УДК 004.93+62-50

СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ С ЭТАЛОННОЙ МОДЕЛЬЮ В УСЛОВИЯХ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ И НАЛИЧИЯ ВНЕШНЕГО ВОЗМУЩЕНИЯ

И.С. Гельфер, И.В. Котельников, Л.Г. Теклина

Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского

neymark@pmk.unn.ru

Поступила в редакцию 31.05.2013

Рассматривается задача построения системы управления с эталонной моделью для линейного динамического объекта с неизвестными параметрами при наличии неконтролируемого внешнего возмущения. Для ее решения предлагается использовать новый подход: синтез системы квазиинвариантного управления методами распознавания образов.

Ключевые слова: динамическая система, квазиинвариантное управление, распознавание образов.

Введение

Задача управления динамическим объектом в условиях его априорной параметрической неопределённости не является новой. Существует множество методов её решения на основе адаптивного управления, но интерес к этой проблеме не угасает. Не менее актуальной является и другая задача – поиск методов управления динамической системой при наличии неизвестного внешнего возмущения. Имеется большое количество публикаций, где предлагаются различные подходы и методы решения этой проблемы, основанные на получении тех или иных оценок возмущения и его производных. Одним из новых подходов к решению этой задачи является квазиинвариантное управление [1, 2]. В работе рассматривается возможность одновременного решения обеих проблем путем синтеза системы квазиинвариантного управления.

Квазиинвариантное управление не является оптимальным. С его помощью можно получить множество равноправных решений. Именно этот факт позволяет использовать методы распознавания образов и с их помощью получить в качестве решения не единственный набор, а целую область значений параметров, удовлетворяющих целевой функции управления. Отличительной особенностью такого решения является его статистический характер с оценкой степени достоверности полученных результатов.

Квазиинвариантное управление было успешно применено для управления линейным динамическим объектом, когда параметры объекта известны и требовалось найти только параметры управляющей функции [3]. В настоящей работе предлагается использовать квазиинвариантное управление и в том случае, когда неизвестны не только параметры управляющей функции, но и параметры самого объекта управления.

Рассмотрим предлагаемый подход на примере задачи синтеза системы слежения.

Постановка задачи

Рассматривается задача управления линейным динамическим объектом с эталонной моделью при условии внешнего воздействия на объект [4, 5]. Объект описывается уравнением

$$(P^n + a_1 P^{n-1} + \ldots + a_{n-1} P + a_n) y(t) = -u(t) + \xi(t)\,, \quad (1)$$

эталонная модель задана в виде

$$(P^n + b_1 P^{n-1} + \ldots + b_{n-1} P + b_n) y^*(t) = g(t)\,, \qquad (2)$$

где $P = \dfrac{d}{dt}$ – оператор дифференцирования, $\mathbf{a} = (a_1, \ldots, a_n)$ – неизвестные параметры объекта, $y(t)$ – регулируемая величина, $u(t)$ – управление, $\xi(t)$ – неизвестное ограниченное по величине внешнее воздействие на объект, $y^*(t)$ – выход эталонной модели, $g(t)$ – задающее воздействие. Цель управления заключается в достижении требуемой величины ошибки управления $|\, e(t) \,|=|\, y(t) - y^*(t) \,| < \delta$, δ – заданная величина точности управления при заданных начальных условиях в фазовом пространстве системы.

Согласно [1, 2] управление выбираем в виде

$$\mu u(t) = (P^{n-1} + d_1 P^{n-2} + \ldots + d_{n-2} P + d_{n-1})(y - y^*), \quad (3)$$

соответствующем системе квазиинвариантного управления минимальной сложности. Здесь $(d_1, \ldots, d_{n-1}, \mu)$ – вектор неизвестных параметров управляющей функции.

Подстановкой (3) в (1) и заменой переменных $y^*(t) = y_1(t)$, $y(t) = y_{n+1}(t)$ уравнения (1), (2) переводятся в систему дифференциальных уравнений 2*n*-го порядка:

$$\begin{gathered}
\dot{y}_1(t) = y_2(t), \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\dot{y}_{n-1}(t) = y_n(t), \\
\dot{y}_n(t) = -\sum_{i=1}^{n} b_{n+1-i} y_i(t) + g(t), \\
\dot{y}_{n+1}(t) = y_{n+2}(t), \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\dot{y}_{2n-1}(t) = y_{2n}(t), \\
\dot{y}_{2n}(t) = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{d_{n-i}}{\mu} y_i(t) + \frac{1}{\mu} y_n(t) - \\
-\sum \left(a_{n+1-i} + \frac{d_{n-i}}{\mu} \right) y_{n+i}(t) - \left(a_1 + \frac{1}{\mu} \right) y_{2n}(t) + \xi(t).
\end{gathered} \tag{4}$$

Ошибка управления принимает вид

$$| e(t) | = | y_{n+1}(t) - y_1(t) | < \delta . \tag{5}$$

Для системы уравнений (4) необходимо найти область $\boldsymbol{\Omega}^*$ в пространстве параметров $\boldsymbol{\Omega} = \{\boldsymbol{\omega} = (a_1,\ldots,a_n,d_1,\ldots,d_{n-1},\mu)\}$, в которой выполняется условие (5). Для решения этой задачи будем использовать методы распознавания образов – статистические методы, значит, результаты решения имеют статистический характер и требуют оценки степени их статистической достоверности. Ставится задача отыскания и описания не всех возможных значений неизвестных параметров, а хотя бы некоторого их подмножества $\widetilde{\boldsymbol{\Omega}}^* \subseteq \boldsymbol{\Omega}^*$ достаточно простой конфигурации, но определяемого с заданной высокой степенью статистической достоверности. В зависимости от вида области $\widetilde{\boldsymbol{\Omega}}^*$ возможны два варианта решения:

– для каждого набора параметров $(a_1,\ldots,a_n)$ объекта управления существует своя область параметров $(d_1,\ldots,d_{n-1},\mu)$ для управляющей функции;

– для любого набора параметров $(a_1,\ldots,a_n)$ область изменения параметров $(d_1,\ldots,d_{n-1},\mu)$ неизменна.

Для того чтобы область параметров управляющей функции была одной и той же для всех параметров объекта управления, т.е. выбор $(d_1,\ldots,d_{n-1},\mu)$ не зависел от выбора $(a_1,\ldots,a_n)$, искомая область $\widetilde{\boldsymbol{\Omega}}^*$ должна представлять собой цилиндрическое множество, определяемое множеством $\mathbf{A}^* = \{\mathbf{a} = (a_1,\ldots,a_n)\}$ и совокупностью линейных функций $\varphi_i(\boldsymbol{\omega}) = a_i$, $i = 1,\ldots,n$, так что $\widetilde{\boldsymbol{\Omega}}^* = \{\boldsymbol{\omega} \setminus (\varphi_1(\boldsymbol{\omega}),\ldots,\varphi_n(\boldsymbol{\omega})) \in \mathbf{A}^*\}$. Простейшим типом такого множества является параллелепипед.

Решение задачи методами распознавания

Решение реализуется в два этапа:

1. Построение области параметров $\widetilde{\boldsymbol{\Omega}}_{\mathbf{0}} \subseteq \boldsymbol{\Omega}$, удовлетворяющей условию устойчивости динамической системы (4): все собственные значения матрицы коэффициентов **F** системы уравнений (4) имеют отрицательные действительные части.

2. Построение области параметров $\widetilde{\boldsymbol{\Omega}}^* \subseteq \widetilde{\boldsymbol{\Omega}}_{\mathbf{0}}$, удовлетворяющей целевому условию управления (5).

Каждый этап реализуется последовательным выполнением трех процедур:

a) поиск точки C в пространстве $\boldsymbol{\Omega}$ с координатами значений параметров, удовлетворяющих целевому условию этапа;

b) формирование обучающей выборки на основе выбранной точки C с использованием гипотезы компактности искомого множества;

c) построение решающего правила, отвечающего заданной степени статистической достоверности.

На первом этапе процедура (a) реализуется путем решения задачи минимизации методом случайного спуска по величине m максимума действительной части собственных значений матрицы **F** с помощью функций из библиотеки MATLAB:

$$m = \min_{\boldsymbol{\omega} \in \boldsymbol{\Omega}} (\max(\mathrm{real}(\mathrm{eigen}(\mathbf{F})))),$$

спуск реализуется до величины $m_0 < 0$.

На втором этапе процедура (a) реализуется путем решения задачи минимизации случайным спуском по величине

$$| e(t) | = \min_{\boldsymbol{\omega} \in \widetilde{\boldsymbol{\Omega}}_{\mathbf{0}}} | y_{n+1}(t) - y_1(t) |$$

до значения $e_0 < \delta$.

Процедура (b) формирует обучающую последовательность путем случайного выбора параметров на основе равномерного распределения из некоторой области *G*, представляющей собой окрестность найденной точки *C*. Требования к области G состоят в том, что она должна включать как точки со значениями параметров, удовлетворяющими цели этапа, так и точки, не удовлетворяющие поставленной цели. Это сделать несложно простым расширением области *G*. К классу 1 относятся все точки, для которых выполняется целевая функция этапа. Все остальные точки относятся к классу 2.

По найденным обучающим выборкам строятся синдромальные решающие правила [6] (процедура (с)). Из полученных синдромов (параллелепипедов) решающего правила для класса 1 выбирается синдром S максимального объёма. Оценка достоверности синдрома $D = N_1 / N$, где N_1 – число объектов класса 1, N – число объектов обучающей выборки. Если $D \geq D^*$, где D^* – заданная оценка достоверности, то полученный синдром S принимается за область параметров, удовлетворяющих целевой функции этапа. В противном случае S принимается за новую область, из которой формируется новая обучающая выборка, и аналогично строится новый синдром более высокой достоверности.

Результаты исследования конкретной модели

В качестве иллюстрации возможностей применения предложенного подхода рассмотрим результаты исследования конкретной модели [4].

Объект описывается линейным уравнением порядка $n = 3$:

$$(P^3 + a_1P^2 + a_2P + a_3)y(t) = -u(t) + \xi(t),$$

а эталонная модель задана в виде

$$(P^3 + 3P^2 + 3P + 1)y^*(t) = 1 + \sin t.$$

При наличии возмущения $\xi(t) = c\sin(wt)$ для начальных условий $y_1(0) = y_2(0) = y_3(0) = 0$, $y_4(0) = y_5(0) = y_6(0) = 1$ и следующих требованиях, предъявляемых к системе управления: $\delta = 0.01$, $D^* = 0.99$, – синтезировано управление вида

$$\mu u(t) = (P^2 + d_1P + d_2)(y - y^*),$$

где искомые параметры могут принимать любые значения из области

$$\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^* = \begin{bmatrix} 1.03092 \leq a_1 \leq 1.90780 \\ 2.25237 \leq a_2 \leq 3.34018 \\ -0.09175 \leq a_3 \leq -0.00021 \\ 3.27319 \leq d_1 \leq 4.41151 \\ 1.09032 \leq d_2 \leq 2.16698 \\ 0.02489 \leq \mu \leq 0.02919 \end{bmatrix}.$$

Эта область – результат последовательного решения двух задач распознавания:

$$S_1 = \begin{bmatrix} 1.02749 \leq a_1 \leq 4.99537 \\ 2.24497 \leq a_2 \leq 7.14240 \\ -0.11142 \leq a_3 \leq 5.91674 \\ 0.83582 \leq d_1 \leq 5.67347 \\ 0.10519 \leq d_2 \leq 4.50503 \\ 0.00034 \leq \mu \leq 1.15355 \end{bmatrix},$$

$$S_2 = \begin{bmatrix} 1.03092 \leq a_1 \leq 1.90780 \\ 2.25237 \leq a_2 \leq 3.34018 \\ -0.09175 \leq a_3 \leq -0.00021 \\ 3.27319 \leq d_1 \leq 4.41151 \\ 1.09032 \leq d_2 \leq 2.16698 \\ 0.02489 \leq \mu \leq 0.02919 \end{bmatrix},$$

где S_1 (область устойчивости) и S_2 (область параметров, отвечающих цели управления) – шестимерные синдромы (параллелепипеды), полученные на соответствующих этапах. Синдром S_1 получен на обучающей выборке из 50000 объектов с достоверностью D=0.99962. Синдром S_2 получен на обучающей выборке из 10000 объектов с достоверностью D=0.9981. Результаты проверены на независимых контрольных выборках таких же объёмов.

Рассматриваемая задача является задачей слежения. Выход объекта должен с заданной точностью отслеживать выход эталонной модели. Процесс слежения представлен на рисунках 1–3. На них показаны в зависимости от времени: выход эталонной модели $y_1(t)$, выход объекта $y_4(t)$, ошибка управления $|e(t)| = |y_1(t) - y_4(t)|$, внешнее воздействие $\xi(t)$ и уровень заданной точности управления δ.

На рис. 1 наблюдение процесса слежения затруднено изображением кривой внешнего воздействия $\xi(t)$, заполняющего практически весь рисунок. На рис. 2 $\xi(t)$ не показано и можно более четко увидеть процесс слежения. Из точки (0,0) выходит кривая выхода эталонной модели $y_1(t)$, из точки (0,1) – кривая выхода объекта управления $y_4(t)$, из той же точки монотонно убывает кривая ошибки управления $|e(t)|$. На рис. 3 показаны фрагмент последней кривой в крупном масштабе и уровень $\delta = 0.01$.

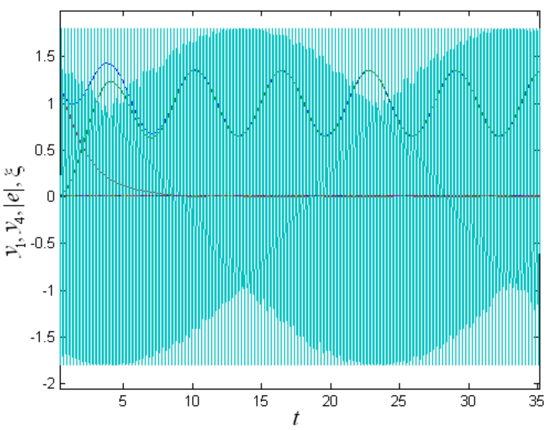

Рис. 1. Процесс слежения с отображением $\xi(t)$

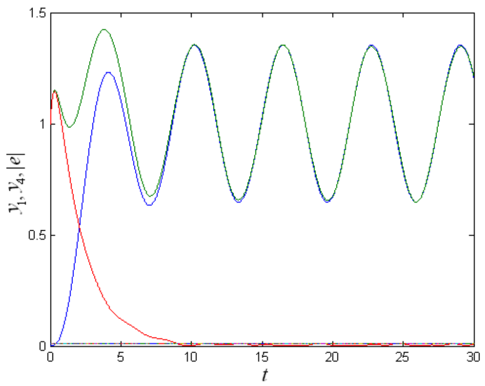

Рис. 2. Процесс слежения без отображения $\xi(t)$

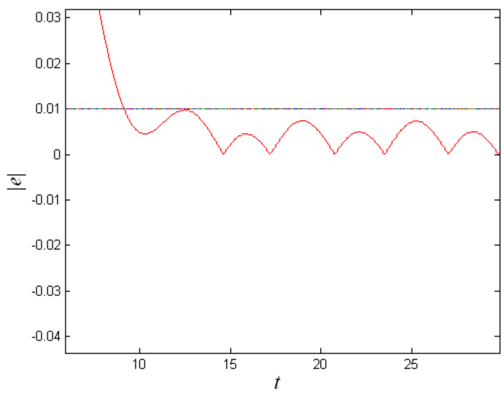

Рис. 3. Ошибка управления $|e(t)|$

При $t > 9.15$ ошибка управления нигде не превосходит уровня $\delta = 0.01$.

Задача решалась при различных внешних воздействиях на объект. Во всех случаях получены положительные результаты. При этом на полученной области параметров $\widetilde{\mathbf{\Omega}}^* = S_2$ наиболее трудно компенсируются управляющим сигналом постоянные внешние воздействия $\xi(t) = c$. Допустимые амплитуды их невелики ($c \leq 0.34$), т.е. приблизительно на уровне амплитуды переменной части сигнала эталонной модели. Изменяющиеся во времени и особенно высокочастотные внешние воздействия компенсируются легче и допускают большие значения амплитуды ($c \cong 1.8$ в рассмотренном примере).

Заключение

Полученные результаты позволяют говорить о возможности и эффективности применения предложенного подхода к решению задачи управления линейным динамическим объектом в условиях его априорной параметрической неопределённости и при наличии внешнего воздействия. Программное обеспечение распознавания образов и получения решения системы дифференциальных уравнений практически не имеют ограничений и позволяют исследовать системы управления высокого порядка с большим числом параметров. Хотелось бы отметить и еще один факт: синтез системы квазиинвариантного управления методами распознавания образов помимо основной цели – компенсации внешнего воздействия на объект – позволяет по области параметров получить конкретную оценку робастной устойчивости исследуемой динамической системы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 11-01-00379).

Список литературы

1. Неймарк Ю.И. О парадоксе и идеальном регуляторе Щипанова // Вестник ННГУ им. Н.И. Лобачевского. Математическое моделирование и оптимальное управление. 2006. Вып. 3(32). С. 83–88.

2. Неймарк Ю.И. Синтез и функциональные возможности квазиинвариантного управления // Автоматика и телемеханика. 2008. № 10. С. 48–56.

3. Теклина Л.Г., Котельников И.В. Синтез линейной системы квазиинвариантного управления минимальной сложности методами интеллектуального анализа данных // Интеллектуализация обработки информации ИОИ-2012. Доклады 9-й Международной конференции. М.: Изд-во «ТОРУС ПРЕСС», 2012. С. 152–155.

4. Цыкунов А.М. Модифицированный адаптивный алгоритм высокого порядка для управления линейным объектом по выходу // Автоматика и телемеханика. 2006. № 8. С. 143–153.

5. Цыкунов А.М. Алгоритмы робастного управления с компенсацией ограниченных возмущений // Автоматика и телемеханика. 2007. № 7. С. 103–113.

6. Kotel'nikov I.V. A Syndrome Recognition Method Based on Optimal Irreducible Fuzzy Tests // Pattern Recognition and Image Analysis. 2001. V. 11. № 3. P. 553–559.

SYNTHESIS OF A CONTROL SYSTEM WITH A REFERENCE MODEL FOR A PARAMETRICALLY INDETERMINATE CONTROL OBJECT AND EXTERNAL PERTURBATIONS

I.S. Gel'fer, I.V. Kotel'nikov, L.G.Teklina

The problem of constructing a control system with a reference model for a linear dynamic object with unknown parameters in the presence of uncontrollable external perturbations is considered. A new approach is proposed to solve the problem through the synthesis of a quasi-invariant control system using pattern recognition methods.

Keywords: dynamic system, quasi-invariant control, pattern recognition.