в стране с переходной экономикой, когда ситуация может кардинально измениться в течение года, для поддержания такого рода моделей в действующем состоянии нужно постоянно держать команду высококвалифицированных ис-

* Статья рекомендована к публикации программным комитетом конференции «Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах».

следователей. Многосекторные балансовые нормативные динамические модели с запасами продуктов и финансовых средств могут спасти положение, если научиться их идентифицировать.

Оценка экономического развития региона особенно важна во время переходных процессов от одной стратегии развития к другой. Для адекватности используемой модели требуется, чтобы она была должным образом идентифицирована по исторической статистике. Другими словами, требуется определить параметры модели, при которых ее поведение в прошлом соответствует историческим данным, то есть должная идентификация модели подразумевает ее верификацию по временным рядам макропоказателей изучаемой региональной экономики. Идентифицированная имитационная модель региональной экономики дает возможность получить количественную оценку динамики макропоказателей экономики региона, включая оценку экономического потенциала, в том числе показатели структуры человеческого капитала и его динамики.

Задача идентификации многосекторных моделей региональной экономики заключается в поиске значений неизвестных параметров модели, при которых результаты расчетов по модели временных рядов макропоказателей экономики близки к историческим статистическим данным для этих временных рядов. При этом критерием близости расчетных и исторических статистических временных рядов по всем сравниваемым макроэкономическим показателям может служить свертка критериев Тейла для каждого макропоказателя [1]. Здесь исследование сталкивается с «проклятием размерности». Число параметров, которые нельзя определить напрямую из статистики, для таких моделей настолько велико, что прямое применение параллельных вычислений на суперкомпьютерах оказывается бессильным. Требуются новые пути решения для задачи идентификации многосекторных моделей экономики с помощью параллельных вычислений.

Применение эффективных параллельных алгоритмов глобальной оптимизации, развиваемых в Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского [2–6], позволяет вплотную приблизиться к решению подобных задач. Огромное количество независимых параметров модели (до $N=60$) требует применения всех возможных способов ускорения сходимости, описанных в работах [7, 8], а также построения дополнительных локальных оценок оптимума с использованием метода Хука–Дживса [9]. Применение алгоритмов с высокой

эффективностью распараллеливания [10, 11] на кластере ННГУ позволяет достичь предела вычислительных ресурсов.

Здесь мы рассматриваем трехсекторную нормативную динамическую балансовую модель региональной экономики, построенную в Вычислительном центре им. А.А. Дородницына РАН, и задачу идентификации этой модели по данным Нижегородской области, которая решается с помощью параллельных методов глобальной оптимизации, разработанных в Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского. Идентифицированную модель экономики Нижегородской области предполагается использовать для прогноза будущего развития данного региона, а также для анализа возможных вариантов его развития.

2. Описание трехсекторной модели экономики Нижегородской области

Полное описание модели обширно, оно представлено в [1]. Здесь укажем только основные положения. При построении модели экономики региона выделено восемь экономических агентов. Во-первых, три производителя, которые в модели представлены тремя секторами экономики Нижегородской области: (1) первый сектор включает добывающие и инфраструктурные отрасли, (2) второй – обрабатывающие отрасли региональной экономики, (3) третий – отрасли услуг, включая финансовые услуги. Во-вторых, три основных потребителя конечной продукции: (4) домашние хозяйства, (5) правительство региона, (6) внешние для региона потребители. Замыкает модель описание поведения еще двух экономических агентов: (7) банковской системы региона, (8) торгового посредника. Модель экономики региона описывает динамику материальных и финансовых балансов через изменение запасов денег, продуктов и факторов производства. Модель учитывает налогообложение производителей и домашних хозяйств, а также теневой оборот в сфере производства и потребления. Производители поставляют продукцию конечного потребления на внутренние и внешние рынки, а также промежуточную продукцию в смежные секторы экономики. Домашние хозяйства потребляют конечную продукцию и предлагают труд производственным секторам экономики. Банковская система выпускает денежные средства и выдает кредиты производителям. Правительство региона формирует консолидированный региональный бюджет, собирая налоги, которые в модели представлены семью ставками: (1) налог

на прибыль, (2) налог на добавленную стоимость, (3) акцизы, (4) единый социальный налог, (5) пошлины на вывоз продукции, (6) пошлины на ввоз продукции, (7) подоходный налог. Кроме того, правительство региона распределяет полученные средства по основным экономическим агентам. Модель учитывает теневой оборот, который не облагается налогами.

Банковская система Нижегородской области не является замкнутой, большую роль в инвестиционных решениях играют филиалы российских банков других регионов. В качестве первого приближения при описании банковской системы Нижегородской области предполагалось, что часть золотовалютных резервов Российской Федерации обеспечивает резервирование активов Нижегородской области. Считаем, что банковские активы областной банковской системы состоят из золотовалютных резервов и суммарной задолженности производственных секторов экономики региона, а пассивы – из суммарных запасов денег у контрагентов банковской системы, которые подчиняются финансовому балансу банковской системы.

Полная модель содержит более ста соотношений. Число внешних по отношению к модели параметров, которые невозможно определить напрямую из данных статистики, удалось сократить до 63 за счет использования полученных нами соотношений между параметрами на равновесном начале. Казалось бы, подобного типа нормативные модели совершенно бессмысленны, поскольку для проведения осмысленных качественных и количественных расчетов на них необходимо провести идентификацию их внешних параметров, а большая часть параметров не может быть оценена напрямую из данных экономической статистики. Нами предложена новая технология идентификации внешних параметров модели, основанная на использовании высокоскоростных параллельных вычислений на многопроцессорной системе.

Для идентификации параметров сравниваются полученные при расчетах на модели временные ряды макропоказателей экономики региона с соответствующими статистическими временными рядами. В качестве критериев близости временных рядов использован индекс несовпадения Тейла. Критерием качества идентификации параметров модели является количественное соответствие основных макроэкономических показателей статистическим показателям экономики региона за период 2000–2010 гг. Возникающая здесь задача оптимизации является многоэкстремальной, и для ее решения можно применить параллельные методы глобального поиска, разрабатываемые в ННГУ им. Н.И. Лобачевского.

3. Методы глобальной оптимизации в идентификации модели

3.1. Постановка задачи

Рассмотрим задачу глобальной оптимизации вида

$$\varphi^* = \varphi(y^*) = \min\{\varphi(y): y \in D, g_j(y) \leq 0, 1 \leq j \leq m\}, \quad (1)$$

$$D = \{y \in R^N: a_i \leq y_i \leq b_i, 1 \leq i \leq N\},$$

где целевая функция $\varphi(y)$ (в дальнейшем обозначаемая также $g_{m+1}(y)$) и левые части ограничений $g_j(y), 1 \leq j \leq m$, удовлетворяют условию Липшица с соответствующими константами $L_j, 1 \leq j \leq m+1$, а именно

$$|g_j(y_1) - g_j(y_2)| \leq L_j |y_1 - y_2|, 1 \leq j \leq m+1, y_1, y_2 \in D.$$

Используя кривые типа развертки Пеано $y(x)$, однозначно отображающие отрезок $[0, 1]$ на N -мерный гиперкуб P

$$P = \{y \in R^N: -2^{-1} \leq y_i \leq 2^{-1}, 1 \leq i \leq N\} = \{y(x): 0 \leq x \leq 1\},$$

а также линейное преобразование координат, отображающее гиперпараллелепипед D на гиперкуб P , исходную задачу можно редуцировать к следующей одномерной задаче:

$$\varphi(y(x^*)) = \min\{\varphi(y(x)): x \in [0, 1], g_j(y(x)) \leq 0, 1 \leq j \leq m\}. \quad (2)$$

Рассматриваемая схема редукции размерности сопоставляет многомерной задаче с липшицевой минимизируемой функцией и липшицевыми ограничениями одномерную задачу, в которой соответствующие функции удовлетворяют равномерному условию Гельдера (см. [2]), т.е.

$$|g_j(y(x')) - g_j(y(x''))| \leq K_j |x' - x''|^{1/N},$$

$$x', x'' \in [0, 1], 1 \leq j \leq m+1,$$

где N есть размерность исходной многомерной задачи, а коэффициенты K_j связаны с константами Липшица L_j исходной задачи соотношениями $K_j \leq 4L_j \sqrt{N}$.

Предполагается, что ограничения задачи проверяются последовательно, либо до обнаружения первого нарушенного ограничения, либо до вычисления значения целевой функции. При таком подходе номер последней вычисленной в точке y функции называется *индексом* точки и обозначается $v = v(y)$, т.е.

$$g_j(y) \leq 0, 1 \leq j \leq v-1, g_v(y) > 0, \quad (3)$$

причем в случае $v = m+1$ последнее неравенство в (3) может не выполняться.

Различные варианты индексного алгоритма для решения одномерных задач и соответствующая теория сходимости представлены в работах [7, 8].

3.2. Использование множественных отображений

Редукция многомерных задач к одномерным с помощью разверток имеет такие важные свойства, как непрерывность и сохранение равномерной ограниченности разностей функций при ограниченности вариации аргумента. Однако

при этом происходит потеря части информации о близости точек в многомерном пространстве, так как точка $x \in [0,1]$ имеет лишь левых и правых соседей, а соответствующая ей точка $y(x) \in R^N$ имеет соседей по 2^N направлениям. А при использовании отображений типа кривой Пеано близким в N -мерном пространстве образам y', y'' могут соответствовать достаточно далекие прообразы x', x'' на отрезке $[0,1]$. Как результат, единственной точке глобального минимума в многомерной задаче соответствует несколько (не более 2^N) локальных экстремумов в одномерной задаче, что, естественно, ухудшает свойства одномерной задачи.

Сохранить часть информации о близости точек позволяет использование множества отображений

$$Y_L(x) = \{y^1(x), \dots, y^L(x)\} \quad (4)$$

вместо применения единственной кривой Пеано $y(x)$ (см. [3, 10]). Каждая кривая Пеано $y^i(x)$ из $Y_L(x)$ может быть получена в результате некоторого преобразования исходной кривой (сдвига вдоль главной диагонали гиперинтервала или поворота вокруг начала координат). Таким образом сконструированное множество кривых Пеано позволяет получить для любых близких образов y', y'' , отличающихся только по одной координате, близкие прообразы x', x'' для некоторого отображения $y^i(x)$.

3.3. Описание алгоритма индексного метода на межпроцессорном уровне

Использование множества отображений $Y_L(x) = \{y^1(x), \dots, y^L(x)\}$ приводит к формированию соответствующего множества одномерных многоэкстремальных задач

$$\min \{ \varphi(y^i(x)) : x \in [0,1], g_j(y^i(x)) \leq 0, 1 \leq j \leq m \}, \quad (5) \\ 1 \leq i \leq L.$$

Каждая задача из данного набора может решаться независимо, при этом любое вычисленное значение $z = g_v(y')$, $y' = y^i(x')$ функции $g_v(y)$ в i -й задаче может интерпретироваться как вычисление значения $z = g_v(y'')$, $y'' = y^s(x'')$ для любой другой s -й задачи без повторных трудоемких вычислений функции $g_v(y)$. Подобное информационное единство позволяет решать исходную

задачу (1) путем параллельного решения индексным методом L задач вида (5) на наборе отрезков $[0,1]$. Каждая одномерная задача решается на отдельном процессоре. Для организации взаимодействия на каждом процессоре создается L очередей, в которые процессоры помещают информацию о выполненных итерациях. Используемая схема не содержит какого-либо единого управляющего процессора, что увеличивает надежность выполняемых вычислений.

Использование множественных отображений позволяет решать исходную задачу (1) путем параллельного решения L одномерных задач (5) на наборе отрезков $[0,1]$. Каждая одномерная задача φ_c^k решается на отдельном процессоре с использованием развертки y^s , $1 \leq s \leq L$. Результаты испытания в точке x^k , полученные конкретным процессором для решаемой им задачи, интерпретируются как результаты испытаний во всех остальных задачах (в соответствующих точках x^{k1}, \dots, x^{kL}) и рассылаются другим процессорам.

При таком подходе испытание в точке $x^k \in [0,1]$, осуществляемое в s -й задаче, состоит в последовательности действий:

1. Определить образ $y^k = y^s(x^k)$ при соответствии $y^s(x)$;
2. Проинформировать остальные процессоры о начале проведения испытания в точке y^k (блокирование точки y^k);
3. Провести испытание в точке y^k ;
4. Определить прообразы $x^{kl} \in [0,1]$, $1 \leq l \leq L$, точки y^k и интерпретировать испытание, проведенное в точке $y^k \in D$, как проведение испытаний в L точках

$$x^{k1}, \dots, x^{kL}$$

с одинаковыми результатами;

5. Проинформировать остальные процессоры о результатах испытания в точке y^k , разослав им результаты испытания, – см. рис. 1 (для случая $N=2$, $L=2$ и кривых Пеано уровня $M=2$).

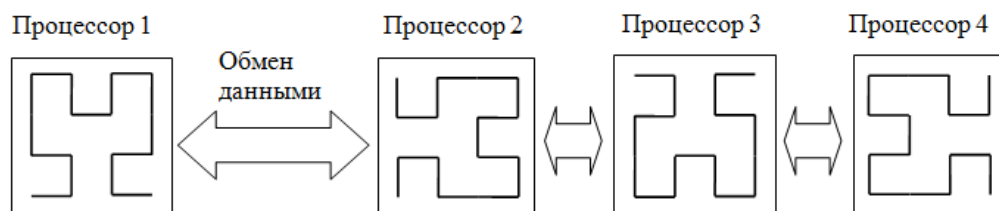


Рис. 1. Схема алгоритма на межпроцессорном уровне

Каждый процессор выполняет поиск глобального оптимума независимо на выделенной ему развертке. Этот процесс представляет собой последовательность итераций, состоящих из испытаний в различных точках области, а также приема и отсылки посчитанной поисковой информации другим узлам.

Данная схема организована асинхронно. Предположение о длительности вычисления функционалов в прикладных задачах позволяет разбить пересылки данных на каждой итерации на два шага:

- первый – пересылка найденной координаты точки испытания с признаком блокирования, что дает процессам возможность не выбирать одни и те же точки и гарантирует от использования интервалов, на одном из концов которых не вычислено значение функции;

- второй – пересылка точки после вычисления в ней значений функционалов задачи.

3.4. Описание алгоритма параллельного индексного метода на уровне отдельного процессора

Алгоритм. Начальная итерация осуществляется в произвольной точке $x^1 \in (0,1)$ (начальные точки для всех процессоров задаются различными). Выбор точки x^{q+1} , $q \geq 1$, любого последующего испытания определяется следующими правилами.

Правило 1. Изъять из очереди, закрепленной за данным процессором, записанные для него результаты, включающие множество $Y_q = \{y^i : 1 \leq i \leq s_q\}$ точек итераций в области D и вычисленные в них значения индекса и величин из (3). Определить множество $X_q = \{x^i : 1 \leq i \leq s_q\}$ прообразов точек множества Y_q при соответствии $y^s(x)$. Мощность множеств Y_q и X_q есть величина s_q ,

$$s_q \geq q,$$

так как эти множества содержат точки, вычисленные на данном процессоре и полученные с других процессоров.

Правило 2. Точки множества итераций

$$\{x_i\} \cup X_q$$

перенумеровать нижними индексами в порядке увеличения значений координаты

$$0 = x_0 < x_1 < \dots < x_k < x_{k+1} = 1, \quad (6)$$

где $k = s_q + 1$, и сопоставить им значения $z_i = g_v(x_i)$, $v = v(x_i)$, $1 \leq i \leq k$, вычисленные в этих точках. При этом индекс заблокированной точки x_i (т.е. точки, в которой начато проведе-

ние испытания другим процессором) полагается равным -1 , т.е. $v(x_i) = -1$, значение z_i является неопределенным. Точки x_0, x_{k+1} введены дополнительно для удобства последующего изложения, индекс данных точек полагается равным -2 , т.е. $v(x_0) = v(x_{k+1}) = -2$, а значения z_0, z_{k+1} являются неопределенными.

Правило 3. Провести классификацию номеров $i, 1 \leq i \leq k$, точек из ряда (6) по числу ограничений задачи, выполняющихся в этих точках, путем построения множеств

$$I_{-2} = \{0, k+1\},$$

$$I_{-1} = \{i : 1 \leq i \leq k, v(x_i) = -1\},$$

$$I_v = \{i : 1 \leq i \leq k, v(x_i) = v\}, 1 \leq v \leq m+1,$$

содержащих номера всех точек $x_i, 1 \leq i \leq k$, имеющих индексы, равные одному и тому же значению v . Определить максимальное значение индекса

$$M = \max\{v = v(x_i), 1 \leq i \leq k\}.$$

Правило 4. Вычислить текущие нижние границы

$$\mu_v = \max \left\{ \frac{|z_i - z_j|}{(x_i - x_j)^{1/N}} : j < i, j \in I_v, i \in I_v \right\} \quad (7)$$

для относительных разностей функций $g_v, 1 \leq v \leq M$. Если множество I_v содержит менее двух элементов или если μ_v из (7) оказывается равным нулю, то принять $\mu_v = 1$.

Правило 5. Для всех непустых множеств $I_v, 1 \leq v \leq m+1$, вычислить оценки

$$z_v^* = \begin{cases} -\varepsilon_v, & v < M, \\ \min\{g_v(x_i) : i \in I_v\}, & v = M, \end{cases}$$

где вектор

$$\varepsilon_R = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_m), \quad (8)$$

имеющий положительные координаты, называется *вектором резервов*.

Правило 6. Для каждого интервала (x_{i-1}, x_i) , $1 \leq i \leq k+1$, вычислить характеристику $R(i)$, где

$$R(i) = \Delta_i + \frac{(z_i - z_{i-1})^2}{r_v^2 \mu_v^2 \Delta_i} - 2 \frac{(z_i + z_{i-1} - 2z_v^*)}{r_v \mu_v},$$

$$v = v(x_{i-1}) = v(x_i);$$

$$R(i) = 2\Delta_i - 4 \frac{(z_i - z_v^*)}{r_v \mu_v}, \quad v(x_{i-1}) < v(x_i) = v;$$

$$R(i) = 2\Delta_i - 4 \frac{(z_{i-1} - z_v^*)}{r_v \mu_v}, \quad v = v(x_{i-1}) > v(x_i),$$

$$\Delta_i = (x_i - x_{i-1})^{1/N}.$$

Величины $r_v > 1, 1 \leq v \leq m+1$, являются параметрами алгоритма.

Правило 7. Определить интервал (x_i, x_{i+1}) , которому соответствует наибольшая из характеристик

$$R_{\max}(t) = \max \{R(i) : 1 \leq i \leq k+1\}. \quad (9)$$

Правило 8. Провести очередное испытание в серединной точке интервала (x_t, x_{t+1}) , если индексы его концевых точек не совпадают, т.е.

$$x^{q-1} = \frac{(x_t + x_{t-1})}{2}, \quad v(x_{t-1}) \neq v(x_t).$$

В противном случае провести испытание в точке

$$x^{q-1} = \frac{(x_t + x_{t-1})}{2} - \text{sign}(z_t - z_{t-1}) \frac{1}{2r_v} \left[\frac{|z_t - z_{t-1}|}{\mu_v} \right]^N$$

$$v(x_{t-1}) = v(x_t).$$

Результаты испытания занести в очередь, закрепленную за данным процессором. Увеличив q на 1, перейти к новой итерации.

Описанные правила можно дополнить условием остановки, прекращающим испытания, если $\Delta_t \leq \varepsilon$, где t из (9) и $\varepsilon > 0$ имеет порядок желаемой покоординатной точности в задаче.

Ввиду того, что поисковая последовательность строится по принципу, описанному в [2], сходимость метода на каждом вычислительном узле обеспечивается теоремой из [3].

4. Особенности оптимизации в идентификации модели

Применительно к задаче идентификации экономической модели некоторую трудность представляет выбор области поиска. Известно, что все параметры в модели неотрицательны (некоторые строго положительны). Начальный выбор границ гиперпараллелепипеда, сделанный в работе [1], привёл к тому, что найденная оценка оптимума оказалась на его границе. По-

следовательное расширение границ области позволило найти наилучшую на данный момент оценку оптимума, а также выявило ранее не учтенные функциональные ограничения. Кроме того, это косвенно помогло сократить размерность задачи с $N=63$ до $N=57$.

Таким образом, возникающая в процессе идентификации задача глобальной оптимизации имеет 57 независимых параметров, 86 нелинейных ограничений и многоэкстремальную целевую функцию. В качестве иллюстрации на рис. 2 приведено двумерное сечение функции, подтверждающее ее существенную многоэкстремальность. Данная задача была решена на кластере ННГУ им. Н.И. Лобачевского с помощью параллельного индексного метода с вращаемой разверткой (использовалось 8 процессоров). Оценка оптимума была получена после 300 тыс. итераций, время получения оценки составило 26 мин; общее время счета составило 3 часа.

5. Результаты идентификации модели

Найден допустимый вариант значений параметров, при которых результаты расчетов на историческом интервале 2000–2009 гг. соответствуют статистическим данным Нижегородской области, а прогноз экономического развития дает экономически осмысленные результаты. В этом решении задачи идентификации доли теневого оборота в производственных секторах экономики области (инфраструктурном, обрабатывающем и секторе услуг) составляют, соответственно, 0,22, 0,28 и 0,49.

Для каждого сектора найдены четыре параметра степенной производственной функции

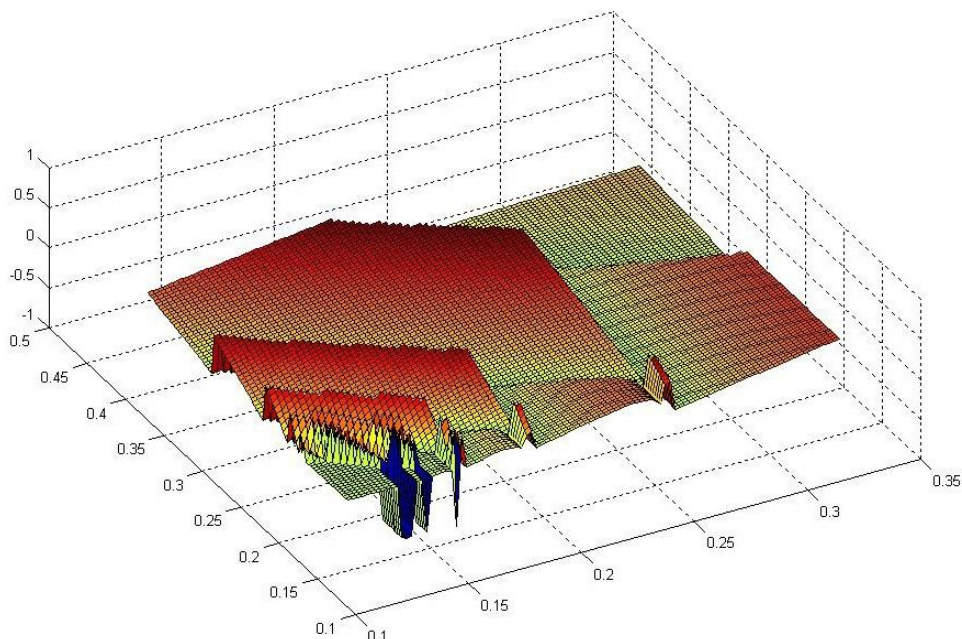


Рис. 2. Двумерное сечение целевой функции

типа Кобба–Дугласа от четырех производственных факторов: труда, капитала, используемой в производстве продукции двух смежных секторов. Факторы измеряются относительно к их начальным значениям. Производственные функции считаются однородными первой степени, поэтому четвертый параметр вычисляется как разница между единицей и суммой первых трех. Так, для инфраструктурного сектора Нижегородской области параметры производственной функции составляют 0.3, 0.4, 0.2, 0.1, для обрабатывающего сектора 0.4, 0.4, 0.1, 0.1, а для сектора услуг 0.2, 0.3, 0.25, 0.25.

Коэффициент прироста зарплаты при нехватке труда составляет 3.0, коэффициент прироста цены при нехватке продукта 0.06, инфляционная составляющая в росте зарплаты 0.5. Описание соответствующих параметров можно найти в [1]. Штраф за отмывание денег в каждом секторе составляет 0.01 от их количества. Доля теневых денег, которая была отмита, в каждом секторе составляет 0.1. Доли денег открытого оборота инфраструктурного сектора, идущие обрабатывающему сектору за открытый и теневой продукт, составляют 0.1, 0.15, сектору услуг – 0.1, 0.2, на погашение кредита – 0.03, на инвестиции в собственный сектор – 0.15. Доли денег открытого оборота обрабатывающего сектора, идущие инфраструктурному сектору за открытый и теневой продукт, составляют 0.1, 0.1, сектору услуг – 0.1, 0.1, на погашение кредита – 0.05, на инвестиции в собственный сектор – 0.25. Доли денег открытого оборота сектора услуг, идущие инфраструктурному сектору за открытый и теневой продукт, составляют 0.15, 0.05, обрабатывающему сектору – 0.1, 0.05, на погашение кредита – 0.05, на инвестиции в собственный сектор – 0.40.

Все деньги домашних хозяйств, полученные в формальном и неформальном секторе, неразличимы, все они открыты. Доля денег домашних хозяйств на приобретение благ инфраструктурного сектора областной экономики, реализуемых по открытому каналу, составляет 0.1, на приобретение этих же благ по теневому каналу – 0.1, на приобретение товаров обрабатывающего сектора по открытому каналу – 0.1, по теневому – 0.05, на приобретение услуг по открытому каналу – 0.05, по теневому – 0.15.

Доля запаса промежуточного продукта обрабатывающего сектора, используемого в качестве производственного фактора в инфраструктурном секторе, равна 0.20. Соответствующая доля запаса промежуточного продукта сектора услуг – 0.30. Доля запаса промежуточного продукта инфраструктурного сектора, используе-

мого в качестве производственного фактора в обрабатывающем секторе, равна 0.30. Соответствующая доля запаса промежуточного продукта сектора услуг – 0.15.

Доля запаса промежуточного продукта инфраструктурного сектора, используемого в качестве производственного фактора в секторе услуг, равна 0.05. Соответствующая доля запаса промежуточного продукта обрабатывающего сектора – 0.10.

Доли теневой продукции инфраструктурного сектора, идущие населению, обрабатывающему сектору и сектору услуг, равны, соответственно, 0.6, 0.3, 0.1. Доли теневой продукции обрабатывающего сектора, идущие населению, инфраструктурному сектору и сектору услуг, равны, соответственно, 0.6, 0.2, 0.2. Доли теневой продукции сектора услуг, идущие населению, инфраструктурному сектору и обрабатывающему сектору, равны, соответственно, 0.5, 0.2, 0.3.

Пробные вычислительные эксперименты с идентифицированной моделью показали работоспособность модели.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 11-01-00682-а_поволжье_а; ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России», соглашение № 14.В37.21.0878; а также при поддержке ПФИ Президиума РАН №14, ПФИ ОМН РАН № 3.

Список литературы

1. Гергель В.П., Горбачев В.А., Оленев Н.Н. и др. Параллельные методы глобальной оптимизации в идентификации динамической балансовой нормативной модели региональной экономики // Вестник ЮУрГУ. 2011. № 25 (242). С. 4–15.
2. Стронгин Р.Г. Поиск глобального оптимума. М.: Знание, 1990.
3. Стронгин Р.Г. Параллельная многоэкстремальная оптимизация с использованием множества разветвок // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. 1991. Т. 31. № 8. С. 1173–1185.
4. Strongin R.G., Sergeyev Ya.D. Global optimization with non-convex constraints. Sequential and parallel algorithms. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.
5. Gergel V.P., Strongin R.G. Parallel computing for globally optimal decision making on cluster systems // Future Generation Computer Systems. 2005. V. 21. № 5. P. 673–678.
6. Гергель В.П., Гришагин В.А., Гергель А.В. Многомерная многоэкстремальная оптимизация на основе адаптивной многошаговой редукции размерности // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2010. № 1. С. 163–170.
7. Стронгин Р.Г., Баркалов К.А. О сходимости индексного алгоритма в задачах условной оптимизации

ции с ε -резервированными решениями // Математические вопросы кибернетики. М.: Наука, 1999. С. 273–288.

8. Баркалов К.А., Стронгин Р.Г. Метод глобальной оптимизации с адаптивным порядком проверки ограничений // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. 2002. Т. 42. № 9. С. 1338–1350.

9. Баркалов К.А., Рябов В.В., Сидоров С.В. Масштабируемые параллельные алгоритмы глобальной оптимизации со смешанной локально-глобальной

стратегией // Материалы Международной научной конференции «Параллельные вычислительные технологии 2010». Уфа, 2010. С. 402–409.

10. Стронгин Р.Г., Гергель В.П., Баркалов К.А. Параллельные методы решения задач глобальной оптимизации // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2009. Т. 52. № 10. С. 25–32.

11. Баркалов К.А., Рябов В.В., Сидоров С.В. Параллельные вычисления в задачах многоэкстремальной оптимизации // Вестник ННГУ. 2009. № 6. С. 171–177.

GLOBAL OPTIMIZATION IN THE IDENTIFICATION OF THE MULTISECTOR MODEL OF THE NIZHNI NOVGOROD REGION ECONOMY

V.P. Gergel, N.N. Olenev, V.V. Ryabov, K.A. Barkalov, S.V. Sidorov

The article describes the practical application of information-statistical approach to minimize multiextremal functions with nonconvex constraints in parameter identification problem of regional economic models developed at the Dorodnitsyn Computing Centre of the Russian Academy of Sciences [1].

In general, an identification problem of a mathematical model is to find its unknown parameters from optimal relations reflecting the degree of similarity between the calculated and actual (statistical) data. The optimization problem which arises here is time consuming and multiextremal.

In the framework of the approach used, the solution of multi-dimensional problems is reduced to the solution of one-dimensional equivalents. The reduction is based on the use of Peano curves, uniquely mapping a unit interval on the real axis onto a hypercube. We also used a scheme to construct a set of Peano curves («rotating sweeps») which can be effectively applied to solve the problem on a cluster with dozens or hundreds of processors.

Keywords: parameter identification of economic models, global optimization, index method, parallel computing, Peano sweeps.