

УДК 538.94

КВАНТОВЫЙ СМЕСИТЕЛЬ УЛЬТРАКОРОТКИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИМПУЛЬСОВ

© 2013 г.

М.В. Денисенко, А.М. Сатанин

Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского

mar.denisenko@gmail.com

Поступила в редакцию 08.02.2013

Изучена динамика зарядового джозефсоновского кубита, возбуждаемого ультракороткими электромагнитными импульсами. Показано, что форма импульсов существенно влияет на темп переходов Ландау–Зинера и вероятности возбуждения кубита. Обсуждается возможность использования кубита в качестве квантового смесителя электромагнитных импульсов большой амплитуды и устройства для диагностики ультракоротких импульсов.

Ключевые слова: зарядовый кубит, туннелирование Ландау–Зинера, квазиэнергия, амплитудная спектроскопия, калибровка электромагнитных импульсов.

Введение

В настоящее время одна из важных проблем квантовой электроники и лазерной физики состоит в осуществлении контроля над квантовыми объектами с помощью импульсов предельно малой длительности. Подобные импульсы позволяют измерять короткие интервалы времени (порядка фемтосекунд), исследовать различные быстропротекающие процессы в системах и могут использоваться для создания стандарта частоты. Однако в дополнение к проблеме создания синхронизированных коротких импульсов существует трудоемкая задача о передаче импульса в криогенной среде, особенно в радио- и микроволновом диапазоне частот. Хотя генераторы дают возможность управлять формой подаваемых импульсов путем смещения импульсов различных частот за счет нелинейности среды, влияние потерь в линии передачи из-за частотной дисперсии неминуемо приведет к тому, что принимаемый импульс может быть сильно искажен. В силу этого перед началом измерений необходимо произвести калибровку принимающего устройства. В качестве прибора для детектирования ультракоротких импульсов можно использовать двухуровневую изолированную систему, например сверхпроводящий зарядовый кубит [1]. Данное устройство обладает малой диссипацией, хорошей устойчивостью к шумам и относительно простым способом управления состояниями, что важно в квантовой информатике при передаче, хранении и обработке информации путем воздействия на систему электромагнитными импульсами. Благодаря этим свойствам в последнее время куби-

ты широко использовались для изучения многофотонных резонансов, интерференции Ландау–Зинера–Штюкельберга, осцилляций Раби, эффекта Аутлера–Таунса, динамического эффекта Штарка, сдвига Блоха–Зигерта и т.д.

Для динамического управления состояниями кубитов обычно используется Раби-спектроскопия [2–4], то есть воздействие на систему резонансным низкочастотным микроволновым полем малой амплитуды. Однако именно на этот диапазон приходится частота перехода между уровнями в кубите, поэтому проведение измерений является трудоемкой и затратной задачей, ввиду отсутствия надежной резонансной техники измерений в данном интервале частот. В связи с этим большой интерес вызвала разработка амплитудной спектроскопии [5–7], в основе которой лежит методика получения информации о системе путем «развертки» функции отклика по амплитуде импульса. Главное достоинство данной методики состоит в том, что система исследуется в широких диапазонах изменения амплитуды, а частота внешнего переменного электромагнитного поля может быть на несколько порядков меньше расстояния между уровнями в системе, поэтому система на периоде поля в основном эволюционирует адиабатически, за исключением относительно малых интервалов времени, когда происходит сближение уровней и между ними становится возможным туннелирование Ландау–Зинера [8, 9]. Впервые переходы Ландау–Зинера были исследованы в 1932 году в работах [8, 9] при рассмотрении пересечения уровней при столкновении атомов [10, 11]. Позднее подобные эффекты исследовались в квантовой опти-

ке, а также в искусственных атомах (кубитах). В недавней работе [12] для сверхпроводящего кубита были изучены переходы Ландау–Зинера в случае воздействия бигармонического высокочастотного поля. Показано, что при изменении параметров двухчастотного импульса происходит открытие дополнительного канала туннелирования и нарушение симметрии относительно обращения времени [13], соответственно кубит выступает в качестве квантового смесителя импульсов.

В данной работе исследуется зарядовый джозефсоновский кубит, помещенный в поле бигармонического импульса большой амплитуды. Изучаются интерференционные зависимости населенностей кубитов при изменении относительной фазы и амплитуд импульса при различных параметрах шума. Показано, что положение резонансных областей туннелирования Ландау–Зинера на интерференционных картинах объясняется с точки зрения квазиэнергетического подхода. При этом интерференционные картины оказываются зависящими от амплитуды и фазы смешиваемых импульсов. Рассмотрено влияние различного уровня шума на населенности кубитов.

Модель системы

Объектом исследования является сверхпроводящий зарядовый кубит (Cooper pair box qubit) [14, 15] (см. рис. 1а). Принцип работы данного устройства основан на сочетании эффектов Джозефсона [16] и кулоновской блокады [17]. Схема зарядового кубита, состоящая из сверхпроводящего контура с двумя туннельными переходами с джозефсоновскими энергиями $E_{J1} = E_J(1+d)/2$ и $E_{J2} = E_J(1-d)/2$ (коэффициент асимметрии $d \in [0,1]$) и емкостями C_{J1} и C_{J2} , которые разделены маленьким островком, энергия которого определяется напряжением источника V_g и емкостью C_g , представлена на рис. 1а, б. Разности фаз на берегах джозефсоновских переходов $\hat{\delta}_1$ и $\hat{\delta}_2$ подчиняются соотношению:

$$\hat{\delta}_1 + \hat{\delta}_2 = 2\pi f, \quad (1)$$

где $f = \Phi_{\text{ext}}/\Phi_0$ – относительный внешний магнитный поток, $\Phi_0 = h/2e$ – квант магнитного потока. Удобно ввести новые фазы, определенные выражениями: $\hat{\theta} = (\hat{\delta}_1 - \hat{\delta}_2)/2$ и $\hat{\delta} = \hat{\delta}_1 + \hat{\delta}_2$. Согласно [15], переменная $\hat{\theta}$ и оператор числа куперовских пар \hat{N} подчиняются условию $[\hat{\theta}, \hat{N}] = i$, а сопряженная переменная

$\hat{\delta}$, согласно (1), определяется внешним магнитным потоком. Следовательно, гамильтониан зарядового кубита представляется в следующем виде:

$$\hat{H}_q = E_c(\hat{N} - N_g)^2 - E_J \left(\cos \frac{\hat{\delta}}{2} \cos \hat{\theta} - d \sin \frac{\hat{\delta}}{2} \sin \hat{\theta} \right), \quad (2)$$

где первое слагаемое соответствует электростатической энергии цепи $E_c = \frac{(2e)^2}{C_g + C_{J1} + C_{J2}}$, а

$N_g = C_g V_g / (2e)$ – заряд на затворе; второе слагаемое представляет собой джозефсоновскую энергию сверхпроводящего контура. В целях минимизации зарядового фонового шума напряжение затвора регулируется таким образом, что два зарядовых состояния могут отличаться только на одну куперовскую пару [15]. Пренебрегая высшими зарядовыми состояниями, вблизи точки кулоновского вырождения можно использовать базисные состояния $|N\rangle = (1,0)$ и $|N+1\rangle = (0,1)$ ($\hat{N}/N \gg N/N$), тогда гамильтониан кубита в зарядовом базисе состоит только из джозефсоновской энергии двух переходов:

$$\hat{H} = -\frac{E_J}{2} (\cos(\pi f) \hat{\sigma}_z - d \sin(\pi f) \hat{\sigma}_x), \quad (3)$$

где $\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ – матрицы Паули.

Энергетические уровни кубита определяются гамильтонианом (3):

$$E_{\pm} = \pm E_J \sqrt{\cos^2(\pi f) + d^2 \sin^2(\pi f)}.$$

На рис. 1в изображены зависимости E_{\pm} при изменении внешнего магнитного потока.

В сильном переменном поле, когда внешний магнитный поток является функцией времени $f(t)$, можно ввести адиабатические состояния кубита, которые подчиняются уравнению

$$H(t)/\phi_{\pm}(t) \gg E_{\pm}(t)/\phi_{\pm}(t). \quad (4)$$

Решая уравнение (4), можно показать, что данные зависимости совпадают с адиабатическими уровнями кубита. Это означает, что система эволюционирует адиабатически, за исключением моментов времени, когда энергетические уровни E_{\pm} сближаются и адиабатическое приближение нарушается, т.е. имеют место переходы Ландау–Зинера [8, 9].

Квазиэнергетические состояния и вероятности переходов кубитов в переменном поле

Для осуществления квантового контроля будем считать, что внешний магнитный поток яв-

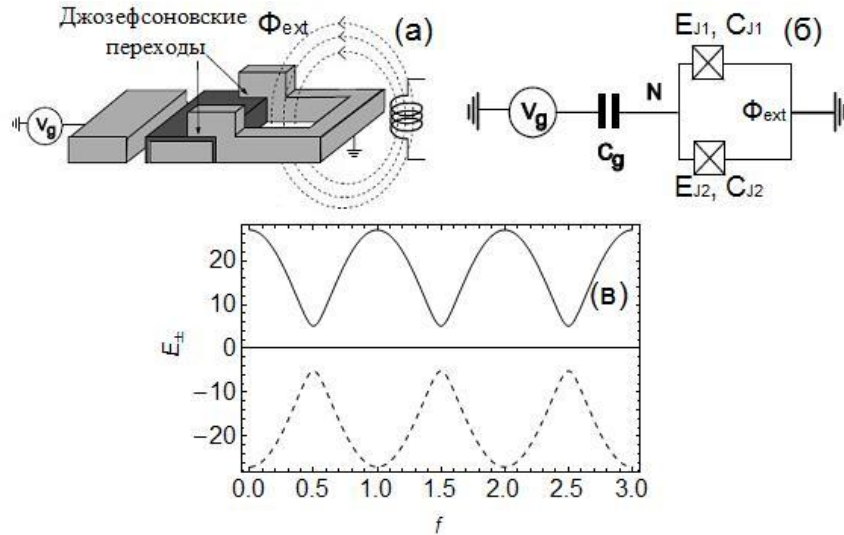


Рис. 1. (а) Схематическое изображение сверхпроводящей петли с двумя джозефсоновскими переходами, (б) электрическая схема зарядового кубита; (в) энергетические уровни кубита при изменении внешнего магнитного потока

ляется периодической функцией времени $f(t) = f(t+T)$. Случай слабого воздействия на подобную систему изучен в работах [14, 15, 18]. В последнее время вызывает интерес изучение поведения кубитов в поле бигармонического импульса [12, 13] большой амплитуды (в условии сильного поля). В данных работах [12, 13] кубит используется в качестве устройства для обнаружения новых квантовых эффектов, связанных с разностью фаз и амплитуд смешиваемых импульсов; используя данные квантовые интерференционные эффекты, с помощью кубита можно производить калибровку ультракоротких импульсов.

Руководствуясь сказанным, выберем внешний магнитный поток в виде бигармонического импульса:

$$f(t) = f_{dc} + f_{ac}(\cos\omega t + \gamma\cos(2\omega t + \varphi)), \quad (5)$$

где f_{dc} и f_{ac} – постоянная и переменная составляющие относительного магнитного потока $f = \Phi_{ext}/\Phi_0$, пронизывающего контур; φ – относительная фаза импульсов в суперпозиции, γ – относительная амплитуда.

В случае бигармонического импульса большой амплитуды удобно использовать квазиэнергетическое представление [19], которое дает точные промежуточные состояния системы в переменном поле произвольной амплитуды и позволяет выявить особенности резонансных переходов, обусловленных движением и пересечением квазиуровней при изменении поля. Согласно теореме Флоке [19] общее решение уравнения Шредингера ($\hbar=1$) может быть разложено по полному набору функций Флоке $|\Phi_k(t)\rangle$

$$|\Psi_k(t)\rangle = |\Phi_k(t)\rangle e^{-iQ_k t}, \quad (6)$$

где величины Q_k не зависят от времени и называются квазиэнергиями [19, 20] ($k = 1, 2$ для кубита), а векторы состояний зависят периодически от времени $|\Phi_k(t)\rangle = |\Phi_k(t+T)\rangle$ и являются решением уравнения

$$(H(t) - i\frac{\partial}{\partial t})|\Phi_k(t)\rangle = Q_k |\Phi_k(t)\rangle. \quad (7)$$

Квазиэнергии Q_k и собственные функции $|\Phi_k(t_0)\rangle$ в начальный момент времени $t = t_0$ находятся из решения уравнения

$$U(T)|\Phi_k(t_0)\rangle = e^{-iQ_k T} |\Phi_k(t_0)\rangle, \quad (8)$$

где $U(T) = \hat{P} \exp(-i\int_0^T H(t)dt)$, \hat{P} – оператор хронологического упорядочения. Поскольку квазиэнергии определены неоднозначно $Q'_k = Q_k + k\omega$, то мы будем изображать их в первой зоне «Бриллюэна» ($0 < Q_k < \omega$).

С использованием численного решения уравнения (7) на рис. 2а и рис. 2в приведены зависимости квазиэнергии от параметров системы в случае бигармонического импульса, где параметры системы выбраны близкими к экспериментальным данным из [18]. Характерной чертой для данных зависимостей является нарушение симметрии по отношению к составляющим импульса:

$Q_{1,2}(f_{dc}) \neq Q_{1,2}(-f_{dc})$ и $Q_{1,2}(f_{ac}) \neq Q_{1,2}(-f_{ac})$, что не наблюдается для случая монохроматического импульса [5–7]. Эти свойства асимметрии следуют из гамильтониана системы (3). Факт пересечения квазиэнергетических уровней играет важную роль в формировании населенностей уровней.

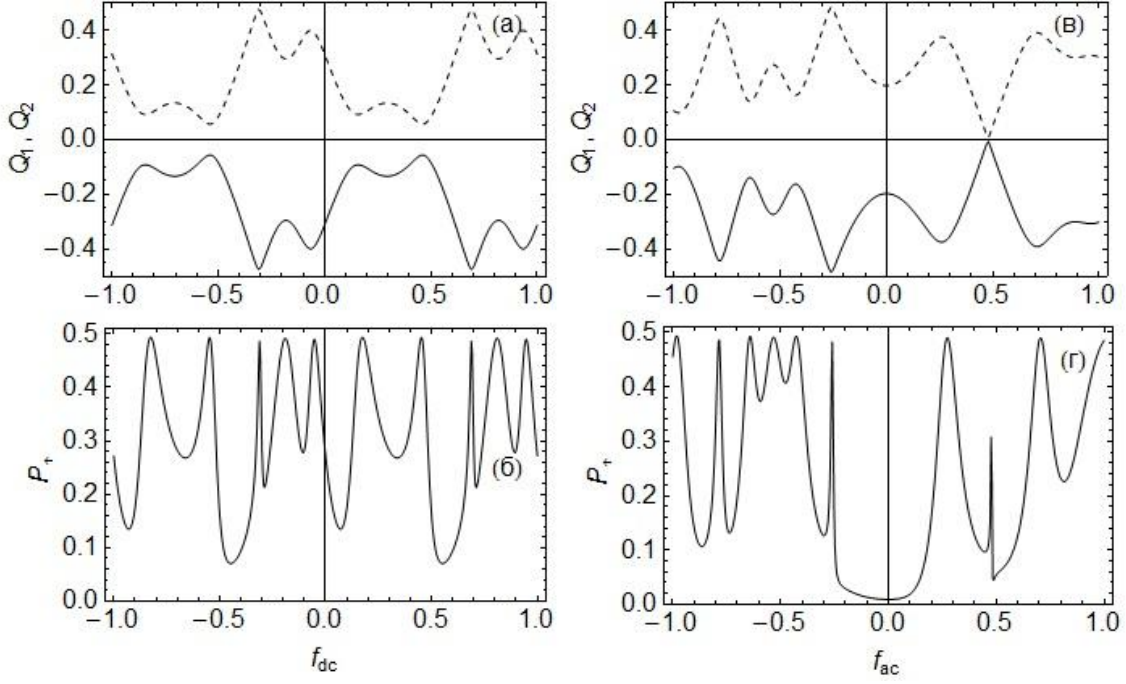


Рис. 2. Зависимости квазиэнергетических уровней $Q_{1,2}$ кубита и вероятность нахождения кубита в возбужденном состоянии P_{\uparrow} при изменении относительных магнитных потоков соответственно f_{dc} (а, б) (при $f_{ac} = 1$) и f_{ac} (в, г) (при $f_{dc} = 0.8$). Параметры системы: $E_J / h = 27$ ГГц, $\omega = 6.11$ ГГц, $d = -0.19$, $\gamma = 0.3$, $\varphi = \pi$, $\Gamma = 0.0001$ ГГц

Исследования вероятностей переходов под действием внешнего поля основываются на решении уравнения для матрицы плотности [21], что позволяет изучить влияние квантового шума на характеристики системы, а также исследовать интерференционные эффекты, связанные с разностью амплитуд и фаз подаваемых импульсов. Для джозефсоновских зарядовых кубитов, реализуемых в виде плоских туннельных переходов, главным источником шума являются флуктуации магнитного потока, что позволяет рассматривать только поперечную релаксацию в системе [5–7]. В этом случае уравнение для оператора плотности кубита $\hat{\rho}$ в марковском приближении можно записать в виде:

$$i \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{\rho}, \hat{H}] + \Gamma (\hat{\sigma}_z \hat{\rho} \hat{\sigma}_z - \hat{\rho}), \quad (9)$$

где скорость Γ характеризует процесс затухания фазы (дефазировка). Матрица плотности является двумерной эрмитовой матрицей, которую можно представить в виде линейной комбинации единичной матрицы $\hat{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ и матриц

Паули $\vec{\sigma} = \{\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z\}$:

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2} (\hat{I} + \vec{\sigma} \vec{R}), \quad (10)$$

где $\vec{R} = \text{Tr}(\vec{\sigma} \rho)$, тогда уравнение (10) с учетом гамильтониана (3) запишется в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_x}{\partial t} &= -h_z R_y - \Gamma R_x, \\ \frac{\partial R_y}{\partial t} &= -h_x R_z + h_z R_x - \Gamma R_y, \\ \frac{\partial R_z}{\partial t} &= h_x R_y, \end{aligned} \quad (11)$$

где $h_x = -E_J d \sin(\pi f(t))$, $h_z = -E_J \cos(\pi f(t))$. Для нахождения вероятности перехода кубита между энергетическими состояниями будем считать, что в начальный момент времени кубит находился в состоянии, которое является собственным вектором гамильтониана (3) в отсутствие переменной составляющей поля ($f_{ac} = 0$ в выражении (5)), т.е. кубит был «приготовлен» на энергетическом уровне E_- (см. рис. 1в). Будем интересоваться вероятностью перехода кубита на верхний уровень, которая определяется соотношением:

$$P_{\uparrow} = 1 + R_z. \quad (12)$$

На рис. 2б и 2г рассчитаны вероятности нахождения кубита в возбужденном состоянии; можно заметить, что появление резких пиков в зависимостях $P_{\uparrow}(f_{dc})$ и $P_{\uparrow}(f_{ac})$ происходит в

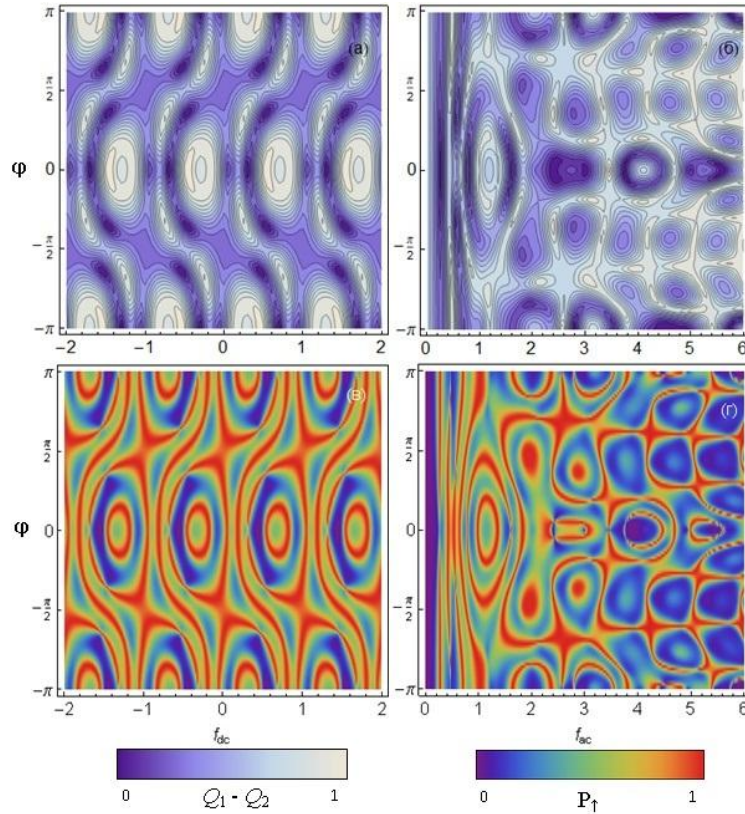


Рис. 3. Зависимость линий равного уровня квазиэнергий $Q_1 - Q_2$ (а, б) и вероятности населенности возбужденного уровня P_{\uparrow} (в, г) при изменении относительной разности фаз импульсов φ и магнитных потоков f_{dc} (а, в) (при $f_{ac} = 1$) и f_{ac} (б, г) (при $f_{dc} = 0.8$). Параметры системы аналогичны тем, что представлены на рис. 2

моменты «сближения» (квазипересечения) уровней $Q_{1,2}(f_{dc})$ и $Q_{1,2}(f_{ac})$, когда становится возможным туннелирование Ландау–Зинера. Подобные свойства были ранее получены для потокового джозефсоновского кубита, однако расчет вероятностей переходов основывался на решении уравнения Шредингера в квазиэнергетическом представлении (см. работы [22, 23]).

Как мы увидим, в случае бигармонического импульса важными характеристиками являются относительная амплитуда γ и фазы φ подаваемых импульсов [12, 22], изменяя которые можно управлять формой подаваемых импульсов и соответственно темпом переходов Ландау–Зинера. Указанное свойство позволяет использовать кубит в качестве квантового смесителя импульсов.

На рис. 3 (в, г) приведены интерференционные картины населенностей кубита при одновременном изменении разности фаз φ и амплитуд постоянного f_{dc} и переменного f_{ac} магнитных потоков, а на рис. 3 (а, б) изображены соответствующие им линии движения квазиуровней $Q_1 - Q_2$. Видно, что квазиэнергетическая картина хорошо объясняет формирование областей динамической локализации (в момен-

ты квазипересечений $Q_1 - Q_2 \rightarrow 0$), то есть $P_{\uparrow} \rightarrow 0$ (рис. 3 (в, г)). Из полученных интерференционных картин видна периодичность относительно постоянной составляющей импульса $f_{dc} = f_{dc} + n$, где n – целое число; данное свойство позволяет сузить диапазон изменения постоянного магнитного поля: $f_{dc} \in [0, 1]$.

Для получения дополнительной информации о том, как форма импульса влияет на поведение кубита, были вычислены вероятности нахождения кубита в возбужденном состоянии (см. рис. 4) при изменении амплитуд импульса f_{ac} и γf_{ac} , соответственно, с частотами ω и 2ω , которые были введены в формуле (5). Фиолетовые области на рис. 4, как и на рис. 3 (в, г), соответствуют эффекту квантового подавления туннелирования, а красные области показывают положение резонансов Ландау–Зинера. Отметим, что при относительной фазе $\varphi = \pi/2$ интерференционная картина симметрична по γ , данный эффект ранее был получен и для потокового кубита в поле бигармонического импульса [22].

Влияние релаксации на динамику одиночного кубита под действием сильного поля рас-

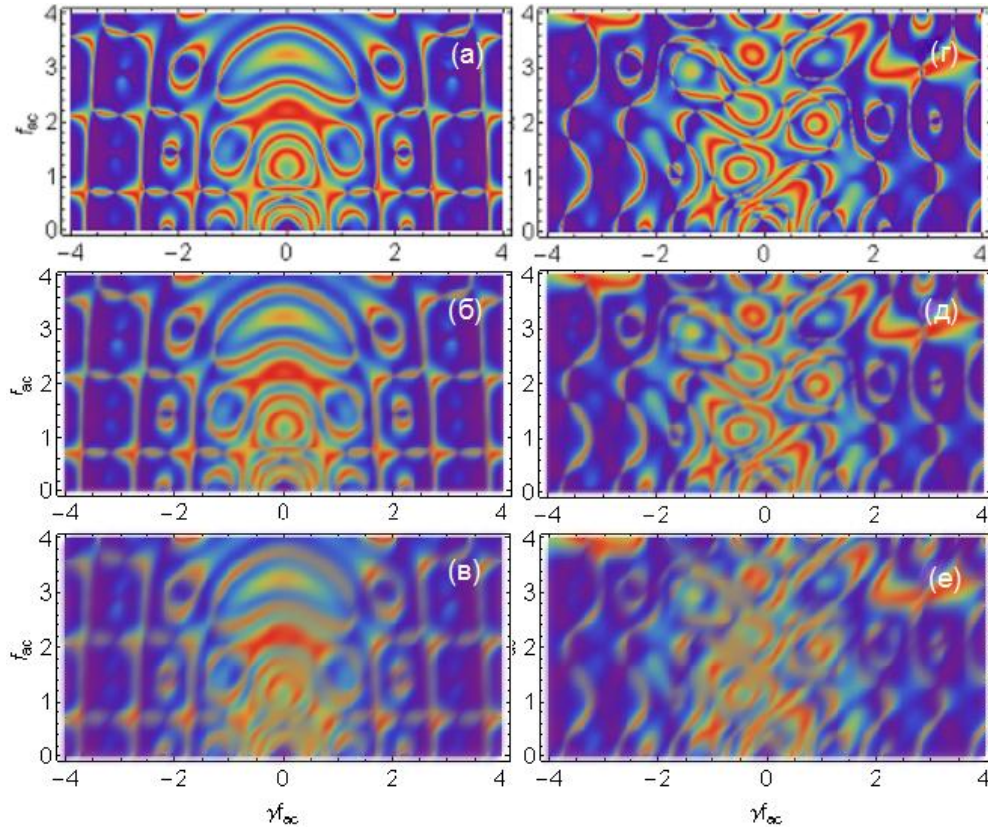


Рис. 4. Вероятности населенности возбужденного уровня P_{\uparrow} при изменении относительной амплитуды импульсов f_{ac} и γ_{ac} при $\varphi = \pi/2$ (а, б, в) и $\varphi = \pi$ (г, д, е) для различных параметров релаксации: (а, г) $\Gamma = 0.0001$ ГГц, (б, д) $\Gamma = 0.05$ ГГц, (в, е) $\Gamma = 1$ ГГц. Параметры системы аналогичны тем, что представлены на рис. 3, $f_{dc} = 0.8$

смотрено методом решения уравнения для матрицы плотности (9). Согласно [5] учет дефазировки при анализе интерференционной картины приводит к уширению резонансов и полному их перекрытию уже при $\Gamma \approx \omega/2\pi$ (см. рис. 4б и г), однако структура резонансов сохраняется. Высокая контрастность интерференционной картины в области резонансов может быть использована для диагностики состояний кубитов и измерения их характеристик в реальных условиях. Заметим, что, получив экспериментально интерференционные картины по разверткам относительной разности фаз и амплитуд (аналог рис. 3 и рис. 4), на эксперименте можно восстановить форму импульса, следовательно, кубит может выступать как устройство для калибровки ультракоротких импульсов.

Заключение

Таким образом, динамика зарядового джозефсоновского кубита в сильном переменном электромагнитном поле существенно зависит от формы управляющего импульса. При сближении квазиэнергетических уровней кубитов наблюдаются переходы Ландау–Зинера, а положения областей сближения квазиуровней существенно

зависят от параметров импульса. В моменты квазипересечений в зависимостях вероятностей возбуждения кубита наблюдаются резкие пики, что соответствует областям квантового когерентного туннелирования Ландау–Зинера. В свою очередь, это приводит к формированию интерференционных картин населенностей возбужденного уровня кубита, которые оказываются чувствительными к параметрам импульса и шума.

Можно указать на аналогию рассматриваемой системы с интерферометром Маха–Цендера в оптике [24], где используется светоделитель для расщепления оптического импульса на две когерентные волны, которые далее перемещаются по двум путям различной длительности, сводятся вместе и интерferируют на оптической пластине. Воздействие бигармонического импульса на систему подобно введению на пути света двух типов светоделителей, что позволяет путем изменения относительной фазы импульсов (относительно положения «светоделителей») влиять на интерференционную картину. Следовательно, путем снятия интерференционных картин населенностей в зависимости от амплитуды и фазы подаваемого бигармонического сигнала можно экспериментально восстановить форму подаваемого на систему импульса

са, т.е. кубит будет выступать в роли квантового устройства для калибровки наносекундных импульсов ($T = 2\pi/\omega$, $\omega \sim \text{ГГц}$). Проведенный анализ показывает, что влияние дефазировки на интерференционные картины сводится к уширению и размытию областей квантового когерентного туннелирования.

Работа выполнена в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007—2013 годы».

М.В. Денисенко выражает благодарность некоммерческому фонду Д. Зиминой «Династия».

Список литературы

1. Нильсен М., Чанг И. Квантовые вычисления и квантовая информация. М.: Мир, 2006. 824 с.
2. Nakamura Y. et al. // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88. P. 047901.
3. Izmailkov A. et al. // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 93. P. 037003.
4. Grajcar M. et al. // Phys. Rev. B. 2005. V. 72. P. 020503(R).
5. Oliver W.D. et al. // Science. 2005. V. 310. P. 1653.
6. Berns D.M. et al. // Nature. 2008. V. 455. P. 51.
7. Oliver W.D. and Valenzuela S.O. // Quantum Inf. Process. 2009. V. 8. P. 261.
8. Landau L.D. // Phys. Z. Sowjetunion. 1932. V. 2. P. 46.
9. Zener C. // Proc. R. Soc. A. 1932. V. 137. P. 696.
10. Соловьев Е.А. // УФН. 1989. V. 157. P. 437.
11. Никитин Е.Е., Уманский С.Я. Неадиабатические переходы при медленных атомных столкновениях. М.: Атомиздат, 1979.
12. Bylander J. et al. // Phys. Rev. B. 2009. V. 80. P. 220506 (R).
13. Gustavsson S., Bylander J., and Oliver W.D. // Phys. Rev. Lett. 2013. V. 110. P. 016603.
14. Nakamura Y., Pashkin Yu., and Tsai J. S. // Nature. 1999. V. 398. P. 786.
15. Vion D. et al. // Science. 2002. V. 296. P. 886.
16. Barone A. and Paternò G. Physics and applications of the Josephson effect. New York: Wiley, 1982.
17. Single Charge Tunneling / Ed. by H. Grabert and M.H. Devoret. New York: Plenum Press, 1992.
18. Tuorila J. et al. // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 105. P. 257003.
19. Shirley J. H. // Phys. Rev. 1965. V. 138. P. B979.
20. Zel'dovich Ya.B. // Sov. Phys. JETP. 1967. V. 24. P. 1006.
21. Скалли М.О., Зубайри М.С. Квантовая оптика. М.: Физматлит, 2003. 512 с.
22. Денисенко М.В., Сатанин А.М. // Известия РАН. Серия Физическая. 2011. Т. 75. № 5. С. 700.
23. Satanin A.M. et al. // Phys. Rev. B. 2012. V. 85. P. 184524.
24. Born M. and Wolf E. Principles of optics. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

QUANTUM MIXER OF ULTRASHORT ELECTROMAGNETIC PULSES

M.V. Denisenko, A.M. Satanin

The dynamics of a Josephson charge qubit excited by ultrashort electromagnetic pulses has been studied. The shape of electromagnetic pulses has been shown to significantly affect the Landau-Zener transition rates and the qubit excitation probability. A possibility is discussed of using the qubit as a quantum mixer of large amplitude electromagnetic signals and a device for ultrashort pulse diagnostics.

Keywords: charge qubit, Landau-Zener tunneling, quasienergy, amplitude spectroscopy, calibration of electromagnetic pulses.