

УДК 621.391.254

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ РАДИОПРИЕМА В СИСТЕМЕ ЦИФРОВОЙ ТЕЛЕМЕТРИИ

© 2007 г.

*И.Я. Орлов*¹, *О.В. Пустовалов*², *А.В. Силин*¹

¹ Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского

² ООО «Тюментрансгаз», г. Югорск, ХМАО-Югра

orlov@rf.unn.ru

Поступила в редакцию 9.04.2007

Обсуждаются особенности возникновения погрешностей телеизмерений из-за помех в цифровом канале передачи числовой информации. Предложены пути их снижения.

Шумы и помехи в канале связи искажают кодовые комбинации, что приводит к ошибкам при декодировании. Для повышения качества передачи используются специальные корректирующие коды, обнаруживающие и исправляющие часть ошибок [1].

Однако ни один код не может исправить все ошибки. Это означает, что после декодирования принятые k -значные двоичные числа регистрируются с вероятными ошибками в одном или нескольких разрядах. Представляется важным отметить, что понятие эффективности кода следует уточнять при каждом его применении, учитывая особенности решаемой задачи. Это обстоятельство в настоящее время при традиционном использовании блочных кодов не учитывается, поскольку единственным показателем эффективности является вероятность ошибки декодирования. При этом вопрос о величине той или иной ошибки (о цене ошибки), т.е. об ущербе, возникающем при ее возникновении, остается вне внимания теории корректирующих кодов.

Итак, при передаче числовой информации, кроме факта возникновения ошибки, актуальна оценка ее величины. Оценим погрешности телеизмерений из-за наличия помех.

Будем полагать, что передается случайная числовая информация в виде функции $x(t)$ с нормальным распределением мгновенных значений, динамическим диапазоном $D = x_{\max} - x_{\min}$ и средним значением $\bar{x} = D/2$. При заданной значности натурального числового кода K шаг квантования h непрерывной функции $x(t)$ равен

$$h = \frac{D}{M} = D \cdot 2^{-k}. \quad (1)$$

Пересчет возможных значений континуальной величины x в дискретное

множество возможных квантованных значений m_i ($i = 1, \dots, M$) демонстрируется [2] таблицей.

Таблица

Интервалы значений x	$x_{\min} \pm x_{\min} + h$	$x_{\min} + h \pm x_{\min} + 2h$...	$x_{\min} + (M-1)h \pm x_{\min} + Mh$
m_i	m_1	m_2	...	m_M
P_i	P_1	P_2	...	P_M

Вероятности P_i «вписываются» в кривую распределения плотности вероятностей нормального закона. Численные значения P_i зависят от M , т.е. от значности кода, и могут быть найдены на основании таблиц [3]. Они удовлетворяют условию нормировки $\sum_{i=1}^M P_i = 1$.

Следует заметить, что k -значные комбинации – это числа от 00...00 до 11...11, которым соответствуют уровни квантования от 1 до $M = 2^k$.

Если передается числовое сообщение m_i , записанное в виде k -значной кодовой комбинации, а приемник регистрирует сообщение m_j , то разность между ними можно записать в виде вектора ошибки Δ_{ij} (в виде k -значного числа). Так, например:

$$\Delta_{ij} = m_i - m_j = \pm 010010,$$

где единицами отмечены разряды, принятые с ошибкой. Далее будем рассматривать ситуации, когда наиболее вероятными являются одиночные ошибки. В таком случае вектор ошибки будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \Delta_{ij} &= \pm 1000 \dots 00 \\ \Delta_{ij} &= \pm 0100 \dots 00 \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \Delta_{ij} &= \pm 0000 \dots 01. \end{aligned}$$

Модуль ошибки в s -разряде ($s = 1, 2, \dots, k$) однозначно зависит от номера ошибочного разряда

$$|\Delta_s| = 2^{s-1}. \quad (2)$$

Появления ошибок Δ_s являются случайными событиями. Статистические характеристики этих событий определяются статистикой случайной функции $x(t)$ и частотой поражения символа помехой в s -разряде.

Проанализируем характер смещения m_j относительно сообщения m_i при возникновении ошибки декодирования. Пусть ошибка произошла в старшем разряде, т.е. при $s = k$. Из (2) следует, что модуль ошибки равен $|\Delta_k| = M/2$.

Вектор ошибки равен $e_{ij} = \pm 1000 \dots 00$.

Он описывает смещение m_i на величину ошибки $\Delta_k = \pm M/2$. Очевидно, $1 \leq m \leq M$.

Поэтому $m_j = m_i + \Delta_k = m_i + M/2$ при $1 \leq m_i \leq M/2$;

аналогично, $m_j = m_i - M/2$ при $M/2 + 1 \leq m_i \leq M$, что отражено на рис. 1.

Учитывая, что смещенное значение m_j появляется с вероятностью истинного значения P_i (при условии, что помеха поразила k -разряд), находим распределение вероятностей ошибки при приеме сообщения m_i (рис. 2).

Аналогично находим распределение вероятностей ошибочных значений m_j при поражении разряда $s = k - 1$. Из (2) модуль ошибок равен $\Delta_{k-1} = \Delta_{k-1} = M/4$.

Вектор ошибки $e_{ij} = \pm 010 \dots 00$.

Смещение m_j вверх возможно при условиях:

$1 \leq m_i \leq M/4$, пока символ в старшем разряде равен 0;

$M/2 + 1 \leq m_i \leq 3M/4$, когда в старшем разряде символ 1.

Смещение m_j вниз возможно при условиях:

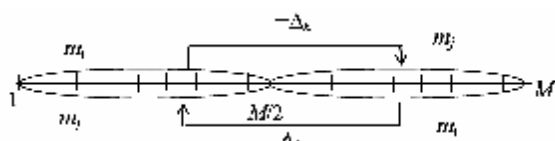


Рис. 1. Смещение истинного значения m_i в ошибочное m_j . Стрелки указывают направление смещения и знак ошибки

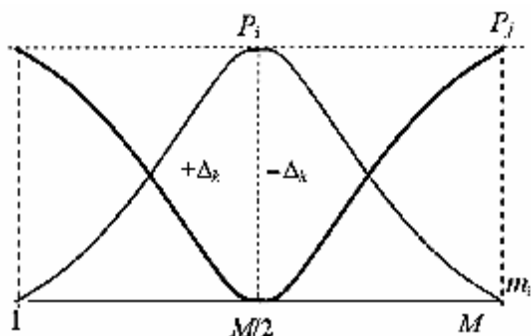


Рис. 2. Распределение вероятностей истинных значений m_i (P_i) и ошибочных m_j (P_j) при $s = k$

$M/4 + 1 \leq m_i \leq M/2$, пока символ в старшем разряде равен 0;

$3M/4 + 1 \leq m_i \leq M$, когда в старшем разряде символ 1.

Процесс смещения m_j показан на рис. 3.

Распределение вероятностей ошибки при поражении символа в разряде $s = k - 1$ приведено на рис. 4. Оно построено с учетом смещения ошибочных значений m_j , изображенных на рис. 3.

Анализ ошибок при поражении разряда $s = k - 2$ привел к следующей схеме смещения m_j относительно истинного значения m_i (см. рис. 5).

Распределение вероятностей ошибочных значений m_j при $s = k - 2$ приведено на рис. 6.

Закономерности смещений m_j за счет ошибки в младших разрядах приведены на рис. 7.

Используя рис. 7, можно по аналогии с рассмотренными случаями при $s = k, k - 1, k - 2$ получать распределение вероятностей ошибочных значений m_j , когда инверсия символа происходит в одном из разрядов $s = (k - 3), (k - 4), \dots, 1$.

Результаты анализа битовых ошибок в различных разрядах кодовой комбинации приведены на рис. 8.

Суммированием по $s = \overline{1, k}$ находим среднестатистическую ошибку при передаче сообщения m_i :

$$\Delta_i = \sum_{s=1}^k P_{is} \Delta_s$$

В силу симметрии относительно точки $M/2 + a = M/2 + 1 - a$ всех использованных

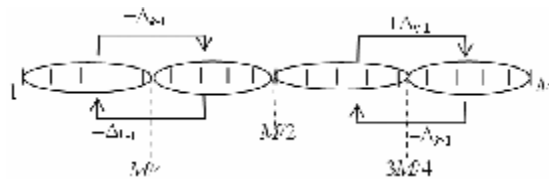


Рис. 3. Смещение m_j при $s = k - 1$

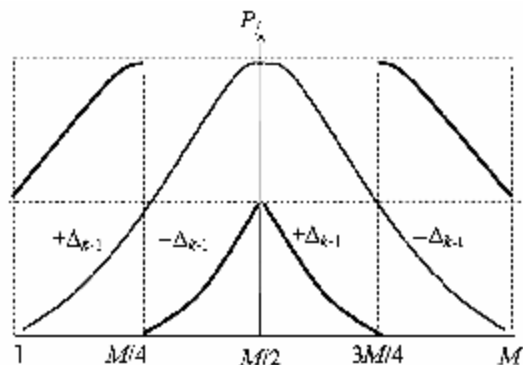


Рис. 4. Распределение ошибочных значений m_j при $s = k - 1$

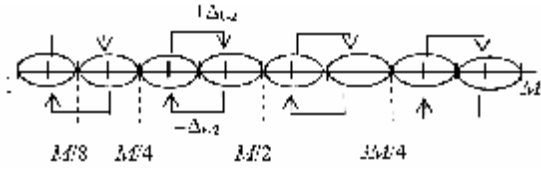


Рис. 5. Смещение m_j при $s = k - 2$

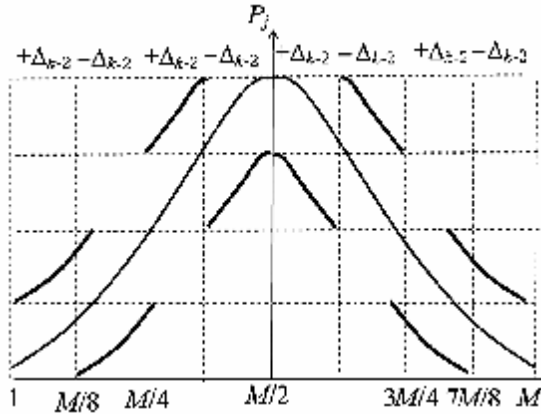


Рис. 6. Распределение ошибочных значений m_j при $s = k - 2$

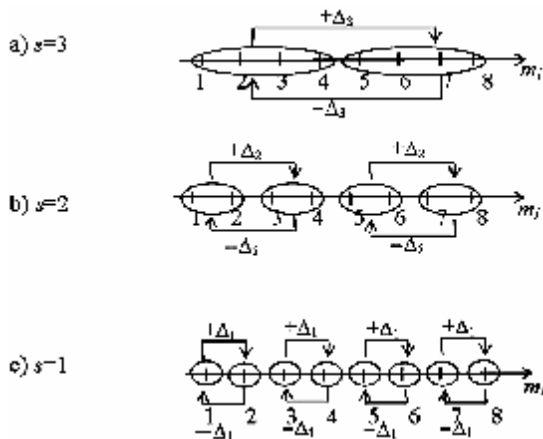


Рис. 7. Смещение ошибочных m_j при ошибке в младших разрядах

при расчете графиков, можно утверждать, что для каждого i существует симметричное i' , для которого $\Delta_{i'} = -\Delta_i$. Из этого следует, что среднестатистическое усреднение по i даст нулевое среднее значение $\bar{\Delta}$

$$\bar{\Delta} = \sum_{i=1}^M P_i \Delta_i = 0.$$

Следовательно, вносимая погрешность также будет иметь нулевое среднее.

Дисперсия случайной величины x_i в соответствии с определением [3] находится в виде:

$$\bar{\Delta}_x^2 = \sum_i^M (x_i - \Delta_i)^2 P_i,$$

при $\bar{\Delta} = 0$ дисперсия ошибок за счет помех в s -разряде равна:

$$\sum x_i^2 P_i = \sum \bar{\Delta}_s^2 P_i = \bar{\Delta}_s^2 \sum_1^M P_i = \bar{\Delta}_s^2.$$

Рассмотрим совокупность ошибок, вызванных поражением помехами каждого из k разрядов. Используем сделанное выше допущение о статистической независимости таких событий, как композицию случайных потоков ошибок с индивидуальными статистиками. Воспользуемся выражением для суммарной интенсивности потока ошибок при приеме [3]:

$$\bar{\Delta}_c^2 = \sum_{s=1}^n \bar{\Delta}_s^2 P_s. \tag{3}$$

С учетом (2) имеем из (3):

$$\bar{\Delta}_c^2 = \sum_{s=1}^k 2^{2(s-1)} P_s. \tag{4}$$

Среднеквадратичная величина ошибки из (4) находится в виде:

$$\begin{aligned} \bar{\Delta}_c &= \sqrt{\sum_{s=1}^k 2^{2(s-1)} P_s} = \\ &= \frac{M}{2} \sqrt{\sum_{s=1}^k 2^{2(s-k)} P_s}. \end{aligned} \tag{5}$$

Учитывая (3), находим выражение для абсолютной погрешности измерения:

$$d = \bar{\Delta}_c h = \frac{D}{2} \sqrt{\sum_{s=1}^k 2^{2(s-k)} P_s}. \tag{6}$$

Пусть условия передачи всех разрядов безыбыточного кода одинаковы и $P_s = P_0$ ($s = \overline{1, k}$). В таком случае (6) запишется в виде:

$$d = \frac{D}{2} \sqrt{P_0} \sqrt{\sum_{s=1}^k 2^{2(s-k)}}. \tag{7}$$

Предположим, что разряд с номером l ($l = \overline{1, k}$) индивидуально защищен от помех, и его вклад в величину δ равен нулю. При этих условиях рассчитан график на рис. 9.

Для иллюстрации эффективности механизма защиты от помех старших разрядов безыбыточного кода на рис. 10 приведен график снижения погрешности измерения от числа защищенных старших разрядов.

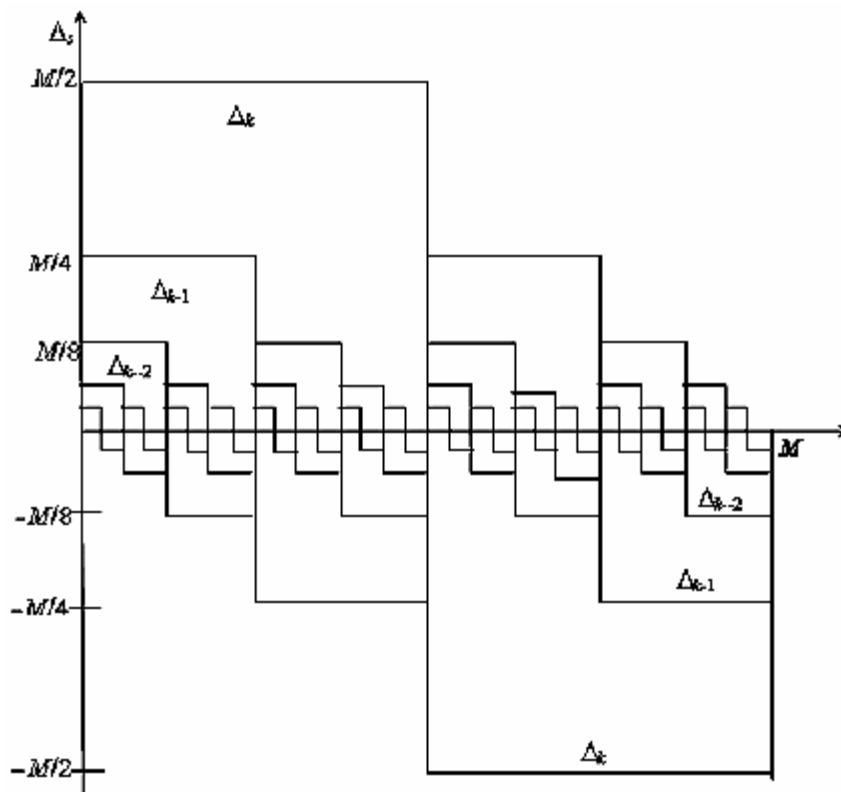


Рис. 8. Величина и знак битовых ошибок в различных разрядах кодовой комбинации

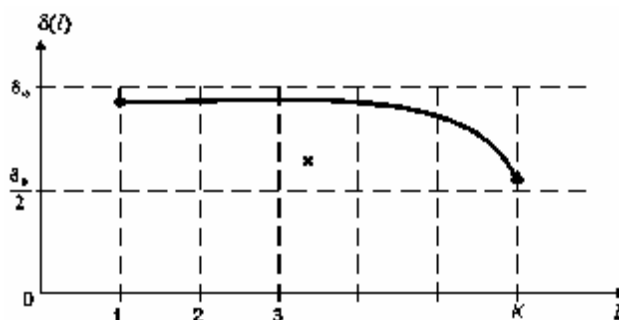


Рис. 9. Зависимость абсолютной погрешности телеизмерений от номера защищаемого разряда

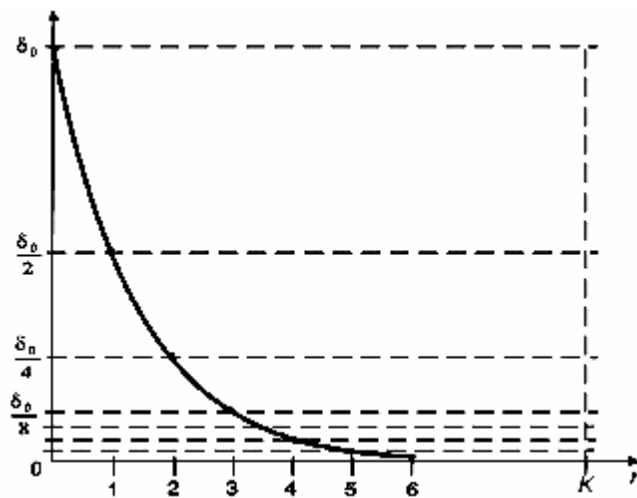


Рис. 10. Снижение погрешности от числа защищенных старших разрядов

Из рис. 10 следует, что если при приеме сигнала происходит ошибка в том или ином разряде исходной кодовой комбинации, то цена ошибки, т.е. погрешность измерения, будет существенно зависеть от номера пораженного разряда – чем старше разряд, тем выше погрешность. Отсюда следует необходимость так использовать ресурсы канала, чтобы в наибольшей степени защитить от помех старшие разряды кодовых комбинаций исходного кода.

Из рис. 10 следует вывод о целесообразности построения канала передачи цифровой телеметрической информации таким образом, чтобы при заданных ограничениях на скорость

передачи и мощность передатчика в максимальной степени обеспечить защиту от помех старших по иерархии разрядов натурального кода и за счет этого минимизировать погрешность телеизмерений.

Список литературы

1. Питерсон, У. Коды, исправляющие ошибки / У. Питерсон, Э. Уэлдон. – М.: Мир, 1976. – 595 с.
2. Беляков, А.В. // Радиофизика / А.В. Беляков, А.В. Якимов. – 2002. – № 3. – С. 45.
3. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М.: Наука, 1964. – 575 с.

NOISE IMMUNITY OF RADIO RECEPTION IN A DIGITAL TELEMETRY SYSTEM

I.Ya. Orlov, O.V. Pustovalov, A.V. Silin

Some peculiarities of the errors arising in telemetering due to disturbances in the digital channel for numeral data transmission are discussed. Some ways of their reduction are proposed.