

УДК 001.89; 001.83

**СКАЧОК ЭЛЕКТРОННОЙ ПЛОТНОСТИ В ПЛАЗМЕ,
ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ С ПЕРЕМЕННЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ**

© 2013 г.

В.Б. Гильденбург, А.И. Симатов

Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского

gil@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 18.04.2013

В рамках стационарной одномерной модели с локальной поляризуемостью рассчитаны самосогласованные ступенеобразные профили электронной плотности, устанавливающиеся при конечной температуре электронов в неоднородной плазме на фоне заданного распределения плотности ионов в результате уравнивания средней пондеромоторной силы переменного электрического поля, параллельного градиенту плотности, силами статического кулоновского поля и электронного давления.

Ключевые слова: профиль электронной плотности, скачок плотности, средняя пондеромоторная сила, плазменный резонанс.

Исследование самосогласованных распределений электронной плотности и переменного электрического поля представляет интерес в связи с разнообразными проблемами взаимодействия оптического и микроволнового излучения высокой интенсивности с плазмой: нагрев плазмы в микроволновых и оптических разрядах, создание микро- и наноструктур в процессах ионизации среды короткими лазерными импульсами, поглощение и преобразование спектра излучения, включая его генерацию в труднодоступных частотных диапазонах (рентгеновском и терагерцовом), ускорение заряженных частиц и т.д. Одной из важных задач является, в частности, исследование деформации профиля электронной плотности в окрестности точки плазменного резонанса, где продольная (параллельная градиенту плотности) компонента переменного электрического поля, а следовательно, и определяемая ею усредненная пондеромоторная сила имеют сильные резонансные максимумы. Перераспределение электронов в резонансной области под действием этой силы может приводить к формированию квазистационарного скачка плотности, сильно изменяющего величину резонансного поглощения и весь характер взаимодействия поля с плазмой.

Целью настоящей работы является численное моделирование самосогласованных одномерных стационарных распределений продольного поля и электронной плотности, формируемых при конечной температуре электронов на фоне заданного (невозмущаемого полем) распределения плотности ионов, т.е. в условиях сильного нарушения квазинейтральности плазмы. Ранее подобные задачи решались главным образом применительно к условиям квазинейт-

ральной деформации [1–9], способной реализоваться в лазерных импульсах достаточно большой длительности, когда профиль ионной плотности под действием возникающего статического кулоновского поля успевает деформироваться вместе с электронным. Исследование деформации одного лишь электронного профиля (на фоне неизменного ионного), вызывающее в настоящее время повышенный интерес в связи с развитием техники генерирования ультракоротких (фемтосекундных) лазерных импульсов, проводилось ранее в работах [10–12] для частного случая нулевой температуры электронов.

Исходные уравнения, определяющие распределение электростатического потенциала $\varphi(x)$, комплексной амплитуды $E(x)$ переменного электрического поля (представляемого в виде $\mathbf{E} = \mathbf{x}_0 \text{Re}\{E(x)\exp(i\omega t)\}$) и электронной плотности $N_e(x)$ в условиях равновесия усредненных по времени сил, действующих на электроны, имеют вид (см. также [11,12])

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -4\pi e(N_e - N_i),$$

$$N_e = N_c \exp\left(-\frac{e\varphi + \Phi}{T_e}\right), \quad (1)$$

$$E(x) = \frac{E_0}{\varepsilon(x)}, \quad \varepsilon(x) = 1 - \frac{N_e}{N_c[1 - i(\nu/\omega)]},$$

$$\Phi = \frac{|E(x)|^2}{4m\omega^2}. \quad (2)$$

Здесь e , m , T_e и ν – соответственно заряд, масса, температура и эффективная частота соударений электронов (последняя предполагается малой по сравнению с частотой поля ω), Φ

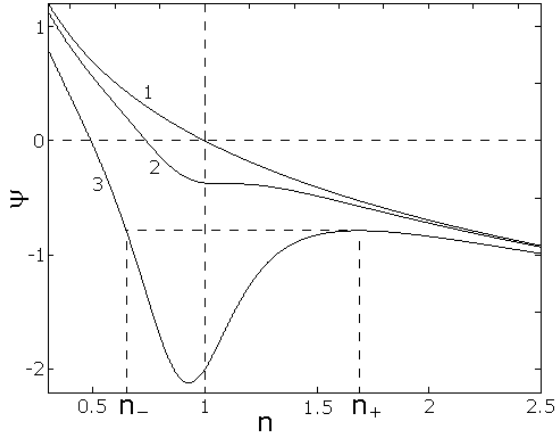


Рис. 1. Диаграммы стационарных состояний на плоскости (ψ, n) при $\tilde{v}^2 = 0.1$ и различных значениях параметра w_0 : 1 – $w_0 = 0$; 2 – $w_0 = 0.0357$ ($\eta = w_0 / \tilde{v}^3 = \eta_{cr} = 1.29$); 3 – $w_0 = 0.2$ ($\eta = 6.32 > \eta_{cr}$)

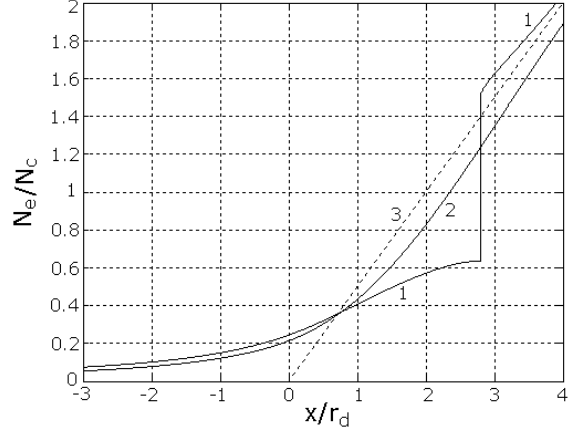


Рис. 2. Профили электронной плотности $n = N_e / N_c$ при наличии пондеромоторной силы (кривая 1 – $w_0 = 0.3$, $\tilde{v}^2 = 0.3$, $\gamma = \omega r_d / (v l) = 0.5$) и в ее отсутствие (кривая 2 – $w_0 = 0$, $\gamma = 0.5$); пунктирная прямая 3 – заданный профиль плотности ионов N_i / N_c

– потенциал усредненной силы, действующей на электрон, ϵ – диэлектрическая проницаемость плазмы, $N_c = m\omega^2 / 4\pi e^2$ – критическая концентрация, E_0 – амплитуда переменного поля вне плазмы (при $x \rightarrow -\infty$), N_i – плотность ионов, задаваемая в виде кусочно-линейной функции: $N_i(x < 0) = 0$, $N_i(x > 0) = N_c x / l$. Вводя обозначения $\tilde{v} = v / \omega$, $\gamma = r_d / l$ (где $r_d = [T_e / (4\pi e^2 N_c)]^{1/2}$ – дебаевский радиус для электронов при $N = N_c$), $w_0 = (eE_0 / 2\omega)^2 (mT)^{-1}$ и безразмерные переменные $\psi = e\phi / T$, $n = N_e / N_c$, $\tilde{x} = x / r_d$, получаем следующие дифференциальные уравнения для функции $\psi(\tilde{x})$ в двух областях переменной \tilde{x} :

$$\begin{aligned} \text{при } \tilde{x} < 0: \quad & \frac{d^2\psi}{d\tilde{x}^2} = -n; \\ \text{при } \tilde{x} > 0: \quad & \frac{d^2\psi}{d\tilde{x}^2} = -n + \gamma x \end{aligned} \quad (3)$$

и соотношение, связывающее функции ψ и n :

$$\psi = -w_0 [(n - 1)^2 + n^2 \tilde{v}^2]^{-1} - \ln n. \quad (4)$$

При $\tilde{x} = 0$ должны выполняться граничные условия непрерывности статического поля и его потенциала:

$$\psi(-0) = \psi(+0), \quad d\psi / d\tilde{x}(-0) = d\psi / d\tilde{x}(+0). \quad (5)$$

Нас интересуют только те решения поставленной задачи, в которых статическое поле на бесконечности отсутствует ($d\psi / d\tilde{x} \rightarrow 0$ при $\tilde{x} \rightarrow \pm\infty$), а возмущения средней плотности электронов n , возникающие под действием усредненной пондеромоторной силы, локализова-

ны в некоторой ограниченной области (при малых амплитудах поля E_0 это окрестность точки плазменного резонанса $n = 1$). Поэтому кроме граничных условий (5) решение должно удовлетворять асимптотическим граничным условиям на бесконечности: $n \rightarrow 0$ при $\tilde{x} \rightarrow -\infty$ и $n \rightarrow \gamma \tilde{x}$ (т.е. $N_e \rightarrow N_i = x / l$) при $\tilde{x} \rightarrow +\infty$.

Дифференциальное уравнение (4) в области $\tilde{x} > 0$ может быть решено, если при каждом значении $\psi(\tilde{x})$ может быть найдено на основании уравнения (4) соответствующее ему значение $n(\psi)$. Однако, как нетрудно показать, при значении параметра $\eta = w_0 / \tilde{v}^3$, превышающем некоторую критическую величину η_{cr} (при $\tilde{v} \rightarrow 0$ $\eta_{cr} = 8 / (3\sqrt{3}) \approx 1.54$), на кривой, определяющей зависимость $n(\psi)$, появляется область неоднозначности, где одному значению потенциала соответствуют три значения плотности, т.е. существуют три ветви этой кривой (верхняя, средняя и нижняя), причем при монотонном изменении ψ переход с верхней ветви на нижнюю или обратно возможен только скачком. Типичные кривые $\psi(n)$, иллюстрирующие эту ситуацию, показаны на рис. 1. Это означает, что при $\eta > \eta_{cr}$ решение поставленной задачи, отвечающее непрерывной функции $n(\tilde{x})$, отсутствует, т.е. искомая функция $n(\tilde{x})$ должна содержать разрыв (скачок плотности), осуществляющийся в некоторой точке $\tilde{x} = \tilde{x}_1$ при непрерывных ψ и $d\psi / d\tilde{x}$. Положение разрыва на кривых $n(\psi)$ и $n(\tilde{x})$ в рамках рассматриваемой

нами модели, не учитывающей пространственной дисперсии в плазме, может быть найдено на основании анализа гистерезисных зависимостей получаемого решения от амплитуды внешнего поля E_0 . Так же как это было сделано при исследовании аналогичной ситуации в задаче о деформациях профиля плотности, происходящих без нарушения квазинейтральности [1, 5], примем, что при медленном изменении параметра w_0 во времени величина плотности в каждой точке меняется плавно и непрерывно до тех пор, пока это допускает кривая равновесных состояний $n(\psi)$. Тогда при плавном включении поля (т.е. при плавном монотонном увеличении параметра η с переходом через критическое значение η_{cr}) скачок плотности должен осуществляться между отмеченными на рис. 1 значениями n_+ и n_- при значении $\psi = \psi(n_+)$, отвечающем локальному максимуму кривой $\psi(n)$ (горизонтальный отрезок на рис. 1). Заметим, что в этом случае степень деформации профиля плотности (величина скачка) оказывается минимальной из всех возможных при данной амплитуде внешнего поля E_0 .

Указанный рецепт построения разрывного решения (со скачком плотности в точке максимума кривой $\psi(n)$) был использован при проведении численного интегрирования уравнений (3). Типичный результат расчета представлен на рис. 2, иллюстрирующем характер деформации профиля электронной плотности (скачкообразный переход через критическое значение N_c и сильное снижение градиента в области перед скачком) при значениях параметров $\gamma = 0.5$, $\tilde{v}^2 = 0.3$ и $w_0 = 0.3$ (параметр $\eta = 1.83$).

Представляет интерес проанализировать зависимость характеристик скачка (верхнее и нижнее значения плотности и координату) от внешних параметров задачи в условиях, когда в области плазменного резонанса ($N_e \sim N_c$) профили средней электронной и ионной плотности в невозмущенном состоянии, т. е. в отсутствие пондеромоторной силы, практически совпадают (что имеет место при $r_d \ll l$), а возмущения, производимые пондеромоторной силой, относительно невелики ($\Phi \ll T_e$, $|N_e - N_i| \ll N_c$) и в основном локализованы в малой окрестности точки критической плотности. При этом в правой части уравнения (4) можно положить $\ln(N_e/N_c) = (N_e/N_c) - 1$. Для удобства проведения численных расчетов в этих условиях целесообразно использовать новые переменные и

параметры, введя в уравнения явным образом параметр η , определяющий возможность образования скачка плотности, и исключив (в явном виде) параметры v/ω и w_0 , каждый из которых в принципе может предполагаться сколь угодно малым:

$$z = \frac{\omega(x-l)}{vl}, \quad \Psi = \frac{e\varphi\omega}{mv^3l^2}, \quad \delta n = \frac{\omega(N_e - N_c)}{vN_c},$$

$$\eta = \frac{\omega(eE_0)^2}{v^3mT_e}, \quad \alpha = \left(\frac{\omega r_d}{vl}\right)^2. \quad (6)$$

В этих переменных исходные уравнения в области $N_e \approx N_c$ принимают вид

$$\frac{d^2\Psi}{dz^2} = z - \delta n, \quad \Psi = -\alpha \left(\frac{\eta}{1 + (\delta n)^2} + \delta n \right). \quad (7)$$

Второе из уравнений (7) позволяет рассчитать (наряду с приведенным выше критическим значением $\eta_{cr} \approx 1.54$) также и уровни электронной плотности, между которыми может происходить ее скачкообразное изменение. Как нетрудно показать, в случае $(\eta/\eta_{cr})^{1/3} \gg 1$ при выбранном нами способе построения скачка значения δn в его верхней точке δn_+ (т.е. в точке локального максимума функции $\Psi(\delta n)$) и в нижней точке δn_- (где Ψ имеет ту же величину, что и в максимуме, но производная $d\Psi/dn < 0$) определяются выражениями

$$\delta n_+ = \sqrt[3]{2\eta}, \quad \delta n_- = \sqrt[3]{\eta/4} \quad (\eta \gg 1). \quad (8)$$

Интересующее нас решение, в котором возмущения плотности локализованы в ограниченной области (при $N_e \approx N_c$), на бесконечности (при $z \rightarrow \pm\infty$) должно иметь асимптотику $\delta n \rightarrow \delta n^{(0)} = z$, $\Psi \rightarrow \Psi^{(0)} = -\alpha z$. Исследуя на основании (7) поведение поправок к этой асимптотике, нетрудно получить асимптотические граничные условия, которым должна удовлетворять поправка $\delta\Psi = \Psi(z) - \Psi^{(0)}(z)$ при больших значениях аргумента $|z|$:

$$\frac{d}{dz} \delta\Psi \pm \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \delta\Psi = 0 \quad (9)$$

(знак перед вторым слагаемым совпадает со знаком z).

Типичный деформированный профиль плотности электронов в области $N_e \approx N_c$, рассчитанный на основании уравнений (7) с использованием асимптотических граничных условий (9) (ставившихся при $|z| \gg 1$) и описанного выше рецепта построения скачка функции $\delta n(z)$ в некоторой точке z_c , изображен на рис. 3. В серии аналогичных расчетов, проведенных по данной методике для различных значений параметров η и α , определялись основные ха-

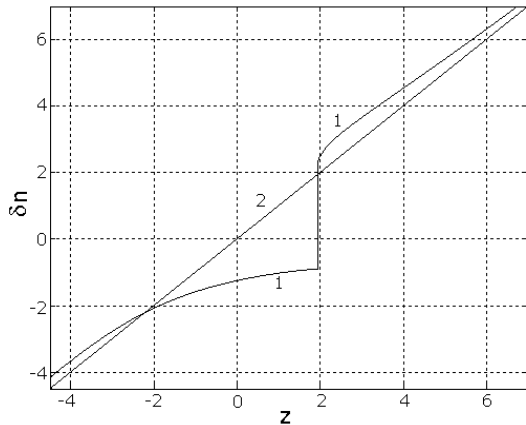


Рис. 3. Профили электронной плотности $\delta n = \omega \times (N_e - N_c) / (v N_c)$ в области плазменного резонанса ($|N_e - N_c| \ll N_c$) при наличии ponderomotivной силы (кривая 1 – $\eta = 8$, $\alpha = 7$) и в ее отсутствие (прямая 2 – $\eta = 0$)

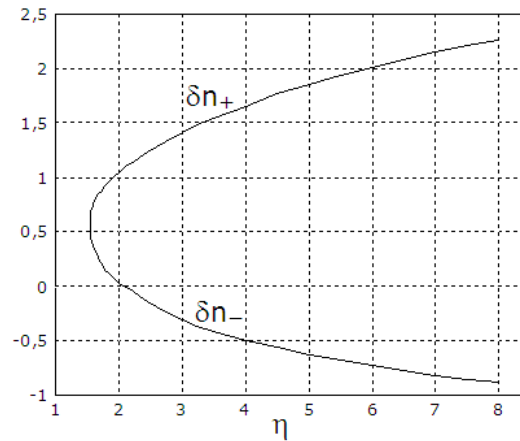


Рис. 4. Верхний и нижний уровни электронной плотности на скачке по отношению к уровню критической плотности $\delta n_{\pm} = \delta n(z \pm 0)$ как функции параметра η

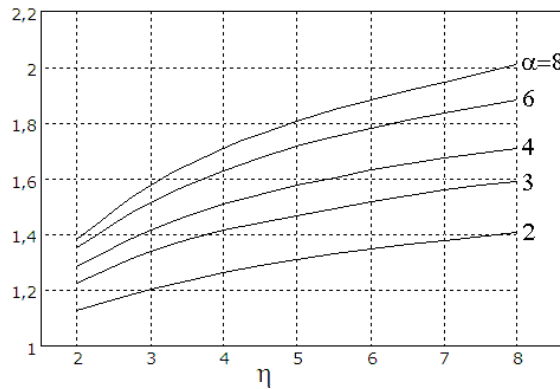


Рис. 5. Зависимость координаты скачка $z_c = \omega x / (v l)$ от параметров η и α

рактические скачки δn_{\pm} и z_c . Графики их зависимости от η и α приведены на рис. 4 и 5. Кривые $\delta n_{\pm}(\eta)$, как отмечалось выше, полностью определяются вторым из уравнений (7) и одинаковы при всех α ; при больших η они достаточно хорошо описываются асимптотическими выражениями (8). Координата скачка z_c , как видно из приведенных графиков, является медленно растущей функцией параметров η и α . Для получения ее достаточно надежных аппроксимаций требуется проведение расчетов в более широкой области параметров, где решение поставленной задачи сталкивается, однако, со значительными вычислительными трудностями.

Таким образом, нарушения квазинейтральности, возникающие при деформации профиля электронной плотности на фоне заданного распределения плотности ионов, сами по себе даже и при учете конечной температуры электронов не обеспечивают в рассмотренной идеализации существ-

ования непрерывного решения. Как и в случаях холодной плазмы [11, 12] или квазинейтральной деформации (с сохранением равенства электронной и ионной плотностей во всех точках) [1, 5], в рамках модели с локальной поляризуемостью переход электронной плотности через точку плазменного резонанса по-прежнему осуществляется скачком. Реальная структура этого перехода может быть рассчитана, очевидно, только при учете обусловленной тепловым движением пространственной дисперсии и связанного с ней возбуждения продольной волны. Однако уже на основании приведенных результатов можно сделать вывод о неизбежности формирования ступенеобразного профиля плотности (сочетающего крутой перепад с пологим участком) и получить качественную оценку его основных характеристик.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России, соглашения 14.B37.21.0770 и 8835, и РФФИ, гранты 11-02-01416 и 13-02-00964.

Список литературы

1. Гильденбург В.Б. //ЖЭТФ. 1964. Т. 46. № 3. С. 2156.
2. Гильденбург В.Б., Фрайман Г.М. //ЖЭТФ. 1975. Т. 69. № 5. С. 1601.
3. Forslund D.W., Kindel J.M. et al. // Phys. Rev. A. 1975. V. 11. P. 679.
4. Wong A.Y. //In: Laser Interaction and Related Plasma Phenomena. N.Y., L.: Plenum Press, 1978. V. 4B. P. 783.
5. Гильденбург В.Б., Литвак А.Г., Петрова Т.А., Фейгин А.М. //Физика плазмы. 1981. Т.7. № 4. С.732.
6. Adam J.C., Serveniére A.G., Laval G. //Phys. Fluids. 1982. V. 25. № 2. P. 376.
7. Андреев Н.Е., Силин В.П., Стенчиков Г.Л. //Письма в ЖЭТФ. 1978. Т. 28. С. 533.
8. Галеев А.А., Сагдеев Р.З. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1975. Т. 21. С. 539.
9. Fedosejevs R., Tomov L.V. et al. // Phys. Rev. Lett. 1977. V. 39. № 15. P. 932.
10. Gradov O.M., Stenflo L. et al. // Beitrage aus der Plasmaphysik. 1980. V. 2. S. 77.
11. Гильденбург В.Б., Симатов А.И.// Вестник ННГУ. 2012. №.1. Ч. 1. С. 45.
12. Gildenburg V.B., Simatov A.I. // Phys. Plasmas. 2011. V. 18. P. 064510.

**AN ELECTRON DENSITY JUMP IN PLASMA INTERACTING
WITH AN ALTERNATING ELECTRIC FIELD**

V.B. Gildenburg, A.I. Simatov

In the framework of a one-dimensional steady-state model with local polarizability, we have calculated self-consistent step-like electron density profiles settled down in an inhomogeneous plasma for a finite electron temperature and on a given background of the ion density distribution as a result of balancing between the average ponderomotive force of the alternating electric field (parallel to the density gradient) and the Coulomb and electron pressure forces.

Keywords: electron density profile, electron density jump, average ponderomotive force, plasma resonance.