

УДК 50+530.1

**ФРАКТАЛЬНЫЙ МЕТОД, ФРАКТАЛЬНАЯ ПАРАДИГМА
И МЕТОД ДРОБНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ В ЕСТЕСТВОЗНАНИИ**

© 2012 г.

А.А. Потанов

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

potanov@cplire.ru

Поступила в редакцию 10.09.2012

Рассмотрены основные методологические проблемы, возникающие при всеобъемлющем использовании предложенного автором глобального фрактального метода, а также метода дробных операторов в современном естествознании. Предложена и обоснована новая парадигма фрактальности, базирующаяся на триаде: фракталы, дробные операторы, скейлинг. Актуальность работы объясняется, прежде всего, острой потребностью в осмыслении фрактальности и хаотичности как единого целостного процесса формирования «фрактального естествознания».

Ключевые слова: естествознание, парадигма, научный метод, фрактал, дробный оператор, скейлинг, хаос, сложные системы.

1. Цель публикуемой работы – обратить внимание на важные методологические проблемы, возникающие при всеобъемлющем использовании глобального *фрактального метода* [1–10] и *метода дробных интегралпроизводных* [1, 2, 9–14] в современном естествознании. В статье представлены избранные фундаментальные теоретические и экспериментальные результаты, полученные в течение 30 лет в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН авторами и его учениками в работах по планомерному внедрению фракталов, операторов дробного интегралдифференцирования и эффектов скейлинга в радиофизику и в широкий спектр радиотехнических наук – рис. 1 (см., например, [1–10, 15–24], ссылки в них, а также сайт автора www.potanov-fractal.com).

Актуальность работы основывается, прежде всего, на острой потребности в осмыслении фрактальности и хаотичности как единого целостного процесса формирования «*фрактального естествознания*». Наш принцип изложения статьи нелинеен. Работа предполагает, что ее читатель будет временами останавливаться, «оглядываться» и «исследовать местность».

Автор, естественно, высказывает здесь свои субъективные мысли, опираясь исключительно на свой собственный достаточно богатый 30-летний опыт научно-исследовательской работы в России, США и Китае по фрактальной тематике в радиофизике, радиотехнике, радиолокации, обработке многомерных сигналов, распространении радиоволн, антеннах, электродина-

мике, радиометеорологии, теории управления и т.д.

Идеи фрактальности, развитые Б. Мандельбротом (20.11.1924–14.10.2010) примерно сорок лет тому назад, становятся связующим звеном среди математиков, физиков, химиков, инженеров, геологов, биофизиков... Расширение их до включения обобщенной статистики (не следующей центральной предельной теореме) и эффектов памяти (эредитарность), нарушающих марковскую природу первых этапов исследования случайных процессов, создало очень богатый инструмент, достаточно полный, чтобы описать особенности сложных систем Мира и техники, имеющих вероятностную природу. Речь идет, по сути, о геометрическом понимании мироздания. Статья отражает прогресс, достигнутый в развитии общих идей фрактальности за этот тридцатилетний период. Сейчас экспансия наших идей и методов происходит почти во все области знаний.

В широком контексте суждений автора идеи фрактальности помогают выходить за традиционно установленные пределы официальной науки. Многие примеры в статье, взятые из различных разделов современного естествознания [1–10, 15–24], предвещают глобальному фрактальному методу блестящую будущность. А фрактальная парадигма возникает на наших глазах. В ряду и в контексте других точек зрения кто-то согласится с автором, кто-то, естественно, нет. В задачу автора и не входит «устраивать» всех.



Рис. 1. Эскиз развития автором новых информационных технологий на основе фракталов, дробных операторов и эффектов скейлинга

2. *Метод дробных интегралов* работает прекрасно. Пример – прорыв в области нецелого числа повторяющихся операций в интегро-дифференциальном исчислении (дробные степени операторов дифференцирования и интегрирования \equiv дробные операторы) [1, 2, 9–14]. Этот прорыв впечатляет: чрезвычайно обогащается семейство дифференциальных уравнений; пустые промежутки между уравнениями целых порядков плотно заполняются уравнениями нецелых вещественных порядков, возможными становятся непрерывные переходы между параболическим, гиперболическим и эллиптическим типами уравнений в частных производных. Наличие в уравнениях дробной производной по времени интерпретируется как отражение памяти/эредитарности или немарковости стохастического процесса. Дробные производные по пространственным координатам отражают самоподобную неоднородность фрактальной структуры или фрактальной среды, в которой процесс развивается.

Физически операторы дробного интегрирования играют роль своеобразных «фильтров», выделяющих только те составляющие, которые локализованы на фрактальных (дробных) множествах исследуемого процесса.

3. Глобальный *фрактальный метод* окончательно и в полном виде предложен автором в

2006 г. после 30-летней его разработки. Несколько утрируя, можно сказать, что фракталы составляли тонкую амальгаму на мощном остове науки конца XX в. Их открытие принадлежит Б. Мандельброту [18]. *В современной ситуации интеллектуальное фиаско потерпели попытки принизить их значение и опираться только на классические знания.* Следуя принципу Рене Декарта «определяйте значение слов», начинать необходимо с пояснения содержания, которое вложено в термин «*фрактал*». Автор в своих работах полагается на *собственное определение фрактала* [1–10, 18–23]. (Оно было одобрено Б. Мандельбротом при нашей личной встрече в декабре 2005 г. в Нью-Йорке [2, 3, 9, 10, 18]. Сейчас оно у всех в ходу.)

Приведем здесь наше *математическое определение фрактала*:

«*Фрактал* – это функциональное отображение или множество, получаемое бесконечным рекурсивным процессом, и имеющее следующие свойства: 1) самоподобие, или масштабную инвариантность (бесконечный скейлинг), то есть фракталы на малых масштабах выглядят в среднем так же, как и на больших; 2) дробную размерность (называемую размерностью Хаусдорфа), строго большую, чем топологическая размерность; 3) недифференцируемость и оперирование дробными производными и интегра-

лами».

Физическое определение фрактала следующее:

«*Фракталы* – это геометрические объекты (линии, поверхности, тела), имеющие сильно изрезанную структуру и обладающие свойством самоподобия (скейлинга) в ограниченном масштабе».

Понятно всем, что здесь даются простые и, одновременно, инвариантные относительно времени определения. Говоря о терминах в науках, необходимо обратить внимание на одну их особенность, которую очень хорошо выразил русский философ и математик В.В. Налимов (04.11.1910–19.01.1997) [25, с. 138–141]: «В процессе развития науки ее слова приобретают *престиж*. ... Когда ученый выдвигает новую концепцию, он хочет вложить ее в старые слова. Если это удастся сделать, то новая теория сразу приобретает тот престиж, который уже ранее завоевали эти слова. ... Спор о словах в науке, столь раздражающий многих, – это подчас совсем не пустой разговор. ... И если кто-нибудь, читая серьезную статью по математической статистике, встретит незнакомые ему термины и захочет воспользоваться специальным толковым словарем терминов, то это не принесет ему большой пользы, поскольку важно знать не просто строгое определение термина (если оно существует), но и все те концепции, которые с ним связаны. Таким образом, этот языковой барьер можно назвать, если угодно, и концепту-

альным барьером. В отличие от обыденного языка людей язык науки носит значительно более резко выраженный *кодовый* характер. Глубина кодирования, или, иначе, информационная емкость понятий, растет во времени по мере развития научных концепций».

«В литературе постоянно возникают острые дискуссии о том, можно ли считать тот или иной раздел знаний самостоятельной дисциплиной. Обсуждая этот вопрос, пытаются опираться на ряд критериев. Один из них – это утверждение о том, что каждая самостоятельная научная дисциплина должна обладать своим методом исследования. Нам представляется, что исходя из высказанных выше соображений можно предложить совсем простой критерий. Мы будем утверждать, что появление новой самостоятельной научной дисциплины должно сопровождаться и появлением нового специфического научного языка. Возникновение существенно новых проблем немедленно приводит и к появлению того нового языка, на котором они обсуждаются».

Во фрактальных исследованиях автор всегда опирается на свои три глобальных тезиса: **1.** Обработка искаженной негауссовскими шумами информации в пространстве дробной меры с использованием скейлинга и устойчивых негауссовских вероятностных распределений (1981 г.). **2.** Применение непрерывных недифференцируемых функций (1990 г.). **3.** Фрактальные радиосистемы (2005 г.) – рис. 2.



Рис. 2. Авторская концепция фрактальных радиосистем и устройств

В дальнейшем логическое объединение указанной триады проблем в общий «фрактальный анализ и синтез» и создает основы *фрактального метода* (2006 г.) и единой глобальной идеи *фрактального естествознания и фрактальной парадигмы* (2011 г.), предложенных автором.

В принципе, фракталы и дробные операторы невозможны друг без друга. Все эти проблемы следует рассматривать исключительно с позиций теоретико-множественной точки зрения. Прекрасный пример из области оснований фундаментальной математики – заметки об инфинитезимальном исчислении [26]. Инфинитезимальное исчисление в его первоначальном виде было ранее изгнано из математики и заменено так называемым (ε, δ) -анализом вкуче с континуумом Дедекинда и адаптированным к нему определением вещественной функции как отображения точек в точки. В результате была нарушена естественная связь означенного исчисления с его физическими корнями: бесконечно малая величина, переставшая признаваться числом, получила «вид на жительство» в качестве функции, фактически потеряв право выражать интуитивную идею пренебрежимой погрешности. Нечто похожее впоследствии произошло с сингулярными функциями, когда они стали представляться в виде функционалов. В то же время, абсурдно было бы недооценивать виртуозность и научный потенциал такого подхода: даже его издержки порой оказываются неожиданно плодотворными. Так, не вполне адекватное физическому смыслу определение непрерывной функции стало поводом для построения «патологических» примеров, предвосхитивших развитие фрактального анализа.

Математики постепенно привыкли к тому, что нигде не дифференцируемые функции действительно существуют, но физики долго не соглашались с этим и воспринимали такие функции как уродливые порождения математической фантазии, не имеющие отношения к реальному миру (исходили из принципа «в физике все функции дифференцируемы»).

С позиций современной науки функция без производной вовсе не абстрактное понятие, а траектория броуновской частицы. Как отмечал в 20-е гг. XX в. Н. Винер: «В рамках этой теории мне удалось подтвердить замечание Перрена, показав, что за исключением множества случаев, имеющих суммарную вероятность нуль, все траектории броуновского движения являются непрерывными нигде не дифференцируемыми кривыми».

Существенно то, что в *спектральной теории стационарных случайных процессов* недиффе-

ренцируемые функции возникают совершенно естественным образом и избежать их возможно лишь при отказе от имеющего ясный физический смысл условия стационарности, только и делающего данную теорию простой и наглядной [27]. Кратко поясним этот факт. При спектральном разложении стационарного процесса $X(t)$ использование интеграла Стилтеса оказывается неизбежным, так как случайная функция $Z(\omega)$ не является дифференцируемой ни в каком смысле, и поэтому никак нельзя перейти от интеграла Фурье – Стилтеса

$$X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} dZ(\omega) \quad (1)$$

к обычному интегралу Фурье. В случае существования спектральной плотности $f(\omega)$ всегда

$$\langle |dZ(\omega)|^2 \rangle = f(\omega)d\omega. \quad (2)$$

В силу (1) во всех реальных физических случаях, когда процессу $X(t)$ соответствует положительная спектральная плотность $f(\omega)$, средний квадрат приращения $\Delta Z(\omega)$ функции $Z(\omega)$ на малом отрезке $\Delta\omega$ оси частот близок к $f(\omega)\Delta\omega$, т.е. имеет тот же порядок малости, что и $\Delta\omega$. В таком случае само значение $\Delta Z(\omega)$ имеет, как правило, порядок $(\Delta\omega)^{1/2}$, что несовместимо с допущением о дифференцируемости функции $\Delta Z(\omega)$, т.е. с допущением о существовании предела отношения $\Delta Z(\omega)/\Delta\omega$ при $\Delta\omega \rightarrow 0$.

Как отмечено в [27, с. 113], «мы сталкиваемся здесь с довольно редким случаем, когда в задаче, имеющей реальный физический смысл, возникают нигде не дифференцируемые функции, которые еще совсем недавно многим прикладникам представлялись заумной математической абстракцией, которая не может иметь никаких приложений». В арсенале математики нашелся и аналитический аппарат для описания таких объектов и процессов.

Место обычной размерности заняла *размерность Хаусдорфа*, а место производных – *дробная производная* или *показатель Гельдера*.

Есть основания полагать, что данная авторская работа – это *рубежная работа*, обозначившая, с одной стороны, синтез установок из предшествовавших исследований, а с другой – это выход за рамки фрактальной радиофизики и фрактальной радиолокации, т.е. постановка вопросов в более широком контексте. При этом фракталы, дробные операторы и скейлинг являются не просто еще одним способом представления старой истории, а именно они являются мощной основой, которая имеет первостепенное значение для множества сложных сис-

тем и процессов.

Как отмечено выше, в статье дается общее видение наиболее перспективных направлений «фрактальных» исследований в области современных радионаук. Отмечено, что в естествознание должно быть введено «фрактальное» измерение, причем не на вспомогательную роль, а в качестве фундаментального объяснительного факта. В настоящее время автором установлены универсальные черты функционирования, изоморфные для огромного количества объектов, относящихся к различным классам явлений, описываемых дробными операторами и фракталами.

Авторский подход не отвергает ценности существующих теорий, не претендует на превосходство по отношению к ним и чужд амбиций «исчерпывающего» объяснения. Фундаментальное значение предложенной автором «фрактальной парадигмы» состоит в возможности взглянуть по-новому и острее на Природу, Человека и Технику. При этом открываются принципиально новые методологические перспективы [1–10, 15–24].

Остановимся еще на двух моментах, которые представлены ниже. Итальянский математик В. Вольтерра (03.05.1860–11.10.1940) развил понятие *эредитарности* (лат. hereditarity) и его применение к физическим и экологическим проблемам [28, 29]. Термин «*эредитарность*» эквивалентен понятиям памяти, последствий, запаздывания, наследственности. Речь идет о причинно-следственной связи между двумя процессами: процессом-причиной и процессом-следствием. В случае учета явлений эредитарного или наследственного характера применим не аппарат дифференциальных уравнений, каковы бы они ни были, а аппарат *интегро-дифференциальных уравнений*. Примеры: магнитный или электрический гистерезис, упругость, запаздывание и т.д.

Мгновенное (не эредитарное) влияние процесса всегда является приближенным. Любое влияние требует определенного времени. Суть в том, стоит ли в рамках принимаемого приближения учитывать это запаздывание, или нет. Все происходит так же, как при рассмотрении понятия материальной точки. Мы игнорируем размеры тела, куда они не играют существенной роли в условиях задачи, и вносим поправки или вообще решаем задачу заново, если роль размеров становится заметной или весьма существенной.

Более ста лет назад, в 1909 году, была опубликована книга французских исследователей братьев Эжена и Франсуа Коссера (Cosserat)

«Теория деформируемых тел» [30], заложившая основы *механики обобщенных континуумов*. Отметим, что развитие механики сплошной среды (МСС) тесно связано с появлением обобщенных математических моделей, рассматривающих частицу материала не как материальную точку, а как более *сложный объект*, наделенный дополнительными свойствами, обусловленными микроструктурой материала. Выдающимся этапом в развитии механики сплошной среды и стало опубликование данной книги [30], в которой описана модель, получившая название микрополярной среды, или континуума Коссера. Столетие теории Коссера, заложившей основы механики обобщенных континуумов, широко отмечалось международной научной общественностью (см., например, [31, 32]). Сегодня обобщенные континуумы вызывают как теоретический, так и практический интерес и заслуживают внимания не только теоретиков, но и экспериментаторов, работающих в различных отраслях механики и физики [30–34].

4. Здесь мы на основе собственных работ [1–10, 15–24] (см. также сайт автора <http://www.potapov-fractal.com>) попытаемся дать общее видение наиболее перспективных фундаментальных направлений «фрактальных» исследований в области прогресса современных наук:

1. Исследование возможностей текстурных (пространственных и спектральных), фрактальных и энтропийных признаков для радиолокационных задач обнаружения.

2. Синтез новых моделей рассеяния радиолокационных сигналов земными покровами на основе теории детерминированного хаоса, странных аттракторов и фрактальных вероятностных распределений – устойчивых распределений.

3. Исследование волновых явлений (распространение и рассеяние волн, процессы диффузии) во фрактальных неоднородных средах на основе операторов дробного интегродифференцирования. Дальнейшее развитие фрактальной электродинамики.

4. Синтез моделей каналов радиолокационных и телекоммуникационных систем на основе пространственных фрактальных обобщенных корреляторов и фрактальных частотных функций когерентности.

5. Исследование возможностей распознавания формы или контуров целей с помощью фрактальных, текстурных и энтропийных признаков. Работа на сингулярностях входной функции.

6. Исследование потенциальных возможностей и ограничений фрактальных методов обработки радиолокационных и связанных сигналов, в том числе, фрактальной модуляции и демодуляции, фрактального кодирования и сжатия информации, фрактального синтеза изображений, фрактальных фильтров. Переход к фрактальным радиосистемам.

7. Исследование адаптивной пространственно-временной обработки сигналов на основе дробной размерности и дробных операторов.

8. Поиск и исследование новых комбинированных методов обнаружения и распознавания классов малококонтрастных целей в интенсивных негауссовских помехах.

9. Исследование возможностей создания новых сред для передачи информации, многодиапазонных фрактальных поглощающих материалов, конструирование фрактальных антенн и фрактальных частотно-селективных поверхностей и объемов. Дальнейшее развитие теории и техники фрактальных импедансов.

10. Синтез новых классов фракталов и мультифракталов с обобщением понятия меры множеств.

11. Изучение вида или топологии выборки одномерного (многомерного) сигнала для задач, например, искусственного интеллекта с целью создания словарей фрактальных признаков на основе фрактальных примитивов, являющихся элементами фрактального языка с фрактальной грамматикой, т.е. исследование *проблемы «размерностного склероза»* физических сигналов и сигнатур. Эти понятия, введенные автором, предполагают исследование топологических особенностей каждой конкретной индивидуальной выборки, а не усредненных реализаций, имеющих зачастую другой характер.

12. Прогноз механизмов формирования и характеристик шероховатости с целью управления геометрическими параметрами микрорельефа для получения заданных физико-химических и эксплуатационных свойств изделий при современных неравновесных технологиях обработки их поверхностного слоя. Фракталы в нанотехнологиях. (В 2008 г. автор предложил новую концепцию, а именно, «*Скейлинг шероховатого фрактального слоя и нанотехнологии*».)

13. Развитие *фрактальной неинерциальной релятивистской радиолокации* в искривленном пространстве-времени связанных структур, т.е. *фрактальной геометрии пространства-времени* детерминированных структур¹.

(В настоящее время в США данное фундаментальное научное направление получило яркое название «*Фрактальная космология – Fractal cosmology*».)

Мои две большие работы с соавторами значатся в списке основных публикаций (arXiv: Cornell University, USA) по этому главному теоретическому направлению.)

5. В 2011–2012 гг. автор предложил новую парадигму (фрактальную) в понимании естествознания. Как хорошо известно, парадигма основывается на небольшом числе утверждений, считавшихся самоочевидными аксиомами, научная ценность которых не может быть доказана. На чем же основывается авторская парадигма? Во-первых, на *фракталах*; во-вторых, на *дробных операторах*; в-третьих, на *скейлинге*, или самоподобии. Новизна парадигмы, комбинирующей данные положения, состоит в ее реальной альтернативности по отношению к современному естествознанию. То, что еще по инерции кажется «ересью» или даже невозможным, превращается в *Zeitgeist* («Дух эпохи»). Но ни одна парадигма никогда не объяснит всех фактов, а конкретные наборы данных всегда можно интерпретировать в рамках нескольких парадигм...

Существующие наблюдения могут быть переоценены, а прежние выводы – дополнены и переформулированы. Мы начинаем видеть принципиально новый Мир: прежние объекты не просто переинтерпретируются, но по своей сути преобразуются. Подытоживая эту работу, автор решается сказать, что научное знание *фрактальной концепции* может претендовать на статус большой теории в контексте естествознания. Для будущих исследований данная концептуализация открывает вдохновляющие перспективы *фрактального натурализма*.

Представленные в данной работе основные принципы *фрактального метода* и *фрактального естествознания*, надеемся, могут также оказать помощь в изучении роли подсознания, т.е. в связях духа и мозговой материи, в проблеме интимного механизма нашего мышления, в сфере возникновения мыслей и чувств, появления абстрактных идей и моральных принципов, в исследованиях механизма творчества. Ведь великие научные творения создаются только при соединении трех слагаемых: *интуиции, анализа и синтеза*. И результаты озарения надо воплотить еще в труд... Случай всегда благоприятствует тем, кто умеет видеть и, интуитивно охватывая глубинный смысл фактов, проникает в суть вещей. Дух не знает границ, он парит, но материя упирается...

Тщательные библиографические исследования доказали *наш полный и абсолютный приоритет* по всем «фрактальным» направлениям (см. рис. 1 и рис. 2) в СССР и в России, а также

в мировой науке. Заметим, что идеи автора о фракталах и дробных операторах, с которыми он выступил три десятилетия назад, ныне уже уверенно перешли из стадии чисто умозрительной в стадию осязаемой действительности и достигли своей зрелости в качестве мощного аналитического инструмента описания классических и аномальных стохастических процессов. Этому есть серьезное *подтверждение*, а именно:

– в книге [35] в подразделе «Локационные системы», раздел «Информационные технологии и вычислительные системы» (с. 41) приведен следующий текст: «Создан эталонный словарь фрактальных признаков оптических и радиоизображений, необходимый для реализации принципиально новых фрактальных методов обработки радиолокационной информации и синтеза высокоинформативных устройств обнаружения и распознавания слабых сигналов на фоне интенсивных негауссовских помех. Установлено, что для эффективного решения задач радиолокации и проектирования фрактальных обнаружителей многомерных радиосигналов существенное значение имеют дробная размерность, фрактальные сигнатуры и кепстры, а также текстурные сигнатуры фона местности. (ИРЭ РАН)» – 2007 г., опубликовано в 2008 г.

– в книге [36] в подразделе «Локационные системы. Геоинформационные технологии и системы», раздел «Нанотехнологии и информационные технологии» (с. 24) приведен следующий текст: «Впервые в мировой практике предложены и экспериментально доказаны принципы построения новых, фрактальных адаптивных, радиосистем и фрактальных радиоэлементов для современных задач радиотехники и радиолокации. Принцип действия таких систем и элементов основан на введении дробных преобразований излучаемых и принятых сигналов в пространстве нецелой размерности при учете их скейлинговых эффектов и негауссовской статистики. Это позволяет выйти на новый уровень информационной структуры реальных немарковских сигналов и полей. (ИРЭ РАН)» – 2009 г., опубликовано в 2010 г.

– в книге [37] в подразделе «Локационные системы. Геоинформационные технологии и системы», раздел «Информатика и информационные технологии» (с. 199, 200) и книге [38, с. 242] приведен следующий текст: «На основе фрактального анализа проведено систематическое исследование электродинамических свойств фрактальных антенн. Подтверждены широкополосные и многодиапазонные свойства

фрактальных антенн и зависимость числа резонансов от номера итерации фракталов. Показано, что на основе миниатюрных фрактальных антенн возможна эффективная реализация частотно-избирательных сред и защитных экранов, искажающих радиолокационный портрет цели. Изучены фрактальные частотно-избирательные 3D-среды, или фрактальные «сэндвичи» (инженерные радиоэлектронные микро- и наноконструкции). (ИРЭ РАН)» – 2011 г., опубликовано в 2012 г. Таким образом, в России введен автором данной статьи после 20-летней теоретической и экспериментальной разработки принципиально новый класс антенн, а именно, класс фрактальных антенн.

Итог: в естествознании должно быть введено «фрактальное» измерение, причем не на вспомогательную роль, а в качестве фундаментального объяснительного факта.

Примечание

¹См. также наши работы:

1. Подосенов С.А., Потапов А.А., Соколов А.А. Импульсная электродинамика широкополосных радиосистем и поля связанных структур / Под ред. А.А. Потапова. М.: Радиотехника, 2003. 720 с.

2. Podosenov S.A., Foukzon J., Potapov A.A. A study of the motion of a relativistic continuous medium // Gravitation and Cosmology. 2010. V. 16. № 4. P. 307–312.

3. Foukzon J., Podosenov S.A., Potapov A.A. Relativistic length expansion in general accelerated system revisited // <http://arxiv.org/abs/0910.2298v1>. arXiv: 0910.2298. (General Physics), 13 October 2009, Cornell University, USA. 2009. 11 p.

4. Foukzon J., Podosenov S.A., Potapov A.A., Men'kova E.R. Bimetric theory of gravitational-inertial field in riemannian and in finsler-lagrange approximation // <http://arxiv.org/abs/1007.3290>. (General Physics), 9 Oct. 2010. 95 p.

5. Foukzon J., Potapov A.A., Podosenov S.A. Hausdorff – Colombeau measure and axiomatic quantum field theory in spacetime with negative B. Mandelbrot dimensions // <http://arxiv.org/abs/1004.0451>, 5 Feb. 2011. 206 pp.; Foukzon J., Potapov A.A., Podosenov S.A. Exact quasiclassical asymptotics beyond Maslov canonical operator // <http://arxiv.org/abs/1110.0098>, 4 Oct. 2011. 162 p.

6. Foukzon J., Potapov A.A., Podosenov S.A., Men'kova E.R. Detecting Fractal Dimensions Via Primordial Gravitational Wave Astronomy // <http://www.scribd.com/doc/58496226/Detecting-Fractal-Dimensions-via-Primordial-Gravitational-Wave-Astronomy-Fractal-Cosmology>. 74 p.

7. Podosenov S.A., Foukzon J., Potapov A.A. Electrodynamics of a Continuous Medium in a System with Specified Structure // Physics of Wave Phenomena. 2012. V. 20. № 2. P. 143–157.

Список литературы

1. Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации. М.: Логос, 2002. 664 с.
2. Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Университетская книга, 2005. 848 с.
3. Потапов А.А. Фракталы и хаос как основа новых прорывных технологий в современных радиосистемах. Дополнение к кн.: Кроновер Р. Фракталы и хаос в динамических системах. М.: Техносфера, 2006. С. 374–479.
4. Потапов А.А., Гуляев Ю.В., Никитов С.А., Пахомов А.А., Герман В.А. Новейшие методы обработки изображений / Под ред. А.А. Потапова. М.: Физматлит, 2008. 496 с. (монография по гранту РФФИ № 07-07-07005).
5. Потапов А.А. Фрактальные методы исследования флуктуаций сигналов и динамических систем в пространстве дробной размерности // В кн.: Флуктуации и шумы в сложных системах живой и неживой природы / Под ред. Р.М. Юльметьева и др. Казань: Министерство образования и науки Республики Татарстан, 2008. С. 257–310.
6. Потапов А.А., Гильмутдинов А.Х., Ушаков П.А. Фрактальные элементы и радиосистемы: Физические аспекты / Под ред. А.А. Потапова (Библиотека журнала «Нелинейный мир»: Научная серия «Фракталы. Хаос. Вероятность»). М.: Радиотехника, 2009. 200 с.
7. Потапов А.А. О фрактальных радиосистемах, дробных операторах, скейлинге, и не только... // В кн.: Фракталы и дробные операторы (Коллективная монография) / С предисловием акад. Ю.В. Гуляева и чл.-корр. РАН С.А. Никитова. Казань: Изд-во «Фэн» Академии наук РТ, 2010. С. 417–472.
8. Лазоренко О.В., Потапов А.А., Черногор Л.Ф. Фрактальные сверхширокополосные сигналы // В кн.: Струков А.В., Потапов А.А., Черногор Л.Ф. и др. Информационная безопасность: методы шифрования / С предисловием акад. Н.А. Кузнецова. М.: Радиотехника, 2011. С. 151–187.
9. Потапов А.А. Фракталы, скейлинг и дробные операторы в обработке информации (Московская научная школа фрактальных методов в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, 1981–2011 гг.) // Необратимые процессы в природе и технике: Сб. науч. тр. / Под ред. В.С. Горелика, А.Н. Морозова. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, Физический ин-т им. П.Н. Лебедева РАН, 2012. Вып. IV. С. 5–121.
10. Потапов А.А., Черных В.А. Дробное исчисление А.В. Летникова в физике фракталов. Saarbrücken: LAMBERT Academic Publishing, 2012. 688 с.
11. Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. 272 с.
12. Нахушева В.А. Дифференциальные уравнения математических моделей нелокальных процессов. М.: Наука, 2006. 173 с.
13. Псху А.В. Уравнения в частных производных дробного порядка. М.: Наука, 2005. 199 с.
14. Учайкин В.В. Метод дробных производных. Ульяновск: Артишок, 2008. 512 с.
15. Боголюбов А.Н., Потапов А.А., Рехвиашвили С.Ш. Способ введения дробного интегро-дифференцирования в классической электродинамике // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физика. Астрономия. 2009. № 4. С. 9–12.
16. Рехвиашвили С.Ш., Потапов А.А. Мемристор и целочисленный квантовый эффект Холла // Радиотехника и электроника. 2012. Т. 57. № 2. С. 207–210.
17. Потапов А.А., Черногор Л.Ф. Физические процессы в нелинейной системе Космос – Земля: каналы воздействия на биосферу (человека) // Нелинейный мир. 2010. Т. 8. № 6.
18. Потапов А.А. Бенуа Мандельброт (1924–2010) – человек, «преодолевший пропасть размерностей» // Нелинейный мир. 2010. Т. 8. № 12. С. 733–738.
19. Потапов А.А., Матвеев Е.Н. Фрактальная электродинамика, скейлинг фрактальных антенн на основе кольцевых структур и мультимасштабные частотно-избирательные 3D-среды или фрактальные «сэндвичи»: переход к фрактальным наноструктурам // Радиотехника и электроника. 2010. Т. 55. № 10. С. 1157–1177.
20. Потапов А.А. Фрактальные антенны, нанотехнологии, резонансы и плазмоны // Успехи современной радиоэлектроники. 2011. № 5. С. 5–12.
21. Гуляев Ю.В., Панасенко С.В., Потапов А.А., Черногор Л.Ф. Оптимальное обнаружение и оптимальное оценивание параметров солитона огибающей // Доклады Академии наук. 2011. Т. 436. № 5. С. 606–610.
22. Бекмачев Д.А., Потапов А.А., Ушаков П.А. Проектирование фрактальных пропорционально-интегрально-дифференциальных регуляторов дробного порядка // Успехи современной радиоэлектроники. 2011. № 5. С. 13–20.
23. Potapov A.A. Application of the Fractal Theory and Scaling Effects during Processing of Low-Contrast Images and Super Weak Signals in the Presence of Intensive Noise // Abstracts Int. conf. «Zababakhin Scientific Talks», devoted to E.I. Zababakhin's 95-th anniversary (16–20 April, 2012, Russia, Snezhinsk, Chelyabinsk region). Snezhinsk: RFNC-VNIITF, 2012. P. 312; Потапов А.А. Применение теории фракталов и эффектов скейлинга при обработке малоконтрастных изображений и сверхслабых сигналов в интенсивных помехах // Забабахинские научные чтения: Сб. матер. XI Международ. конф., посв. 95-летию Е.И. Забабахина (Снежинск, Челябинская обл., 16–20 апреля 2012 г.). Снежинск: РФЯЦ-ВНИИТФ, 2012. С. 311–312.
24. Панасенко С.В., Потапов А.А., Черногор Л.Ф. Результаты применения алгоритмов теории оптимального обнаружения и оценивания для анализа солитона огибающей // Радиотехника и электроника. 2012. Т. 57. № 3. С. 330–338.
25. Налимов В.В. Вероятностная модель языка. Томск–М.: Водолей Publishers, 2003. 368 с.
26. Вopenка П. Альтернативная теория множеств: Новый взгляд на бесконечность / Пер. со словац.; Под ред. Н.В. Белякина. Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 2004. 612 с.

27. Яглом А.М. Корреляционная теория стационарных случайных функций. Л.: Гидрометеиздат, 1981. 280 с.
28. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. М.: Наука, 1976. 286 с.
29. Вольтерра В. Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1982. 304 с.
30. Cosserat E. et F. Theorie des corps deformables. Paris: Librairie Scientifique A. Hermann et Fils, 1909. 226 p.
31. Ерофеев В.И. Братья Коссера и механика обобщенных континуумов // Вычислительная механика сплошных сред. 2009. Т. 2. № 4. С. 5–10.
32. Ерофеев В.И., Потапов А.А. Международный научный коллоквиум «Механика обобщенных континуумов: сто лет после Коссера» // Нелинейный мир. 2009. Т. 7. № 8. С. 652–654.
33. Maugin G.A., Metrikine A.V. (Eds.). Mechanics of Generalized Continua: One Hundred Years after the Cosserats. New York: Springer, 2010. 337 p.
34. Altenbach H., Erofeev V., Maugin G. (Eds.). Mechanics of Generalized Continua – from Micromechanical Basics to Engineering Applications. New York: Springer, 2011. 350 p.
35. Отчетный доклад Президиума Российской академии наук. Научные достижения Российской академии наук в 2007 году. М.: Наука, 2008. 204 с.
36. Отчетный доклад Президиума Российской академии наук. Научные достижения Российской академии наук в 2009 году. М.: Наука, 2010. 486 с.
37. Отчетный доклад Президиума Российской академии наук. Научные достижения Российской академии наук в 2011 году. М.: Наука, 2012. 620 с.
38. Доклад Правительству РФ. Об итогах реализации в 2011 году Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2008–2012 гг. В 3 т. М.: Наука, 2012. 1015 с.

FRactal Method, Fractal Paradigm and Fractional Derivatives Method in Natural Science

A.A. Potapov

The main methodological problems are considered arising in connection with the comprehensive use of the global fractal method proposed by the author and the method of fractional operators in modern science. A new paradigm of fractality based on a triad comprising fractals, fractional operators and scaling is proposed and justified. The relevance of the work is explained, above all, by an urgent need to comprehend fractality and chaos as a fully unified and integrated process to form «fractal natural science».

Keywords: natural science, paradigm, scientific method, fractal, fractional operator, scaling, chaos, complex systems.