

УДК 658.777

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ СЛОЖНЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

© 2014 г.

А.И. Рузанов, П.А. Рузанов

Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского

pavelr70@mail.ru

Поступила в редакцию 06.11.2014

Целью статьи является анализ подходов и моделей исследования поведения сложных социально-экономических систем, выявление достоинств и недостатков каждого метода, анализ областей их применения. В качестве методов исследования сложных систем рассматриваются методология имитационного моделирования, согласно которой процесс функционирования сложной системы представляется в виде набора моделей и алгоритмов, которые реализуются на ЭВМ, а также агентоориентированное моделирование. Последнее представляет собой современную, динамично развивающуюся разновидность численного моделирования. Основным результатом, представленным в статье, является описание различных подходов к измеримости сложности систем, анализ существующих принципов моделирования подобного рода объектов и примеры функционирования некоторых моделей.

Ключевые слова: сложные системы, компьютерное моделирование, имитационное и агентоориентированное моделирование.

Экономические системы – это системы общественного производства, представляющие собой совокупность производительных сил и производственных отношений и включающие трудовые, природные и другие ресурсы. Экономические системы являются типичными примерами сложных систем, потому что имеют целостную иерархическую структуру с многосторонними связями и разнообразными функциями управления. В статье анализируются некоторые подходы к моделированию поведения сложных экономических систем. Представленные обзор и анализ не претендуют на исчерпывающую полноту и отражают авторскую точку зрения на рассматриваемые проблемы.

При математическом моделировании сложных систем становится необходимым переход от одной методологии к другой, и связан он с трудностями или даже невозможностью математического исследования сформулированных соотношений ввиду большой сложности модели. Развитие компьютерных технологий привело к эволюции моделирования: математическая модель стала заменяться на компьютерную. Последнюю можно усложнять сколь угодно, но и здесь имеются ограничения, однако они другого рода – нехватка памяти, быстродействия, мощности компьютера, эмпирических данных. С развитием компьютерных технологий пределы такого рода постоянно отодвигаются. Математическая модель при этом остается как предва-

рительный этап, как блок для построения компьютерной модели. Она сохраняется и как часть компьютерной модели, когда последняя становится достаточно сложной и сама по себе представляет объект для исследования.

Особо актуальными в настоящее время становятся проблемы моделирования экономических систем, связанные с прогнозированием, планированием и стратегическим управлением [1, 2], инновационным развитием [3, 4], инвестиционной политикой [5, 6].

Чтобы адекватно моделировать поведение сложной экономической системы, необходимо создать виртуальный искусственный мир, сравнимый по сложности и структуре с самой системой. Понятие сложности занимает значительное место в современной науке. Выявлено, что системы различной природы (биологические, физические, экономические, социальные и др.) имеют ряд сходных свойств: чувствительность к начальным условиям, адаптивность, способность к самоорганизации и слабая предсказуемость. Такие системы принято называть сложными [7].

Существует несколько подходов к измерению сложности. Один из них сформулирован А.Н. Колмогоровым в рамках алгоритмической теории информации. Здесь мерой сложности является длина программы, необходимой для того, чтобы реализовать на компьютере структуру требуемого типа.

В рамках другого подхода сложность определяется количеством элементов, образующих систему, и числом связей между ними [7, 8]. В этом варианте сложность системы вычисляется как $2^{K+1} \cdot N$, где N – количество элементов системы, K – число связей между ними.

Основные положения и представления по общим и прикладным проблемам математического моделирования сложных систем, в том числе экономических, изложены в работах Л.В. Канторовича, В.С. Немчинова, А.Н. Тихонова, А.А. Самарского, Н.Н. Моисеева, П.С. Краснощекова, А.А. Дородницына, А.А. Петрова, И.Г. Поспелова, Б.Н. Четверушкина, А.Д. Мышкиса, В.Л. Макарова, В.М. Полтеровича, Г.Б. Клейнера и других отечественных ученых. Анализ изложенных в этих работах подходов в рамках ограниченного объема статьи не представляется возможным. В связи с этим ограничимся обсуждением имитационного моделирования [8–10] и его развития – агентаориентированного моделирования, а также вычислимых моделей общего равновесия.

Агентное моделирование представляет собой новый «экспериментальный» подход к исследованию динамики сложных систем [11, 12]. Оно является динамично развивающейся разновидностью компьютерного моделирования, применяемой для исследования сложных систем, эволюционирующих в результате взаимодействия элементов системы (агентов).

Имитационное моделирование

Всякая сложная система, модель которой создается, при своем функционировании подчиняется определенным закономерностям – физического, биологического, химического и т.п. характера. Причем вполне возможно, что далеко не все они к настоящему времени установлены. Всякая модель создается с определенной целью, и выбранный «угол зрения» в значительной степени определяет выбор модели. Еще раз отметим, что при попытке построения математической модели сложной системы, содержащей много связей между элементами, разнообразные нелинейные ограничения, большое число параметров и др., возникают большие трудности, а построенные модели не поддаются математическому исследованию. Суть метода имитационного моделирования (ИМ) состоит в том, что процесс функционирования сложной системы представляется в виде набора моделей и алгоритмов, которые реализуются на ЭВМ. Рассмотрим основные этапы реализации этого метода [8–10].

1. Формулируются основные вопросы о поведении сложной системы. Совокупность этих вопросов позволяет создать множество параметров (вектор состояния), характеризующих состояние системы.

2. Осуществляется декомпозиция системы на более простые подсистемы – блоки. В один блок объединяются родственные, т.е. преобразующиеся по близким правилам, компоненты вектора состояния и процессы, их преобразующие.

3. Формулируются гипотезы и закономерности относительно поведения как системы в целом, так и ее частей. При этом в каждом блоке для описания может использоваться свой математический аппарат, наиболее подходящий для блока. Именно блочный принцип дает возможность при ИМ устанавливать необходимые пропорции между точностью описаний каждого блока, обеспеченностью его информацией.

Обычно в достаточно крупные социально-экономические модели входят материальный, финансовый и социальный блоки.

Материальный блок представляет собой балансы продуктов, производственных мощностей, трудовых, природных ресурсов. Этот раздел, описывающий основополагающие процессы, обычно слабо подвластен управлению, особенно быстрому, поскольку весьма инерционен.

Финансовый блок содержит балансы денежных потоков, правила формирования и использования фондов, правила ценообразования и т.п. На этом уровне можно выделить много управляемых переменных. Они могут быть регуляторами.

Социальный блок содержит сведения о поведении людей. Он вносит в модели много неопределенностей, поскольку трудно точно учесть такие факторы, как структура потребления, мотивация и др.

4. В зависимости от задачи вводится так называемое системное время, моделирующее ход времени в реальной системе.

5. Формализованным образом задаются феноменологические свойства системы и отдельных ее частей. Нередко они просто опираются на результаты длительного наблюдения за системой и недостаточно обоснованы.

6. Случайным параметрам, фигурирующим в модели, ставятся в соответствие некоторые их реализации, сохраняющиеся в течение одного или нескольких шагов системного времени. Далее при необходимости могут отыскиваться новые реализации.

Поскольку осуществление такого подхода возможно только с использованием достаточно

мощного компьютера, то под имитационной моделью системы обычно понимается комплекс программ для ЭВМ, описывающий функционирование отдельных блоков системы и правил взаимодействия между ними.

Очень важно, чтобы модель была не только качественно, но и количественно как можно более близка к реальной системе. При достаточно глубоком знании поведения реальной системы и правильном представлении феноменологической информации в модели имитационные системы характеризуются, вообще говоря, большей близостью к реальной системе, чем математические модели. В значительной степени такая близость обусловлена тем, что блочный принцип построения ИМ (принцип расщепления) дает возможность верифицировать каждый блок до его включения в общую модель.

Работа с имитационной системой по существу представляет собой эксперимент, осуществляемый на ЭВМ, который во многом сродни физическому эксперименту. В ходе эксперимента варьируются экзогенные переменные, параметры модели, совершенствуются ее структура, принятые гипотезы о поведении отдельных частей системы. Имитационные системы позволяют отвечать на вопросы типа: «Что будет, если...?»

Таким образом, имитационная система – это совокупность моделей и алгоритмов, имитирующих протекание изучаемого процесса, объединенная со специальной системой вспомогательных программ и информационной базой, позволяющих достаточно просто и оперативно реализовать варианты расчетов [9, 10].

Под имитацией понимается численный метод проведения машинных экспериментов с математическими моделями и алгоритмами, описывающими поведение сложных систем в течение некоторых периодов времени [10]. Многие исследователи даже предлагают рассматривать имитационное моделирование как статистический эксперимент.

Круг приложений ИМ определяется, с одной стороны, спецификой изучаемого экономического объекта (это должна быть сложная система), с другой стороны, спецификой исследуемых проблем. Если последние относятся не к выяснению фундаментальных законов и причин, определяющих динамику реальной системы, а к анализу поведения системы, выполняемому в сугубо практических целях, то применение ИМ целесообразно.

Агентоориентированное моделирование

Агентоориентированное моделирование (АОМ) представляет собой современную, динамично развивающуюся разновидность компьютерного моделирования, применяемую для исследования и изучения сложных систем, эволюционирующих в результате взаимодействия агентов. Это специальный класс вычислимых моделей, основанный на индивидуальном поведении множества агентов. За последние годы отчетливо проявились преимущества такого подхода в общественных науках. В частности, агентоориентированные экономические модели позволяют представить экономическую систему в виде результирующей деятельности большого числа агентов, независимо друг от друга принимающих решения в отношении своего жизнеобеспечения, трудоустройства, обмена ресурсами, общения и т.д. Как следствие, АОМ делает возможным более глубокий анализ механизмов и структуры взаимоотношений между людьми за счет того, что эти взаимоотношения фактически становятся каркасом модели. Агентоориентированные модели в ряде проблем позволяют уйти от оперирования некими усредненными и обобщенными экономическими сущностями (репрезентативный потребитель, совокупное домохозяйство, отрасль в целом и т.п.). В свою очередь, лучшее понимание взаимоотношений между агентами позволяет создать более гибкую модель, повышает надежность ее выходных данных. При этом достаточно простые правила, заложенные в модели, могут давать интересные результаты и предсказывать появление сложных, глобальных явлений (эмерджентный эффект).

Основная идея данного подхода, как развитие метода имитационного моделирования, заключается в построении вычислительного инструмента, представляющего собой множество агентов с определенным набором свойств и правил поведения. Здесь заложен принцип моделирования «снизу вверх», т.е. деятельность независимых агентов на микроуровне влияет на показатели макроуровня – уровня сложных, глобальных и труднопредсказуемых явлений.

Основными понятиями в АОМ являются «агент» и «среда» [11, 12]. Агент – это интеллектуальная автономная компьютерная сущность, находящаяся в окружающей её среде и взаимодействующая с другими подобными сущностями для достижения целей своего существования.

Среда – пространство (множество объектов, ландшафта), окружающее совокупность агентов

одного или нескольких видов, определяющее условия их функционирования и оказывающее на них прямое или косвенное воздействие. В АОМ среда представляет собой непрерывное пространство заданной формы и размера и характеризуется возможными состояниями, сферами влияния, определёнными правилами динамического изменения. В ряде случаев среда может представляться в виде дискретной решетки (квадратной, треугольной или шестиугольной) или просто пассивной платформы для агентов.

Агенты обладают следующими основными свойствами [11, 12]:

1. Автономность. Агенты действуют независимо друг от друга, и нет единой регулирующей структуры, которая контролировала бы поведение каждого агента в отдельности. Взаимодействие микро- и макроуровней в моделях осуществляется следующим образом: на макроуровне задается общий набор правил, а совокупность действий агентов микроуровня может оказывать влияние на параметры макроуровня.

2. Неоднородность. Агенты отличаются друг от друга, что принципиально отличает АОМ от широко распространенных моделей с агентом-представителем, причем различия между агентами могут проявляться по многим параметрам (в случае агентов, отображающих людей, это могут быть параметры уровня здоровья, дохода, культурного уровня, а также правила принятия решений и т.п.). Неоднородность агентов является важным аспектом агентоориентированного подхода. Если в начале моделирования все агенты были одинаковыми, то с течением времени они могут изменяться или эволюционировать ввиду различного характера поведения, наличия или отсутствия определенных ресурсов, используемых методов принятия решений, получаемых в процессе существования данных, дальности горизонта видения, различных способностей к обучению и адаптации.

3. Ограниченная интеллектуальность агентов (или ограниченная рациональность). Другими словами, агенты в модели не могут познать нечто большее, выходящее за рамки макросреды модели.

4. Расположение во времени и в пространстве. Имеется в виду некоторая среда обитания, которая может быть представлена в виде решетки или более сложной структуры, например трехмерного пространства с заданными в нем объектами.

Помимо перечисленного, общей особенностью всех АОМ и одновременно с этим их

главным отличием от моделей других классов является наличие в них большого числа взаимодействующих друг с другом агентов. В частности, существуют АОМ, число агентов в которых достигает нескольких миллионов [11]. В качестве агентов в АОМ могут быть вирусы, животные, люди, роботы, автомобили, инфраструктура, недвижимые объекты, совокупности однотипных объектов.

Для описания агента используются параметры, переменные, функции, поведенческие диаграммы, представляющие схемы, отражающие состояния агентов в определенный момент времени. Агенты, имеющие графическое представление, могут перемещаться в рамках [11, 12]:

– двумерного или трехмерного евклидова пространства;

– геоинформационной системы;

– некоторой сетевой структуры.

Для обучения агентов применяются различные механизмы из сферы искусственного интеллекта, такие как экспертные системы, нейронные сети, генетические алгоритмы.

Среди наиболее популярных экономических областей исследования с применением агентных моделей можно выделить такие, как моделирование рыночных механизмов, эволюция поведенческих норм, формирование экономических сообществ, моделирование развития организаций, создание искусственных агентов для автоматизированных рынков.

После того как построен определенный искусственный мир и задан механизм обучения агентов, от исследователя требуется относительно небольшое вмешательство: далее эксперимент развивается сам по себе. Естественно, исход эксперимента во многом зависит от того, какие начальные параметры поведения и взаимодействия агентов заданы исследователем. Если цель моделирования состоит в определении свойств реальной экономической системы, то для получения корректных результатов исследователь должен выбирать указанные параметры так, чтобы они как можно более точно описывали поведение реальных агентов. В связи с этим особое значение приобретает проведение параллельных экспериментов с участием реальных и искусственных агентов.

Для разработки и реализации АОМ можно использовать средства широкого профиля, однако существуют специализированные прикладные пакеты, которые содержат набор готовых библиотек для представления агентов и их среды, в связи с чем предпочтительнее использовать арсенал готовых программных средств.

Отметим прикладной пакет SWARM для моделирования параллельно распределённого виртуального мира. Он создан в США и представляет собой набор библиотек, служащих основой для разработок сложных мультиагентных систем. Разработка виртуального мира здесь осуществляется в два основных этапа:

а) создание среды виртуального мира, где будут сосуществовать агенты, определяемые на втором этапе;

б) создание агентов с описанием их атрибутов и правил взаимодействия. В процессе своего существования созданные агенты будут анализировать получаемые от окружающей среды данные, реагировать на них и обучаться. Этот этап разработки модели очень важен, поскольку агенты, корректно отражающие свойства своего реального прообраза, являются гарантом адекватности построенного виртуального мира.

Более подробно про пакет можно узнать на официальном сайте, а также из русскоязычного источника [13].

Особо следует выделить пакет AnyLogic, который является продуктом нового поколения для разработки и исследования имитационных моделей. Он является, по-видимому, единственным российским инструментом имитационного моделирования, конкурирующим с зарубежными аналогами. AnyLogic поддерживает различные подходы к моделированию, в том числе и агентный, для которого имеется специальная библиотека, представляющая возможность задания требуемой функциональности у агентов модели. Пакет поддерживает большое число способов задания поведения агентов: диаграммы состояний, синхронное и асинхронное планирование событий. AnyLogic обладает хорошими средствами визуализации и позволяет имитировать различные процессы, имеющие место в производстве, бизнесе и т.д. Более подробную информацию про саму среду разработки AnyLogic и некоторые теоретические аспекты имитационного моделирования можно найти в книге [14].

Большинство разработанных АОМ выложены в свободном доступе в Интернете, в частности, существуют специализированные издания, тематика которых напрямую связана с разработкой АОМ.

Широко известными являются сахарная модель, предложенная Дж. Эпштейном и Р. Эстеллом, модель распространения инфекции. Последняя позволяет моделировать скорость распространения инфекции и определять ситуации, при которых определенному социуму удастся победить болезнь [11].

Отметим АОМ автомобильных пробок г. Москвы, разработанную в ЦЭМИ РАН. С ее использованием можно решать задачи, связанные с оценкой работы транспортной системы. В модели существуют три типа агентов: человек, легковой автомобиль, перевозящий в среднем двух человек, общественный транспорт. Анимационная диаграмма представляет собой карту города, детализированную до уровня крупных транспортных магистралей. Количество агентов первого типа задается согласно статистическим данным о численности населения в районах города [11].

АОМ является удобным инструментарием моделирования таких сложных объектов, как городские системы. Модели представляются в основном двумя типами агентов: это люди – жители города и предприятия; среда модели – районы, дороги [12].

В качестве примера несколько другого плана отметим АОМ воспроизводства научного потенциала России [11, 15, 16]. Она разработана на базе геоинформационной системы, которая позволяет создавать базы данных, сочетающие в себе графическое и атрибутивное представление разнородной информации.

В заключение отметим, что в последние десять лет были представлены для использования разработки несколько другого инструментария исследования функционирования сложных систем: вычислимые и стохастические модели общего равновесия, а также направление, названное «Системный анализ развивающейся экономики» (см. [15–17] и имеющуюся там библиографию). Предметом исследования является в основном экономика региона или национальная экономика. Основное понятие в этих макромоделях также экономический агент – макроэкономическая структура, объединяющая однотипные субъекты экономики. В ряде случаев в моделях функционируют описания агентов, полученные эконометрическими методами по статистическим данным.

Такие модели используются для оценки последствий макроэкономической политики в стране, межстрановых экономических соглашений, экологических последствий экономического развития. К настоящему времени по данному направлению насчитываются сотни публикаций, и анализ их в рамках этой статьи не представляется возможным.

Список литературы

1. Трифонов Ю.В., Малыженков П.В., Ананьев Ф.Ю. Прогнозирование и планирование в экономических системах: Монография. Н. Новгород: Изд-во ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2004.

2. Левашов Д.Н., Трифонов Ю.В. Проблемы стратегического развития предприятий автомобилестроения Нижегородской области // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия: Экономика и финансы. 2004. № 2. С. 141–143.
3. Трифонов Ю.В., Жариков А.В., Ширяева Ю.С. Инновационная деятельность и механизмы ее организации на региональном уровне // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2012. № 1(1). С. 213–216.
4. Трифонов Ю.В., Горбунова М.Л. Выбор стратегии развития предприятия в территориально-отраслевом контексте // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия: Экономика и финансы. 2004. № 2. С. 160–165.
5. Трифонов Ю.В., Яшин С.Н., Кошелев Е.В. Применение реальных опционов для инвестирования инноваций в условиях ограниченности информации // Финансы и кредит. 2011. № 30. С. 2–9.
6. Косовских Е.А., Трифонов Ю.В. Функциональная модель организационно-экономического механизма управления региональной инвестиционной деятельностью // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия: Экономика и финансы. 2008. № 3. С. 183–185.
7. Пригожин И., Стенгерс И. Время, хаос, квант. К решению парадокса времени. 3-е изд. / Пер. с англ. Ю.А. Данилова. М.: Эдиториал УРСС, 2001. 240 с.
8. Таха Х. Введение в исследование операций. 7-е изд.: Пер. с англ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. 912 с.
9. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. М.: Наука, 1981. 488 с.
10. Нейлор Т. Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем. М.: Мир, 1975. 500 с.
11. Макаров В.Л., Бахтизин А.Р. Новый инструментарий в общественных науках агентоориентированные модели: общее описание и конкретные примеры // Экономика и управление. 2009. № 12. С. 13–25.
12. Фаттахов М.Р. Агентоориентированная модель социально-экономического развития Москвы // Экономика и математические методы. 2013. Т. 49. № 2. С. 30–43.
13. Гуц А.К., Коробицын В.В., Лаптев А.А. и др. Компьютерное моделирование. Инструменты для исследования социальных систем: Учебное пособие. Омск: Омский гос. ун-т, 2001.
14. Карпов Ю. Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с AnyLogic 5. СПб.: БХВ-Петербург, 2006.
15. Макаров В.Л. Обзор математических моделей с инновациями // Экономика и математические методы. 2009. Т. 45. № 1. С. 3–14.
16. Макаров В.Л., Бахтизин А.Р., Бахтизина Н.В. Вычислимая модель экономики знаний // Экономика и математические методы. 2009. Т. 45. № 1. С. 70–82.
17. Петров А.А., Поспелов И.Г. Математические модели экономики России // Вестник РАН. 2009. Т. 79. № 62. С. 492–506.

COMPUTER MODELLING OF THE BEHAVIOUR OF COMPLEX ECONOMIC SYSTEMS

A.I. Ruzanov, P.A. Ruzanov

This article provides an overview and analysis of the current economic and mathematical tools used for modelling the functioning of complex economic systems. Particular attention is given to the notion of complexity of the systems. Simulation methodology applied in the study of complex systems involves agent - based modelling, a modern, dynamically developing type of numerical simulation. We describe different approaches to the measurability of system complexity and analyze the existing principles of modelling of such objects. A number of examples demonstrate the functioning of some models.

Keywords: complex systems, computer modeling, simulation and agent - based modeling.

References

1. Trifonov Iu.V., Malyzhenkov P.V., Anan'ev F.Iu. Prognozirovanie i planirovanie v ekonomicheskikh sistemakh: Monografiia. N. Novgorod: Izd-vo NNGU im. N.I. Lobachevskogo, 2004.
2. Levashov D.N., Trifonov Iu.V. Problemy strategicheskogo razvitiia predpriatii avtomobilostroeniia Nizhegorodskoi oblasti // Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. Serii: Ekonomika i finansy. 2004. № 2. S. 141–143.
3. Trifonov Iu.V., Zharikov A.V., Shiriaeva Iu.S. Innovatsionnaia deiatel'nost' i mekhanizmy ee organizatsii na regional'nom urovne // Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. 2012. № 1(1). S. 213–216.
4. Trifonov Iu.V., Gorbunova M.L. Vybora strategii razvitiia predpriatii v territorial'no-otraslevom kontekste // Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. Serii: Ekonomika i finansy. 2004. № 2. S. 160–165.
5. Trifonov Iu.V., Iashin S.N., Koshelev E.V. Primenenie real'nykh opsionov dlia investirovaniia innovatsii v usloviakh ogranichenosti informatsii // Finansy i kredit. 2011. № 30. S. 2–9.
6. Kosovskikh E.A., Trifonov Iu.V. Funktsional'nai model' organizatsionno-ekonomicheskogo mekhanizma upravleniia regional'noi investitsionnoi deiatel'nost'iu // Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. Serii: Ekonomika i finansy. 2008. № 3. S. 183–185.

7. Prigozhin I., Stengers I. Vremia, kaos, kvant. K resheniiu paradoksa vremeni. 3-e izd. / Per. s angl. Iu.A. Danilova. M.: Editorial URSS, 2001. 240 s.
8. Takha Kh. Vvedenie v issledovanie operatsii. 7-e izd.: Per. s angl. M.: Izdatel'skii dom «Vil'iams», 2005. 912 s.
9. Moiseev N.N. Matematicheskie zadachi sistemnogo analiza. M.: Nauka, 1981. 488 s.
10. Neilor T. Mashinnye imitatsionnye eksperimenty s modeliami ekonomicheskikh sistem. M.: Mir, 1975. 500 s.
11. Makarov V.L., Bakhtizin A.R. Novyi instrumentarii v obshchestvennykh naukakh agent-orientirovannye modeli: obshchee opisaniye i konkretnye primery // Ekonomika i upravlenie. 2009. № 12. S. 13–25.
12. Fattakhov M.R. Agentoorientirovannaya model' sotsial'no-ekonomicheskogo razvitiia Moskvy // Ekonomika i matematicheskie metody. 2013. T. 49. № 2. S. 30–43.
13. Guts A.K., Korobitsyn V.V., Laptev A.A. i dr. Komp'yuternoe modelirovaniye. Instrumenty dlia issledovaniia sotsial'nykh sistem: Uchebnoye posobie. Omsk: Omskii gos. un-t, 2001.
14. Karpov Iu. Imitatsionnoye modelirovaniye sistem. Vvedenie v modelirovaniye s AnyLogic 5. SPb.: BKhV-Peterburg, 2006.
15. Makarov V.L. Obzor matematicheskikh modelei s innovatsiyami // Ekonomika i matematicheskie metody. 2009. T. 45. № 1. S. 3–14.
16. Makarov V.L., Bakhtizin A.R., Bakhtizina N.V. Vychislimaia model' ekonomiki znaniia // Ekonomika i matematicheskie metody. 2009. T. 45. № 1. S. 70–82.
17. Petrov A.A., Pospelov I.G. Matematicheskie modeli ekonomiki Rossii // Vestnik RAN. 2009. T. 79. № 62. S. 492–506.