

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского**  
**Национальный исследовательский университет**

# **ЦИФРОВЫЕ КАНАЛЫ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ**

Электронное учебно-методическое пособие

Рекомендовано методической комиссией радиофизического факультета для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям 011800 «Радиофизика» и 010300 «Фундаментальная информатика и информационные технологии»

Нижний Новгород  
2013

ЦИФРОВЫЕ КАНАЛЫ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ: Составитель: Ивлев Д.Н.  
Учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский  
госуниверситет, 2013. – 53 с.

Рецензент: кандидат физ.-мат. наук, доцент Мишагин К.Г.

Данное пособие представляет собой конспект лекций по курсу «Цифровые каналы передачи данных». В пособии приводится описание видов и моделей информационных сигналов, описаны основные методы цифровой обработки сигналов в современных цифровых средствах передачи информации.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов старших курсов радиофизического факультета, обучающихся по направлениям 011800 «Радиофизика» и 010300 «Фундаментальная информатика и информационные технологии».

## **Введение**

Курс «Цифровые каналы передачи данных» рассказывает об устройстве цифровых систем связи, сигналах, используемых в цифровых каналах передачи данных и методах обработки этих сигналов.

Рассматриваются структура цифровой системы связи, особенности цифровых сигналов, процесс преобразования аналоговых сигналов в цифровые, методы удаления избыточной информации из аналоговых источников, представление информации с помощью низкочастотных сигналов, виды цифровой модуляции, способы получения полосовых сигналов, методы демодуляции сигналов с различными видами цифровой модуляции, вероятности возникновения битовых ошибок в канале с аддитивным белым гауссовским шумом. Описаны возможные компромиссы при выборе значений основных параметров в цифровых системах связи. Приводится материал про широкополосные сигналы, способы их получения и демодуляции, рассмотрены преимущества таких сигналов.

# 1. Сигналы и методы их обработки в цифровой системе связи

## 1.1. Обобщённая структурная схема радиотехнической системы передачи информации

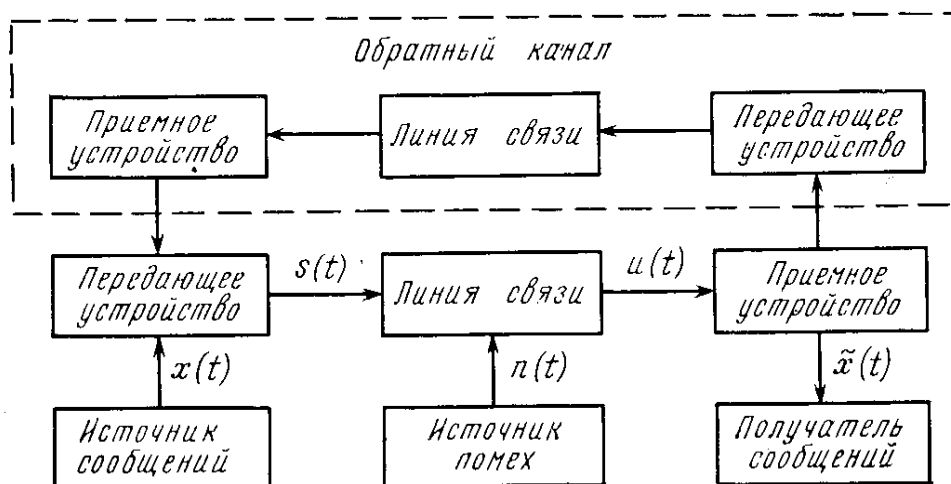


Рис. 1. Обобщённая структурная схема радиотехнической системы передачи информации

## 1.2. Функциональная схема цифровой системы передачи информации

Последовательность этапов обработки сигнала в типичной цифровой системе связи удобно представить с помощью функциональной схемы, приведённой на рис. 2. Верхняя часть данной схемы соответствует передающей стороне, нижняя – приёмной.

*Источник и получатель информации* могут быть цифровые, либо аналоговые.

*Кодирование источника* – преобразование аналогового сигнала в цифровой и удаление из сигнала избыточной информации.

*Шифрование* – обеспечивает конфиденциальность связи.

*Канальное кодирование* – методы улучшения цифровых сигналов, в результате применения которых сигналы становятся менее уязвимыми к воздействию шума, различных помех, замираний, которые приводят к появлению ошибок в передаче информации.

*Импульсная модуляция* – преобразование данных из двоичного представления в форму узкополосного низкочастотного сигнала (видеосигнала).

*Полосовая модуляция* – перенос спектра сигнала с импульсной модуляцией на высокую частоту.

*Передатчик* осуществляет преобразование сигнала из цифрового в аналоговый, преобразование частоты полосового сигнала до значения несущей частоты, усиление мощности сигнала и его подача в канал передачи.

*Канал передачи* (среда распространения сигнала) добавляет к сигналу шумы, помехи, производит частотные искажения сигнала.

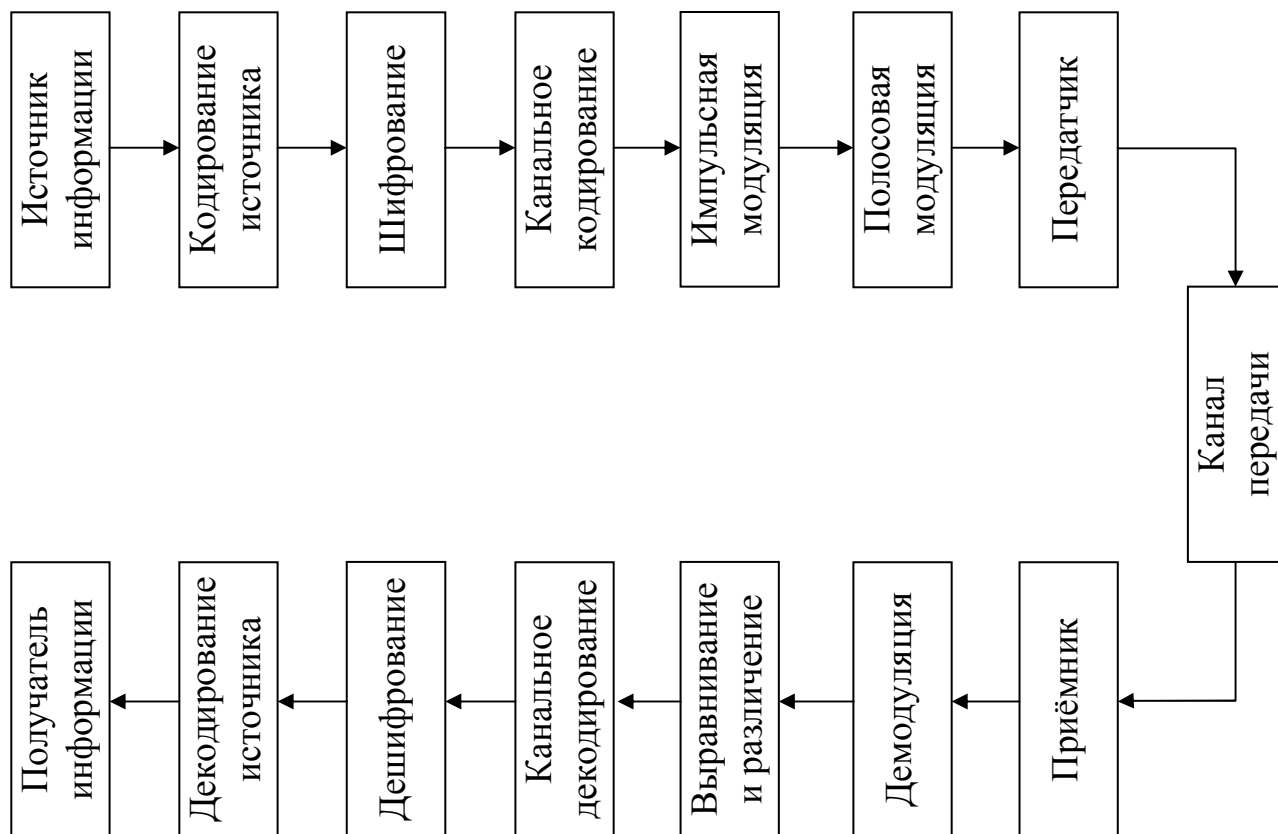


Рис. 2. Функциональная схема типичной системы цифровой связи

*Приёмник* – фильтрация, усиление и преобразование частоты принимаемого сигнала, преобразование сигнала из аналоговой формы в цифровую.

*Демодуляция* – превращение радиосигнала в низкочастотный импульсный сигнал.

*Выравнивание* – устранение искажений сигнала, вызванных многолучевым распространением в канале передачи.

*Различение* сигнала – принятие решения о цифровых значениях принятых символов сигнала. В результате этого импульсный сигнал преобразуется в поток битов.

*Канальное декодирование* – осуществляется исправление части ошибочно распознанных битов данных (не больше некоторого фиксированного количества).

*Дешифрование* – операция, обратная шифрованию.

*Декодирование источника* – в сигнал возвращается избыточная информация, удалённая из него в процессе кодирования источника, а также

сигнал источника переводится в аналоговую форму (в случае аналогового источника информации).

### 1.3. Кодирование источника

#### 1.3.1. Дискретизация и квантование

Преобразование аналоговых сигналов в цифровые осуществляется в два этапа: дискретизация и квантование.

*Дискретизация* – взятие отсчётов (выборок) сигнала через равные промежутки времени (рис. 3). Полученный таким образом дискретный сигнал, состоящий из узких импульсов с амплитудой, равной амплитуде сигнала в момент взятия отсчёта, называют сигналом с амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ, РАМ — pulse amplitude modulation).

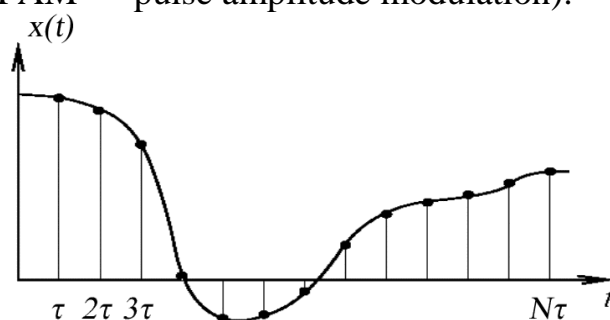


Рис. 3. Дискретизация непрерывного сигнала

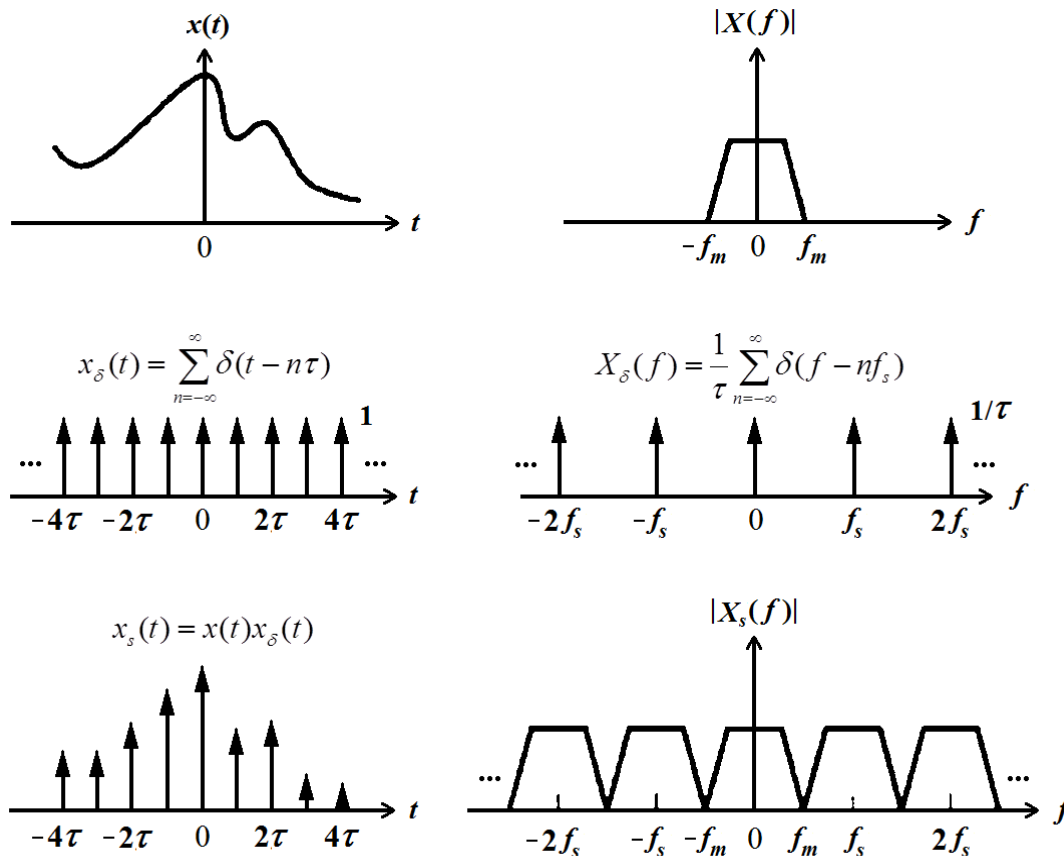


Рис. 4. Математическая модель дискретного сигнала

Спектральная плотность дискретного сигнала:

$$X_s(f) = X(f) * X_\delta(f) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(f - nf_s). \quad (1)$$

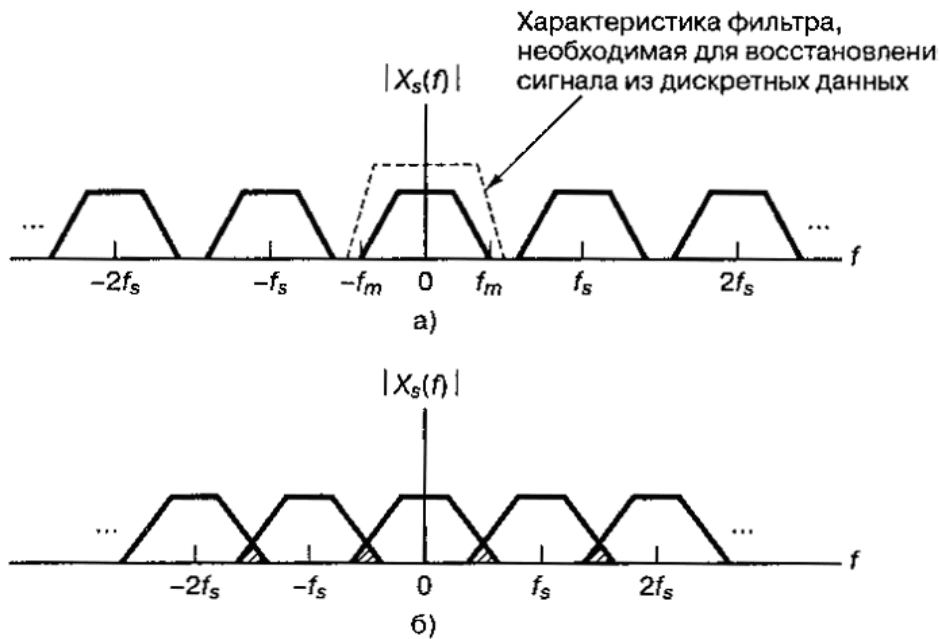


Рис. 5. Спектр дискретного сигнала при условиях  $f_s > 2f_m$  (а) и  $f_s < 2f_m$  (б)

Условие восстановления аналогового сигнала из дискретного (теорема Котельникова, критерий Найквиста):

$$f_s > 2f_m \text{ или } T \leq 1/(2f_m). \quad (2)$$

*Квантование* – процесс дискретизации значений выборок дискретного сигнала.



Рис. 6. Уровни квантования

$$q = 2V_p/L - \text{интервал (шаг) квантования.}$$



Рис. 7. Варианты проходной характеристики равномерного устройства квантования

$$e(t) = y(t) - x(t) - \text{ошибка квантования (шум квантования).}$$

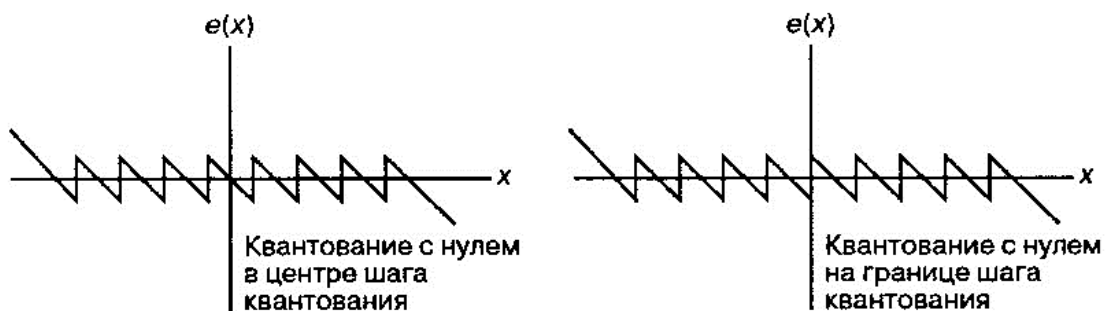


Рис. 8. Ошибки квантования в зависимости от значений входных выборок

Средняя мощность шума квантования для равномерно распределённой вероятности ошибок квантования:

$$N_q = \int_{-q/2}^{q/2} e^2 p(e) de = \int_{-q/2}^{q/2} e^2 \frac{1}{q} de = \frac{q^2}{12}, \quad (3)$$

$$\text{где } p(e) = \begin{cases} \frac{1}{q}, & e \in [-\frac{q}{2}, \frac{q}{2}] \\ 0, & e \notin [-\frac{q}{2}, \frac{q}{2}] \end{cases}.$$

Данная формула справедлива, если уровень сигнала  $x(t)$  не превышает границы диапазона квантования  $(-V_p; +V_p)$ , иначе  $N_q$  будет являться квадратично возрастающей функцией амплитуды входного сигнала  $x(t)$ . Аналогично можно показать, что средняя мощность случайного сигнала с равномерным распределением в границах диапазона квантования будет определяться формулой



$$P_x = \int_{-V_p}^{V_p} x^2 p(x) dx = \int_{-V_p}^{V_p} x^2 \frac{1}{2V_p} dx = \frac{V_p^2}{3}. \quad (4)$$

Учитывая, что  $q = \frac{2V_p}{L}$ , для равномерно квантующего устройства с  $L = 2^b$  уровнями квантования, не работающего в области насыщения, отношение мощности шума квантования к мощности входного сигнала будет определяться следующим выражением:

$$\text{ОШС} = N_q/P_x = 2^{-2b}.$$

Выражая данное отношение в децибелах, получим:

$$\text{ОШС}_{\text{дБ}} = 10 \lg(\text{ОШС}) \approx -6,02b. \quad (5)$$

На практике распределение сигнала обычно не является равномерным; в этом случае к правой части выражения (5) добавляется константа, зависящая от функции плотности вероятности квантуемого сигнала:

$$\text{ОШС}_{\text{дБ}} \approx -6,02b + C. \quad (6)$$

Константа  $C$  является положительной для функций плотности вероятности сигнала, являющихся узкими по отношению к уровням насыщения устройства квантования, и равна нулю для равномерной плотности вероятности.

Как видно из (6), при увеличении разрядности устройства квантования на 1 бит отношение шум/сигнал уменьшается примерно на 6 дБ (в 4 раза по мощности). Соответственно, отношение сигнал/шум увеличивается на такую же величину.

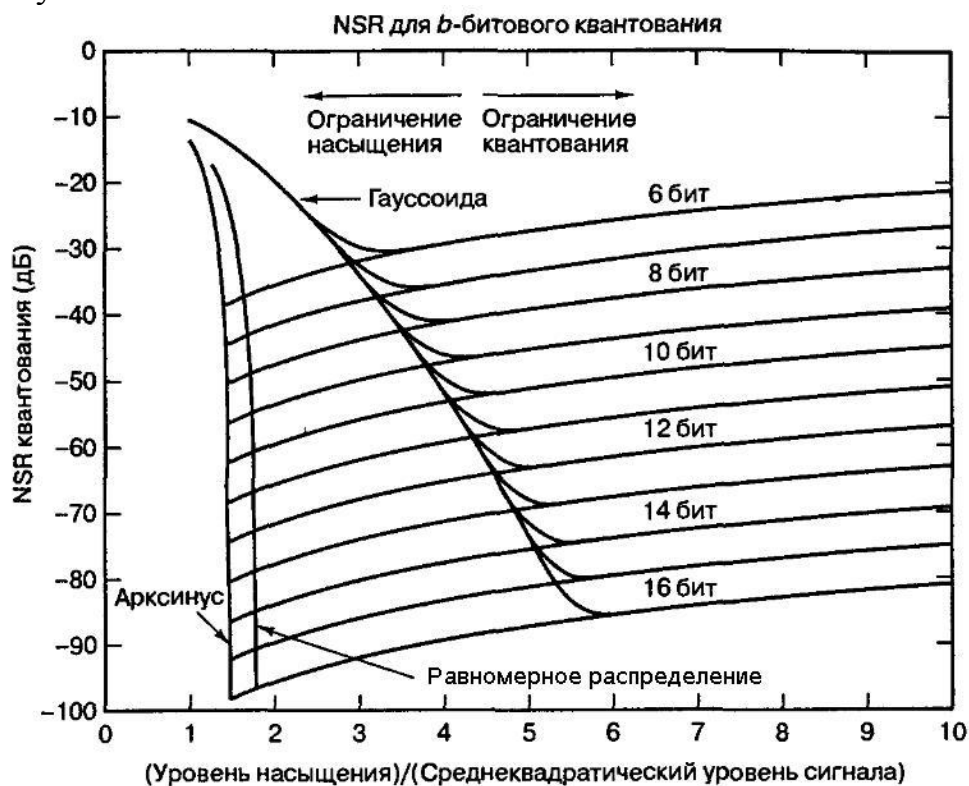


Рис. 9. Отношение шум/сигнал при квантовании в зависимости от параметров сигнала



Рис. 10. Импульсно-кодовая модуляция

Каждый уровень квантования можно кодировать последовательностью  $b = \log_2 L$  бит, а каждый бит представить импульсом с двумя возможными значениями амплитуды. Полученный таким образом сигнал называют сигналом с импульсно-кодовой модуляцией (ИКМ, РСМ — pulse code modulation). Процесс преобразования аналогового сигнала в ИКМ последовательность показан на рис. 10.

Дискретизованный и квантованный сигнал, представленный последовательностью квантованных выборок, каждая из которых представлена конечным набором битов, является цифровым сигналом. Устройство, преобразующее непрерывный аналоговый сигнал в ИКМ последовательность, называется аналого-цифровым преобразователем (АЦП).

Зависимость ОСШ от уровня входного сигнала приводит к различиям в качестве связи для пользователей с различной силой голоса, поэтому её необходимо устранить. Данная проблема разрешается посредством неравномерного квантования, когда меньшие уровни сигнала квантуются с меньшим шагом, а большие — с большим. Данная операция чаще всего осуществляется по схеме, приведенной на рис. 11.

Пара преобразований сигнала — сжатие (compressing) и расширение (expanding) — называется компандированием (companding). Оптимальный вид характеристики сжатия, при котором минимизируется шум квантования, зависит от функции плотности вероятности значений сигнала. Чаще всего такая функция неизвестна, и желательно иметь характеристику сжатия, которая давала бы постоянное (пусть и не минимальное) значение отношения сигнал/шум для произвольных статистик сигнала. Можно показать [1], что такой функцией является логарифмическая функция (рис. 12).

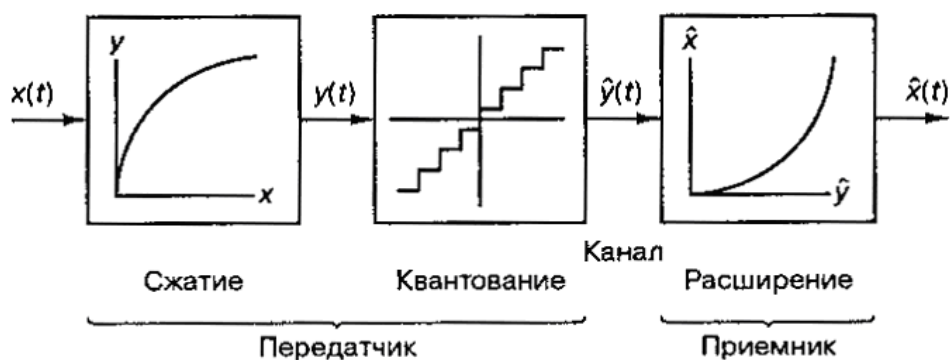


Рис. 11. Устройство неравномерного квантования

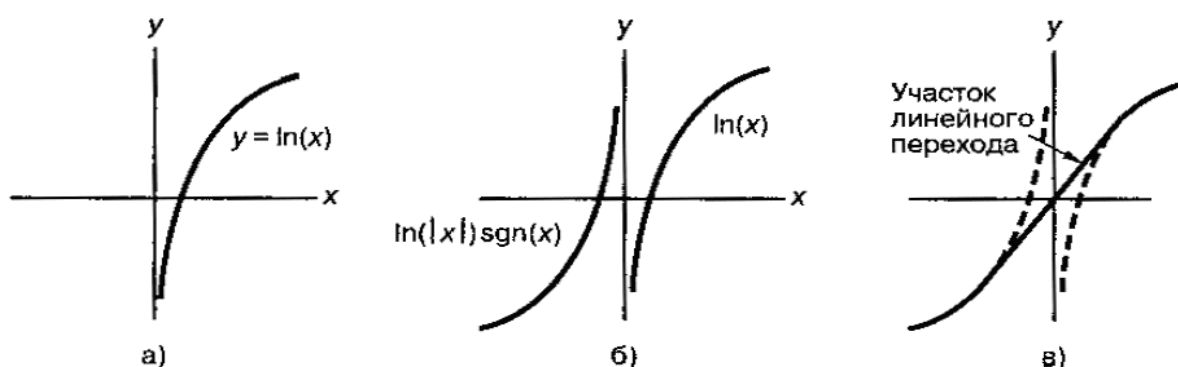


Рис. 12. Логарифмическое сжатие

В Европе для описания характеристики устройства сжатия используется А-закон (рис. 13, а):

$$y = \begin{cases} y_{\max} \frac{A\left(\frac{|x|}{x_{\max}}\right)}{1 + \ln A} \operatorname{sgn} x & \text{для } 0 < \frac{|x|}{x_{\max}} \leq \frac{1}{A} \\ y_{\max} \frac{1 + \ln \left[ A\left(\frac{|x|}{x_{\max}}\right) \right]}{1 + \ln A} \operatorname{sgn} x & \text{для } \frac{1}{A} < \frac{|x|}{x_{\max}} < 1 \end{cases} \quad (7)$$

Стандартным значением параметра  $A$  является 87.56 для 8-битового квантования. В стандарте, использующем А-закон, применяется равномерно квантующее устройство, имеющее характеристику с нулём на границе шага квантования.

В Северной Америке был введён  $\mu$ -закон сжатия (рис. 13, б):

$$y = y_{\max} \frac{\ln[1 + \mu(|x|/x_{\max})]}{\ln(1 + \mu)} \operatorname{sgn} x. \quad (8)$$

Стандартное значение  $\mu = 255$  для 8-битового квантователя позволяет получить отношение сигнал/шум, равное приблизительно 38 дБ, для значительного диапазона мощностей квантуемого сигнала.

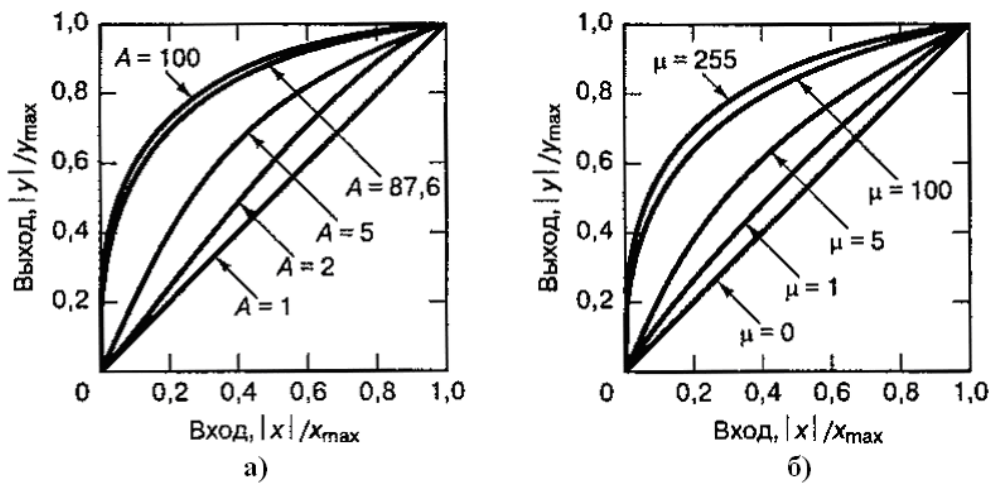


Рис. 13. Характеристики сжатия для A-закона (а) и  $\mu$ -закона (б)

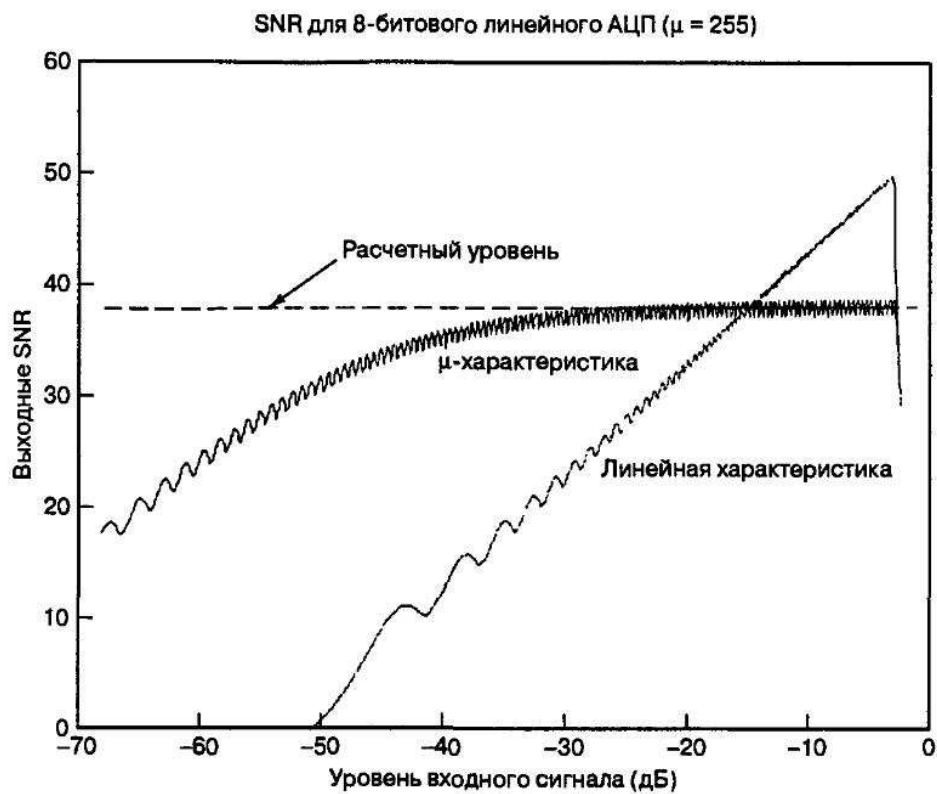


Рис. 14. Зависимость отношения сигнал/шум от уровня входного сигнала

### 1.3.2. Дифференциальная импульсно-кодовая модуляция

На рис. 15 приведена автокорреляционная функция для типичных речевых сигналов. Широкая, медленно меняющаяся функция корреляции свидетельствует о том, что при переходе от выборки к выборке амплитуда слабо меняется, и для ее полного изменения требуется временной интервал, превышающий радиус корреляции. Избыточность речевого сигнала, связанная с высокой коррелированностью отсчетов, позволяет предсказать значение следующего выборочного отсчета на основании предыдущих значений.

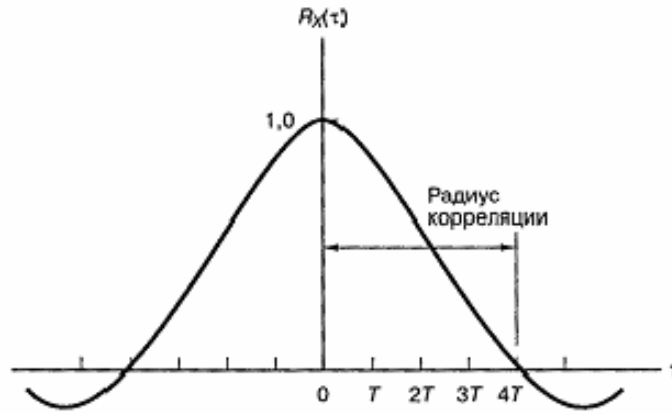


Рис. 15. Автокорреляционная функция типичного речевого сигнала

В частности, реализацией подобного алгоритма является дифференциальная импульсно-кодовая модуляция (ДИКМ, DPCM — differential PCM). ДИКМ базируется на передаче от выборки к выборке разности между истинным и предсказанным значениями сигнала (рис. 16).

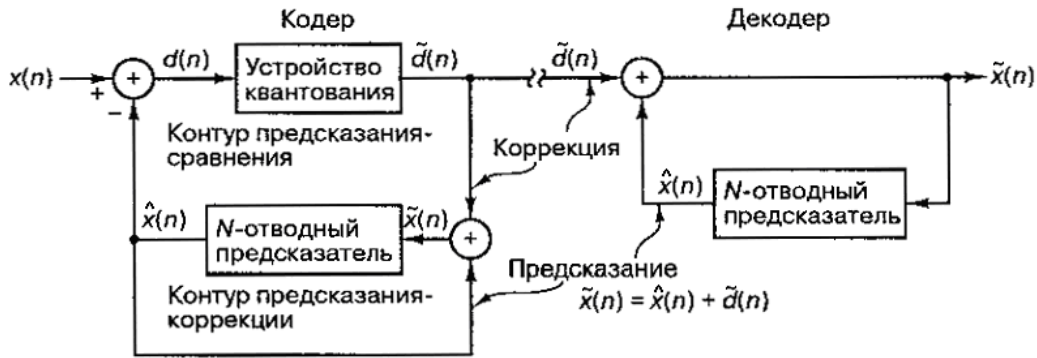


Рис. 16.  $N$ -отводный дифференциальный импульсно-кодовый модулятор/демодулятор с предсказанием

При  $N$ -отводном предсказании каждое последующее выборочное значение вычисляется на основе линейной комбинации предшествующих  $N$  выборочных значений. Уравнение  $N$ -отводного предсказания имеет следующий вид:

$$x(n | n - 1) = a_1 x(n - 1) + a_2 x(n - 2) + \dots + a_N x(n - N), \quad (9)$$

где  $x(n/m)$  — оценка  $x$  в момент  $n$  при всех выборках, собранных за время  $m$ , а  $a_j$  — коэффициенты предсказания. В [1] показано, что оптимальные коэффициенты предсказания  $a_j^{opt}$ , минимизирующие среднеквадратичную ошибку предсказания, записываемую как

$$E\{d^2(n)\} = E\{[x(n) - x(n | n - 1)]^2\}, \quad (10)$$

где символ  $E$  означает усреднение по выборкам, находятся из следующей системы уравнений:

$$\begin{bmatrix} R_x(1) \\ R_x(2) \\ \vdots \\ R_x(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_x(0) & R_x(-1) & \dots & R_x(-N+1) \\ R_x(1) & R_x(0) & \dots & R_x(-N+2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_x(N-1) & R_x(N-2) & \dots & R_x(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix}^{opt}. \quad (11)$$

Левой частью этой системы является вектор значений корреляционной функции входного сигнала, а в правой находятся корреляционная матрица входного сигнала и определяемый из этой системы вектор оптимальных весовых коэффициентов. Мощность среднеквадратичной ошибки при этом определяется следующим выражением:

$$R_d(0) = R_x(0) \left[ 1 - a_1^{opt} C_x(1) - a_2^{opt} C_x(2) - \dots - a_N^{opt} C_x(N) \right], \quad (12)$$

где  $R_d(n)$  — автокорреляционная функция ошибки предсказания,  $C_x(n) = R_x(n)/R_x(0)$  — нормированная автокорреляционная функция входного сигнала.

Кодер характеризуют коэффициентом, равным  $R_x(0)/R_d(0)$  и называемым *выигрышем от предсказания* (или *усилением предсказания*). Для оптимального предсказателя данный коэффициент всегда больше единицы (может составлять до 6-8 дБ при фиксированных коэффициентах  $a^{opt}$  относительно ИКМ).

### 1.3.2. Дельта-модуляция

Значение оптимального коэффициента для одноотводного предсказания  $a^{opt} = C_x(1)$ . При высокой степени корреляции между отсчетами входного сигнала  $x(n)$  (для этого необходимо делать выборки с частотой, далеко превосходящей частоту Найквиста) для одноотводного предсказателя значение  $a^{opt}$  стремится к единице, тогда уравнение предсказания и выражение для ошибки модулятора принимают следующий вид:

$$x(n | n-1) = x(n-1), \quad d(n) = x(n) - x(n-1). \quad (13)$$

Дифференциальный модулятор с одноотводным предсказанием, описываемый данными формулами, называется  $\delta$ -модулятором (рис. 17).

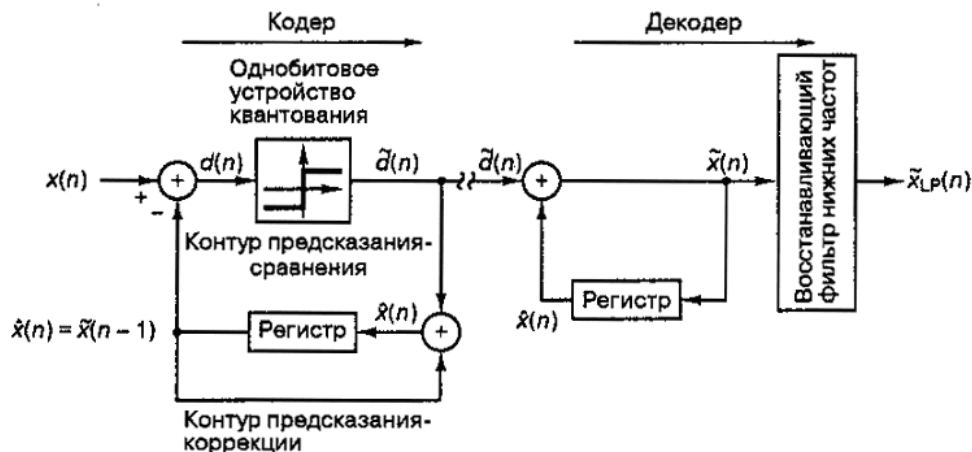


Рис. 17. Одноотводный однобитовый кодер/декодер DPCM (дельта-модулятор)

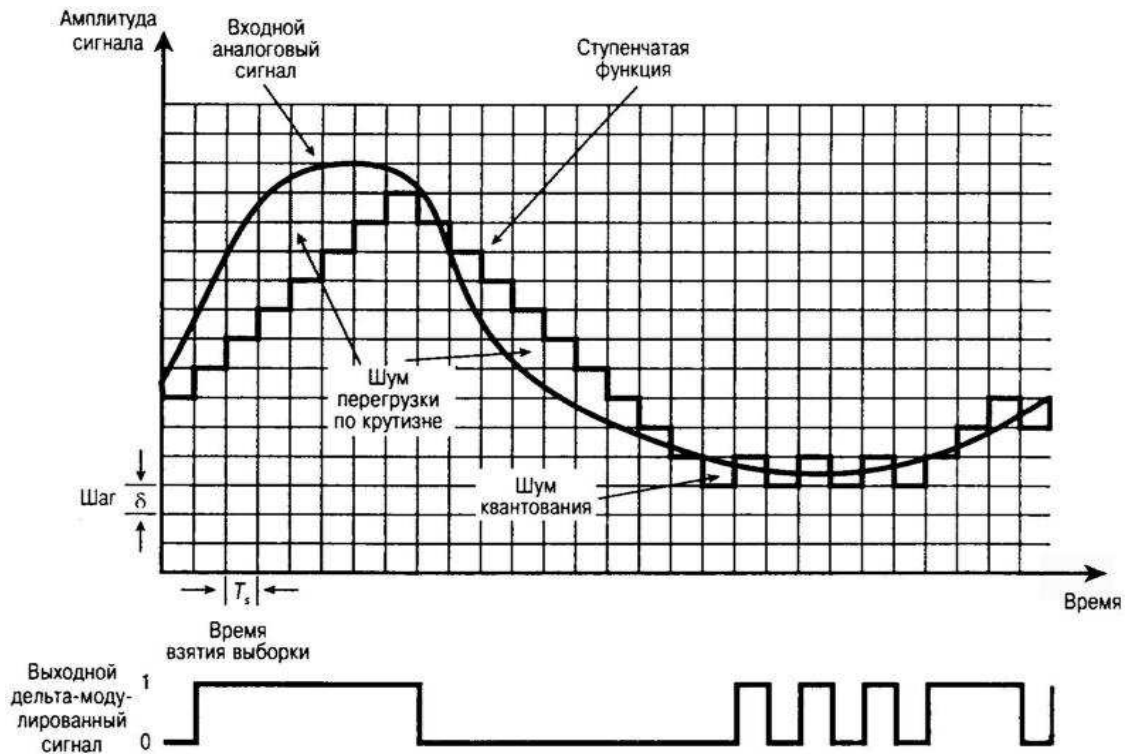


Рис.18. Процесс дельта-модуляции

Основным преимуществом  $\delta$ -модуляции является простота её реализации.

### 1.3.3. Адаптивная дифференциальная ИКМ (АДИКМ)

Более эффективным решением при изменяющейся во времени статистике сигнала является применение адаптивной дифференциальной импульсно-кодовой модуляции, рис. 19 (АДИКМ).

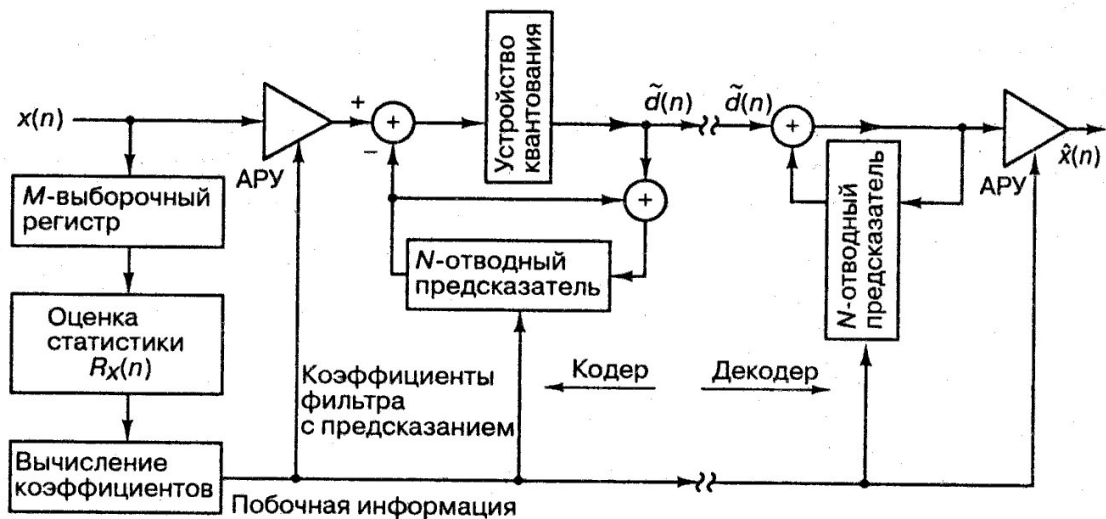


Рис. 19. Адаптивный дифференциальный импульсно-кодовый модулятор/демодулятор

В кодере коэффициенты предсказания обновляются с определённым периодом и передаются вместе с информационным сигналом по каналу связи в

декодер. При 10-отводном фильтре предсказания и интервале обновления 20 мс усиление предсказания достигает величины 10-16 дБ.

### 1.3.4. Другие алгоритмы кодирования источника

Кодирование аналоговых источников (с потерей информации):

- адаптивные ДИКМ и  $\delta$ -модуляция;
- MPEG, JPEG;
- вокодеры (CELP, RPE, ...);
- ...

Кодирование цифровых источников (без потери информации):

- коды Хаффмана;
- коды Лемпеля-Зива;
- ...

## 1.4. Импульсная модуляция

Существует много различных способов представления цифровых данных с помощью импульсов, несколько таких способов представлены на рис. 20-22. Спектр таких импульсов является достаточно широким, что требует соответствующей ширины полосы пропускания канала передачи.

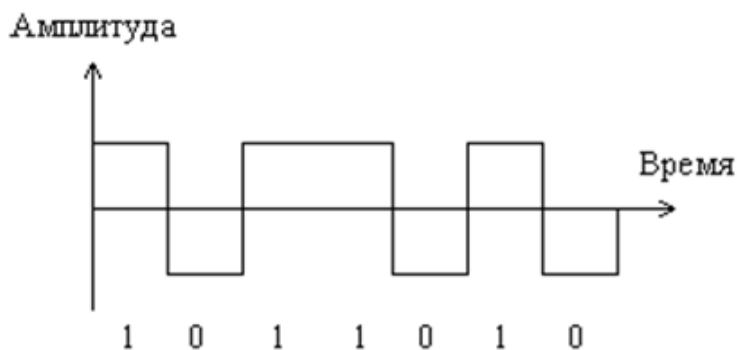


Рис. 20. ИКМ-сигнал в кодировке NRZ-L (БВН) (NRZ-L – nonreturn-to-zero level, БВН – без возвращения к нулю)

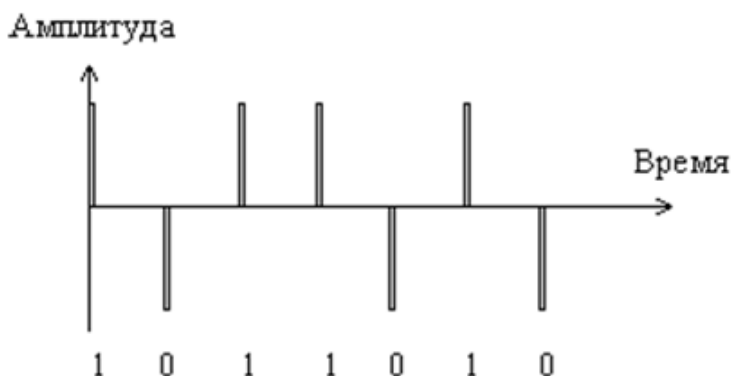


Рис. 21. Представление ИКМ-сигнала в виде коротких импульсов



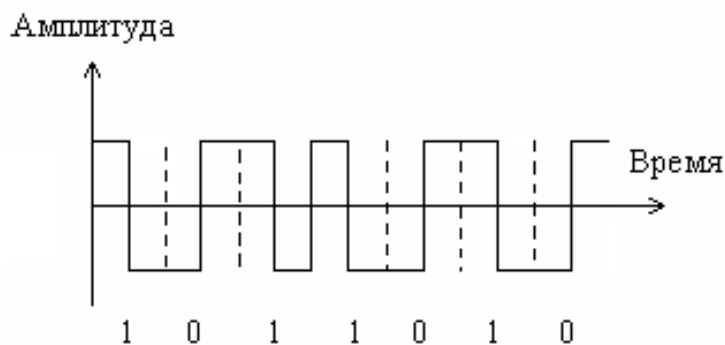


Рис. 22. Манчестерское кодирование

Для сужения полосы сигнала в передатчике применяют фильтр. Однако после фильтрации каждый импульс размывается, уширяется во времени, перекрываясь с соседними импульсами и искажая их, что повышает вероятность ошибки в процессе обнаружения при определении значения передаваемых импульсов. Процесс перекрытия соседних импульсов получил название межсимвольной интерференции. Чтобы избежать влияния межсимвольной интерференции, возникающей из-за ограничения сужения спектра сигнала, для фильтрации применяют специальные фильтры, называемые фильтрами Найквиста.



Рис. 23. АЧХ идеального фильтра Найквиста и его импульсные отклики

Импульсные отклики фильтра Найквиста обеспечивают отсутствие межсимвольных искажений в моменты времени, в которые берутся выборки для принятия решений относительно переданных с периодом  $T$  символов. Так, для идеального фильтра Найквиста (рис. 23), имеющего прямоугольную форму АЧХ, импульсная характеристика имеет вид:

$$h(t) = \text{sinc}(t/T) = \frac{\sin(t/T)}{t/T}, \quad h(t - kT) = 0, \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (14)$$

Физически реализуемыми являются фильтры Найквиста с амплитудно-частотными характеристиками в виде приподнятого косинуса (рис. 24):

$$H(j2\pi f) = \begin{cases} 1, & |f| < 2W_0 - W \\ \cos^2\left(\frac{\pi}{4} \frac{|f| + W - 2W_0}{W - W_0}\right), & 2W_0 - W < |f| < W \\ 0, & |f| > W \end{cases} \quad (15)$$

где  $W$  – максимальная ширина полосы,  $W_0 = 1/(2T)$  – минимальная ширина полосы (для идеального фильтра),  $r = (W - W_0)/W_0$  – коэффициент сглаживания (roll-off factor),  $0 \leq r \leq 1$ .

Импульсные характеристики фильтров с АЧХ (15) определяются следующим образом:

$$h(t) = 2W_0 \operatorname{sinc}(2W_0 t) \frac{\cos[2\pi(W - W_0)t]}{1 - [4(W - W_0)t]^2}. \quad (16)$$

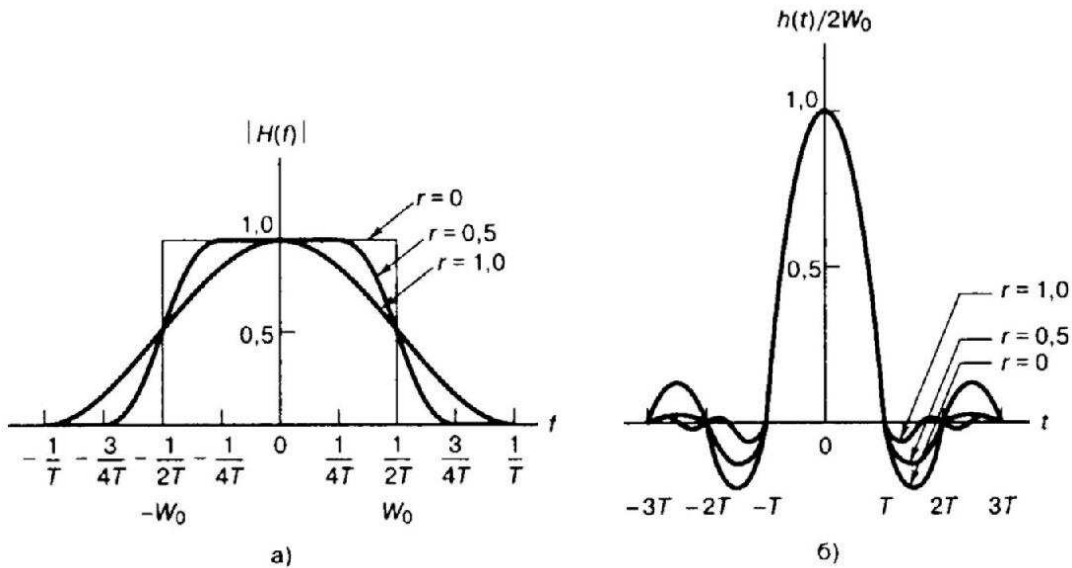


Рис. 24. Амплитудно-частотные (а) и импульсные (б) характеристики фильтров Найквиста типа приподнятого косинуса

Ширина полосы системы с фильтром Найквиста с АЧХ типа приподнятого косинуса для сигнала в основной полосе частот будет равна:

$$W = \frac{1}{2}(1+r)R_s = \frac{1+r}{2T}. \quad (17)$$

Важной характеристикой сигналов с импульсной модуляцией является глазковая диаграмма (рис. 25). По ней можно определить уровень межсимвольной интерференции в канале, а также качество работы систем символьной синхронизации, вычисляющих моменты взятия отсчётов в сигнале для определения передаваемой информации.

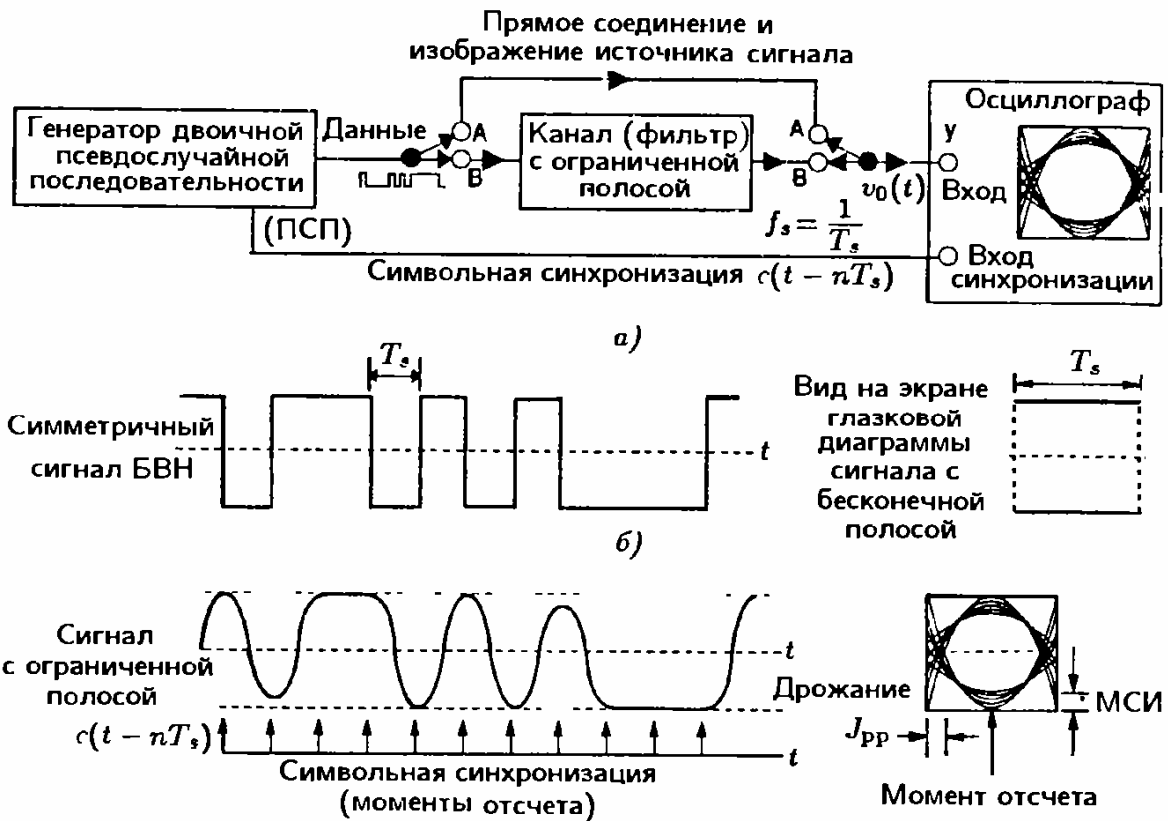


Рис. 25. Получение глазковой диаграммы

## 1.5. Полосовая модуляция

При полосовой модуляции передаваемая информация кодируется параметрами несущей: её амплитудой, частотой и фазой. Поэтому различают соответственно амплитудную, частотную и фазовую модуляцию, а также их смешанные комбинации. Модуляция может иметь непрерывный или скачкообразный характер. При непрерывной модуляции параметры несущей являются непрерывными функциями времени; если же они меняются скачком в определённые моменты времени, то такая модуляция называется манипуляцией. Непрерывная модуляция применяется в аналоговых системах связи, а манипуляция является признаком цифровых систем связи, поскольку информация в них представлена в виде дискретных символов. В общем виде модулированная несущая записывается следующим образом:

$$s(t) = A(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)], \quad (18)$$

где  $\omega_0$  — частота несущей,  $A(t)$ ,  $\varphi(t)$  — её амплитуда и фаза. Часто амплитуду сигнала удобно записывать через его среднюю мощность или энергию:

$$s(t) = A(t) \cos \omega t = \sqrt{2P} \cos \omega t = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos \omega t,$$

где  $P$  — мощность сигнала,  $E$  — энергия одного элемента сигнала (символа) длительности  $T$ . Модулированная несущая является полосовым сигналом (её

спектр сосредоточен в некоторой достаточно узкой полосе частот около несущей частоты). Сравнение спектров полосового сигнала и сигнала в основной полосе частот (низкочастотного) приведено на рис. 26.

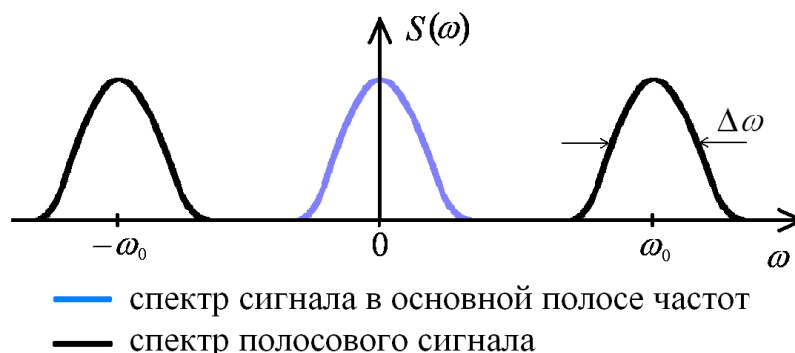


Рис. 26. Спектр полосового сигнала

Демодуляция принятого полосового сигнала (18) может быть когерентной или некогерентной. Если при демодуляции приёмник использует информацию о начальной фазе несущей, демодуляция является когерентной, если данная информация не используется, то демодуляция некогерентная. Соответственно различают когерентный и некогерентный приёмники.

Вместо термина “демодуляция” в цифровой связи как синонимы часто используются термины “обнаружение” и “различение”, хотя демодуляция делает акцент на восстановлении сигнала, а обнаружение и различение — на принятии решения относительно символического значения принятого сигнала. Иногда в последние два термина вкладывается разный смысл: под обнаружением понимают принятие решения о том, был ли передан сигнал, кодирующий 1, или была пауза, обозначающая 0 при бинарной передаче, а под различением — принятие решения относительно символического значения принятого сигнала в системах, где для передачи информации используются не менее двух разных сигналов.

На рис. 27 представлены наиболее распространённые форматы цифровой модуляции: ASK (amplitude shift keying — амплитудная манипуляция), PSK (phase shift keying — фазовая манипуляция), FSK (frequency shift keying — частотная манипуляция) и смешанная комбинация ASK и PSK (ASK/PSK или APK).

В общем случае  $M$ -арной передачи сигналов устройство обработки получает  $k$  бит в каждый момент времени и указывает модулятору произвести один из  $M = 2^k$  возможных сигналов, т. е. за каждый символический интервал передаётся  $k = \log_2 M$  бит, что позволяет реализовать определённые компромиссы между скоростью передачи битов, полосой пропускания системы, вероятностью битовой ошибки и мощностью сигнала. Например, для модуляций APK и PSK можно в  $k$  раз повысить скорость передачи битов при той же ширине полосы канала, либо при фиксированной скорости передачи сузить необходимую полосу пропускания в  $k$  раз. Подробнее о компромиссах

при использовании  $M$ -арной модуляции будет сказано ниже. Частным случаем  $M$ -арной модуляции является бинарная с  $k = 1$ .

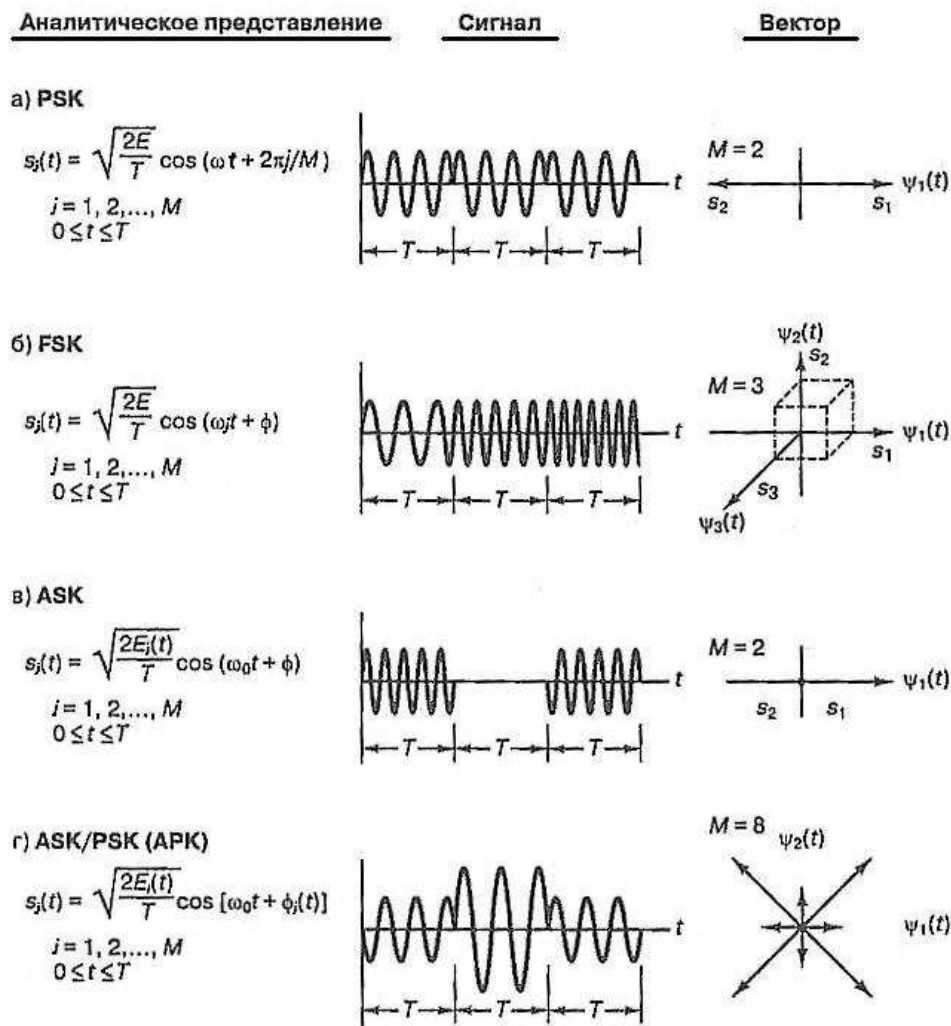


Рис. 27. Виды цифровых модуляций: а) PSK; б) FSK; в) ASK; г) APK

### 1.5.1. Фазовая манипуляция

При  $M$ -арной фазовой манипуляции (MPSK — multiple phase shift keying) сигнал имеет следующий вид:

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[\omega_0 t + \frac{2\pi i}{M}], \quad 0 \leq t \leq T, \quad i = \overline{1, M}, \quad (19)$$

где  $E$  — энергия символа,  $T$  — время передачи символа.

При  $M=2$  и  $M=4$  фазовая манипуляция имеет специальные названия — двоичная фазовая манипуляция (BPSK — binary phase shift keying) и квадратурная фазовая манипуляция (QPSK — quadrature phase shift keying).

Векторная диаграмма сигнала QPSK приведена на рис. 28. Сигнал с модуляцией QPSK можно представить в виде суммы синфазной и квадратурной компонент (отсюда название — квадратурная):

$$s(t) = \cos[\omega_0 t + \theta(t) + \pi/4] = \frac{1}{\sqrt{2}} d_I(t) \cos \omega_0 t + \frac{1}{\sqrt{2}} d_Q(t) \sin \omega_0 t, \quad (20)$$

где  $d_I(t)$  — поток импульсов (с амплитудой +1 или -1, что соответствует сдвигу фазы косинусоиды на 0 или  $\pi$ ), соответствующих чётным битам передаваемой последовательности  $d_k(t)$ , а  $d_Q(t)$  — нечётным, причём эти потоки синхронизированы так, что переходы импульсов совпадают (рис. 29). Таким образом, сигнал с QPSK состоит из двух ортогональных компонентов, каждый из которых даёт сигнал BPSK. Величина  $\theta(t)$  будет соответствовать одному из четырёх возможных сочетаний  $d_I(t)$  и  $d_Q(t)$ :  $\theta(t) = 0, \pm\pi/2$  или  $\pi$ . Так как  $\cos \omega_0 t$  и  $\sin \omega_0 t$  ортогональны, два сигнала BPSK можно обнаруживать отдельно.

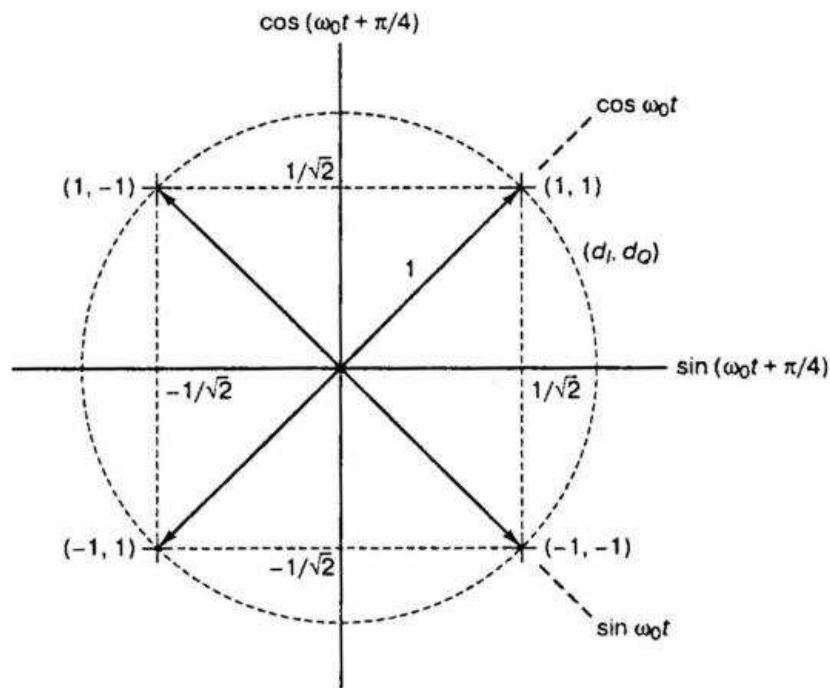


Рис. 28. Сигнальное пространство для модуляции QPSK

Существует модификация модуляции QPSK, когда потоки биполярных импульсов  $d_I(t)$  и  $d_Q(t)$  синхронизованы со сдвигом на  $T$  (рис. 30) и поэтому не могут одновременно изменить состояние. При этом несущая не может изменить фазу на  $180^\circ$ , поскольку за один раз переход может сделать только один из компонентов. При каждом переходе фаза может измениться только на  $0^\circ$  или  $\pm 90^\circ$  (рис. 31, б). При модуляции QPSK синфазный и квадратурный потоки  $d_I(t)$  и  $d_Q(t)$  могут поменять состояние одновременно, при этом изменение фазы несущей составит  $180^\circ$  (рис. 31, а). Такая модификация модуляции QPSK называется *квадратурной фазовой манипуляцией со сдвигом* (Offset QPSK — OQPSK) и применяется в системах с нелинейным усилением. Желательно, чтобы в таких системах сигнал имел постоянную огибающую. Это связано с тем, что при прохождении сигнала с большими флуктуациями амплитуды приёмники с нелинейной обработкой сигнала создают паразитные боковые полосы

в спектре (причина — механизм, называемый преобразованием амплитудной модуляции в фазовую). Эти боковые полосы отбирают дополнительную мощность источника питания и могут создавать помехи соседним по частоте каналам или другим системам связи. При фильтрации сигнала с модуляцией QPSK фазовый сдвиг на  $180^\circ$  вызовет обращение огибающей в нуль. В модуляции OQPSK максимальный фазовый сдвиг составляет  $90^\circ$ , что при фильтрации приводит лишь к лёгкому спаду огибающей (примерно на 30%).

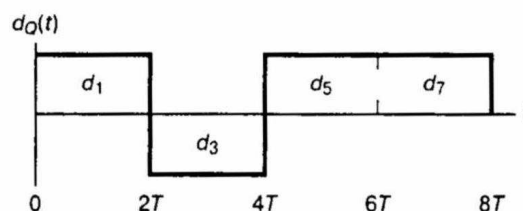
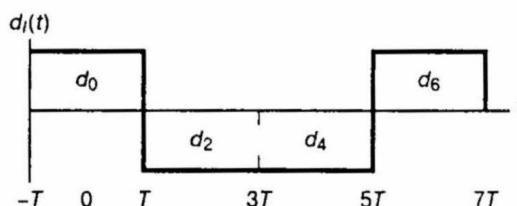
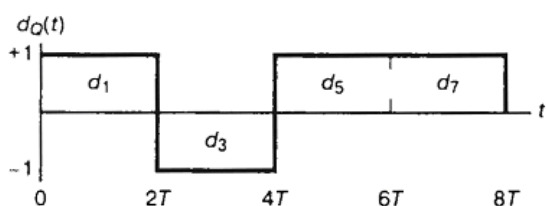
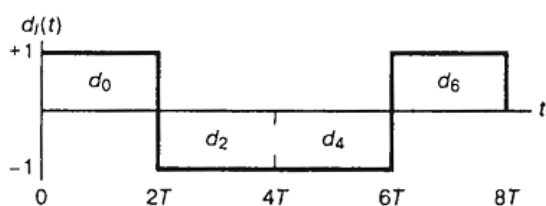
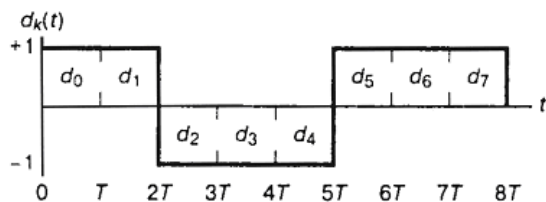


Рис. 29. Поток данных при модуляции QPSK

Рис. 30. Поток данных при модуляции OQPSK

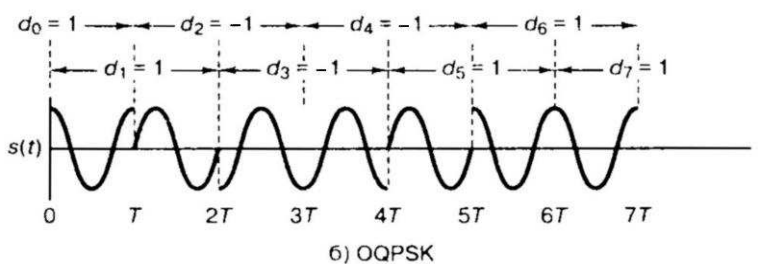
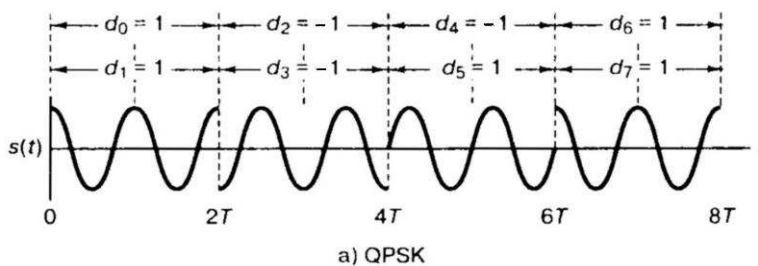


Рис. 31. Сигналы: а) QPSK; б) OQPSK

### 1.5.2. Частотная манипуляция

Общее выражение для сигнала с частотной манипуляцией имеет следующий вид:

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(\omega_i t + \varphi), \quad 0 \leq t \leq T, \quad i = \overline{1, M}. \quad (21)$$

Здесь частота  $\omega_i$  может принимать  $M$  дискретных значений, а фаза  $\varphi$  является произвольной константой. Изображение сигнала в модуляции FSK дано на рис. 27, б для случая  $M = 3$  без разрыва фазы. В общем случае многочастотной манипуляции (MFSK) переход к другому тону может быть довольно резким (со скачком фазы). Если все сигналы ортогональны между собой, т. е.  $\int_0^T s_i(t) s_j(t) dt = 0, i \neq j$ , то они описываются взаимно перпендикулярными векторами в  $M$ -мерном пространстве.

### 1.5.3. Амплитудная манипуляция

Сигнал с амплитудной манипуляцией, изображённый на рис. 27, в, описывается выражением:

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E_i(t)}{T}} \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad 0 \leq t \leq T, \quad i = \overline{1, M}, \quad (22)$$

где энергия символа  $E_i(t)$  может принимать  $M$  дискретных значений, а фаза  $\varphi$  — произвольная константа.

### 1.5.4. Амплитудно-фазовая манипуляция

Сигнал с АРК изображён на рис. 27, г, и выражается как

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E_i(t)}{T}} \cos[\omega_0 t + \varphi_i(t)], \quad 0 \leq t \leq T, \quad i = \overline{1, M}. \quad (23)$$

В приведённом на рис. 27, г примере  $M = 8$ , и можно видеть одновременные (в моменты переходов между символами) скачки амплитуды и фазы.

При изображении набора сигналов какой-либо схемы модуляции (ASK, PSK, АРК) в полярной системе координат обычно изображают только концы векторов сигналов, при этом получается набор точек на плоскости, называемый *сигнальным созвездием*. На рис. 32 показаны сигнальные созвездия для нескольких видов модуляций.



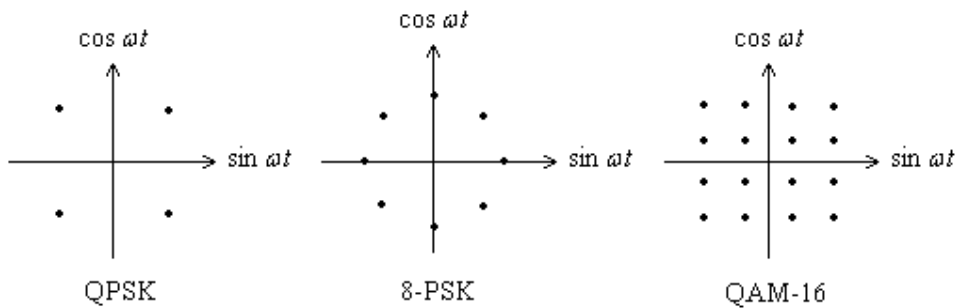


Рис. 32. Сигнальные созвездия для модуляций QPSK, 8-PSK и QAM-16

Амплитудно-фазовую манипуляцию, при которой сигнальное созвездие является симметричной решёткой (например, как у QAM-16 на рис. 32), называют *квадратурной амплитудной модуляцией* (*QAM — quadrature amplitude modulation*).

На рис. 33 показаны схемы модуляторов для описанных видов модуляций. На рис. 33, а изображён модулятор для бинарных ( $M = 2$ ) ASK и BPSK. Блок формирования импульса производит фильтрацию сигнала PCM с целью сужения ширины полосы сигнала (фильтр Найквиста). В случае  $M$ -арной ASK перед блоком формирования импульса должен присутствовать кодер, переводящий сигнал из бинарной импульсно-кодовой модуляции в  $M$ -уровневую амплитудно-импульсную (АИМ), осуществляя, таким образом, модуляцию импульсов по амплитуде.

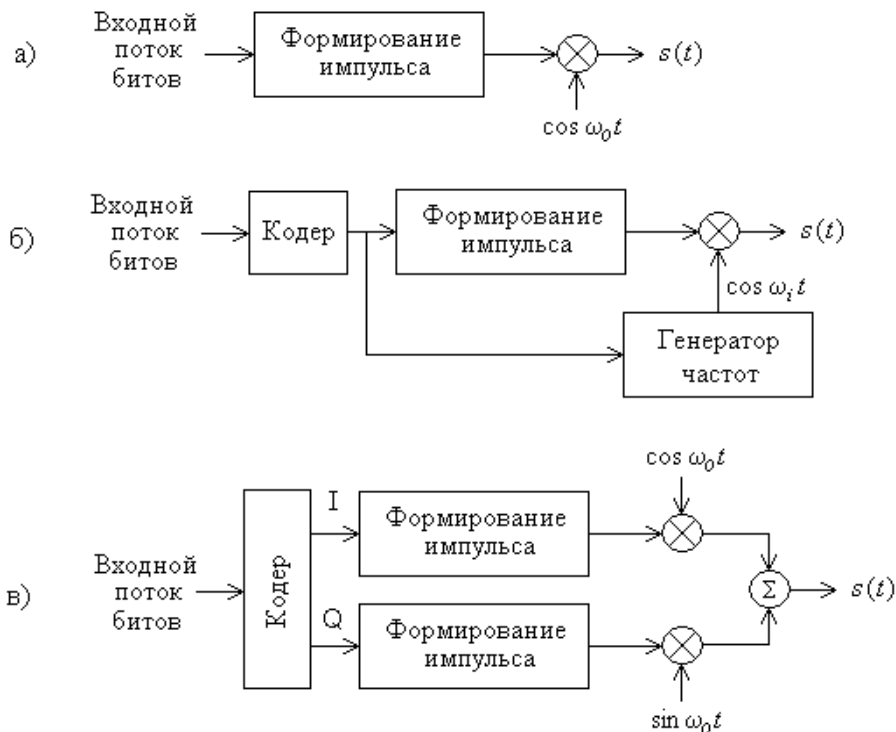


Рис. 33. Структурные схемы модуляторов для различных видов модуляций: а) – для ASK, BPSK; б) – для MFSK; в) – для любого вида модуляции

Рис. 33, б описывает структуру модулятора для формирования сигнала с М-арной частотной манипуляцией, а модулятор на рис. 33, в осуществляет все виды М-арных фазовых или амплитудно-фазовых манипуляций. Такая схема на рис. 33, в называется квадратурным модулятором, т. к. использует два канала на одной частоте, несущие в которых ортогональны. В этом случае кодер разделяет входной поток битов на чётные и нечётные биты, при этом чётные биты обрабатываются одним каналом, а нечётные — другим. Кроме этого, кодер (перед преобразованием сигналов обоих каналов в М-уровневую АИМ) часто выполняет кодирование в соответствии с кодом Грея, описанным ниже. Сигнал на выходе квадратурного модулятора формируется в соответствии с формулой (20), в которой  $d_I(t)$  и  $d_Q(t)$  являются сигналами с М-уровневой АИМ.

### 1.5.5. Оптимальный корреляционный приёмник для канала с аддитивным белым гауссовским шумом

На рис. 34 показаны два варианта построения оптимального алгоритма приёма сигналов в канале с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ). Входной сигнал приёмника задан в виде:

$$r(t) = s_i(t) + n(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad i = \overline{1, M}, \quad (24)$$

где  $s_i(t)$  – переданный сигнал,  $n(t)$  – АБГШ.

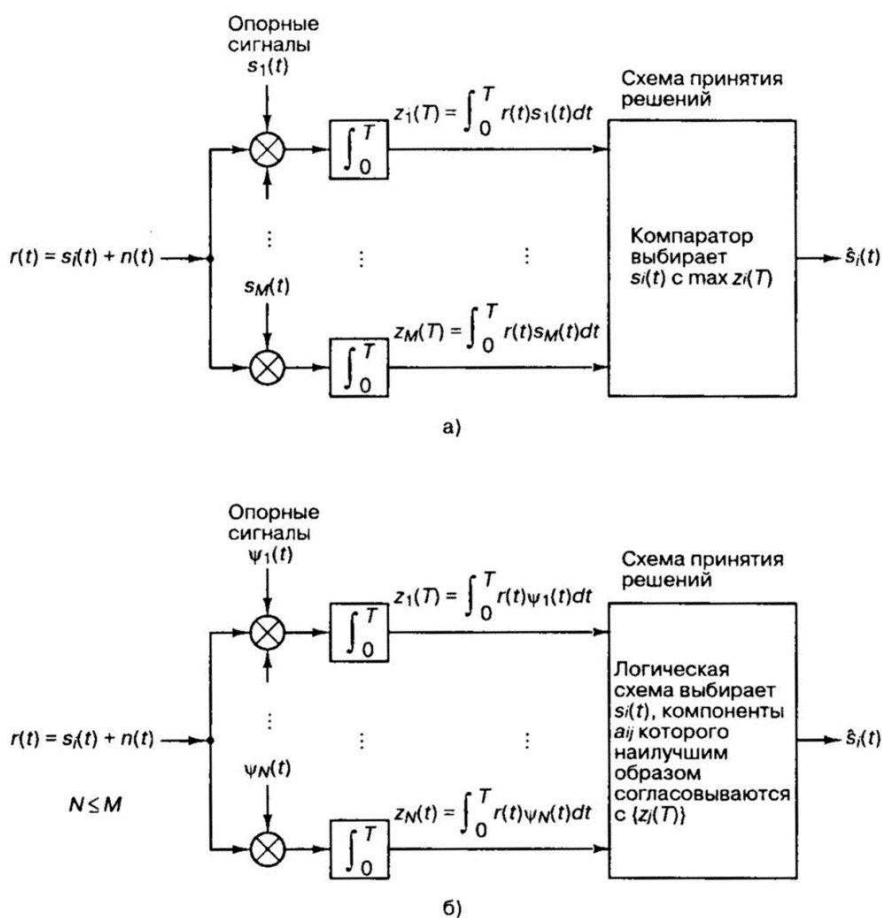


Рис. 34. Варианты оптимального корреляционного приёмника для канала с АБГШ: а) с опорными сигналами в виде передаваемых символов, б) с опорными сигналами в виде базисных функций

В первом варианте (рис. 34, а) количество каналов приёмника равно количеству передаваемых символов в системе связи. В случае, когда всё множество передаваемых сигналов, соответствующих различным символам, можно представить в некотором ортогональном базисе  $\{\psi_j(t)\}$ , количество функций которого меньше, чем количество символов, то количество каналов приёмника также может быть уменьшено. Сигналы выражаются через базисные функции следующим образом:

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij} \psi_j(t), \quad (25)$$

где  $a_{ij} = \frac{1}{K_j} \int_0^T s_i(t) \psi_j(t) dt$ ,  $\int_0^T \psi_j(t) \psi_k(t) dt = K_j \delta_{jk}$ ,  $\delta_{jk} = \begin{cases} 1, & j = k \\ 0, & j \neq k \end{cases} \quad j, k = 1, \dots, N.$

По значениям сигналов на выходах интеграторов в момент времени  $T$ , соответствующий окончанию интегрирования на длительности одного символа, схема принятия решений определяет переданный символ.

В случае двоичной модуляции любого вида количество каналов оптимального корреляционного приёмника может быть уменьшено до одного (рис. 35).

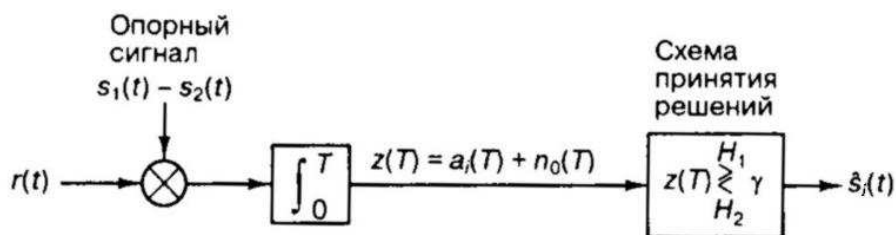


Рис. 35. Двоичный корреляционный приёмник

Приёмники на рис. 34, 35 являются когерентными, т.е. требуют, чтобы начальные фазы входного сигнала и опорных сигналов были одинаковы на каждом символьном интервале. Это обеспечивается специальной системой фазовой синхронизации. На рис. 36 показаны структурные схемы корреляционного когерентного приёмника двоичных сигналов и передатчика, содержащие минимальный набор необходимых блоков.

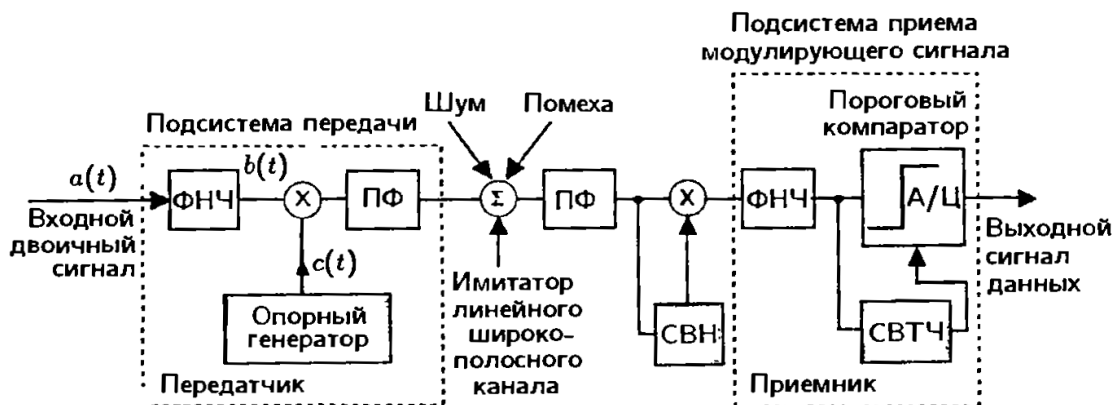


Рис. 36. Корреляционный когерентный приёмник двоичных сигналов и передатчик

В передатчике спектр входного двоичного сигнала сужается с помощью ФНЧ до ширины полосы канала передачи, осуществляется модуляция несущей низкочастотным сигналом с выхода ФНЧ, после чего полученный полосовой сигнал фильтруется полосовым фильтром (ПФ), подавляющим продукты нелинейного преобразования в модуляторе, и передаётся в канал передачи. В канале к сигналу добавляются шумы и помехи. Искажённый входной сигнал фильтруется полосовым фильтром приёмника с целью подавления части шумов и помех, спектр которых лежит вне полосы приёма. Далее сигнал демодулируется, проходя через преобразователь частоты (перемножитель) и ФНЧ, заменяющий интегратор на рис. 35, и происходит различение в схеме принятия решений, которая представляет собой схему сравнения с порогом.

Схема восстановления несущей (СВН) осуществляет восстановление несущего колебания, устраняя его модуляцию информационным сигналом и позволяя, таким образом, получить опорный сигнал с такой же частотой и начальной фазой, как и у принимаемого сигнала (когерентный приём).

Схема восстановления тактовой частоты (СВТЧ) выполняет тактовую (символьную) синхронизацию, т.е. выделяет те моменты времени, в которые необходимо брать выборки в сигнале на выходе ФНЧ для подачи на пороговое устройство.

### 1.5.6. Когерентный приём сигналов с фазовой манипуляцией

Сигнал в модуляции MPSK выражается следующим образом:

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos\left[\omega_0 t - \frac{2\pi i}{M}\right], \quad 0 \leq t \leq T, \quad i = \overline{1, M}.$$

Здесь  $E$  — энергия сигнала за время передачи символа  $T$ . Для представления сигналов  $s_i(t)$  удобно использовать следующий ортонормированный базис:

$$\psi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos \omega_0 t, \quad \psi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \sin \omega_0 t. \quad (26)$$

Запишем сигнал  $s_i(t)$  в данном базисе:

$$s_i(t) = a_{i1}\psi_1(t) + a_{i2}\psi_2(t) = \sqrt{E} \cos\left(\frac{2\pi i}{M}\right)\psi_1(t) + \sqrt{E} \sin\left(\frac{2\pi i}{M}\right)\psi_2(t). \quad (27)$$

Структура демодулятора сигналов MPSK показана на рис. 37.

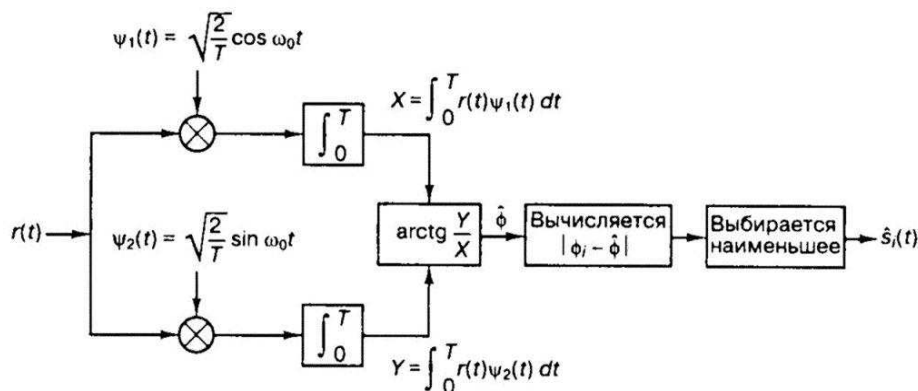


Рис. 37. Демодулятор сигналов MPSK

Корреляторы вычисляют функции  $X = \int_0^T r(t)\psi_1(t)dt$  и  $Y = \int_0^T r(t)\psi_2(t)dt$  (здесь  $r(t) = s_i(t) + n(t)$  — принятый сигнал,  $n(t)$  — белый гауссовский шум), отношение которых даёт оценку фазы принятого сигнала. Полученная оценка сравнивается с фазами-прототипами, и выбирается значение фазы, ближайшее к фазе переданного сигнала.

Данная схема демодуляции является когерентной, т. е. требует, чтобы фазы базисных опорных сигналов  $\psi_1(t)$  и  $\psi_2(t)$  были согласованы с начальной фазой передаваемого сигнала. Если согласование по фазе будет отсутствовать, демодулятор будет выдавать неверные значения фазы.

### 1.5.7. Когерентный приём сигналов с частотной манипуляцией

Сигнал MFSK описывается формулой (21). Обычно разница между соседними частотами выбирается кратной  $1/2T$ , чтобы сигналы были ортогональны между собой. В этом случае сигналы-прототипы  $s_i(t)$  будут одновременно являться (с точностью до постоянного множителя) ортонормированными базисными функциями  $\psi_i(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos \omega_i t$ . Расстояние между любыми двумя векторами ортонормированных сигналов-прототипов  $s_i$  и  $s_j$  является постоянным:

$$d(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j) = \|\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j\| = \sqrt{2E} \text{ для } i \neq j.$$

Структура корреляционного приёмника показана на рис. 38.

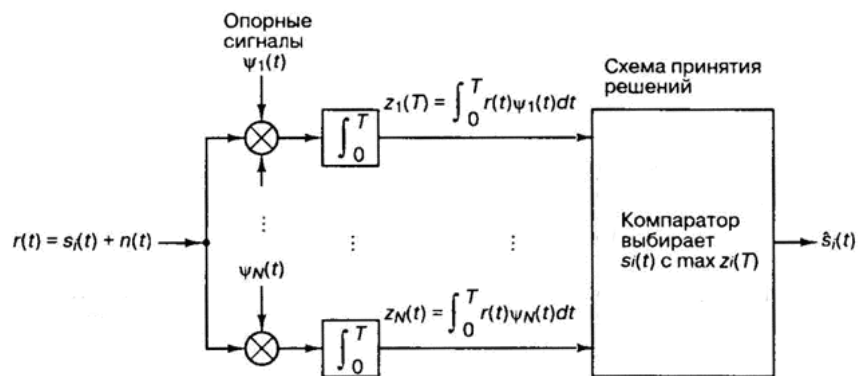


Рис. 38. Когерентная демодуляция сигналов MFSK

Поскольку все сигналы-прототипы (или базисные функции) ортогональны, при идеальных условиях лишь один из корреляторов даст на выходе ненулевой сигнал.

### 1.5.8. Когерентный приём сигналов с амплитудно-фазовой манипуляцией

Сигнал в модуляции АРК можно представить в следующем виде:

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E_i(t)}{T}} \cos[\omega_0 t + \varphi_i(t)] = a_{i1}\psi_1(t) + a_{i2}\psi_2(t), \quad (28)$$

где  $\psi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos \omega_0 t$ ,  $\psi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \sin \omega_0 t$ ,  $a_{i1} = \sqrt{E_i} \cos\left(\frac{2\pi i}{M}\right)$ ,  $a_{i2} = \sqrt{E_i} \sin\left(\frac{2\pi i}{M}\right)$ .

$a_{i1}$  и  $a_{i2}$  являются координатами точки в сигнальном созвездии (в осях  $\sin \omega_0 t$  и  $\cos \omega_0 t$ ), изображающей переданный символ. Демодулятор имеет структуру, показанную на рис. 39.

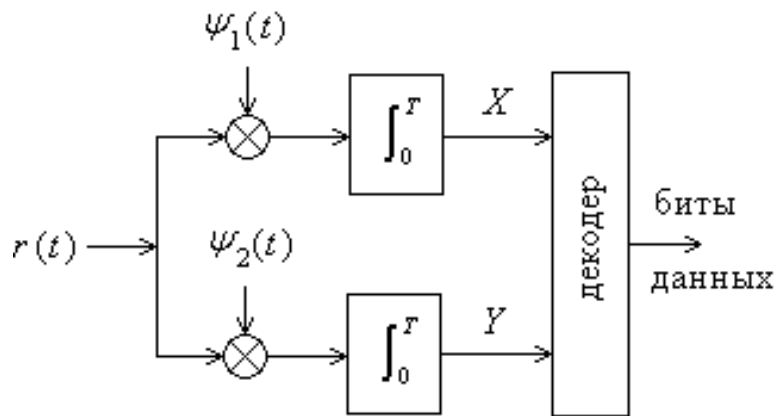


Рис. 39. Демодулятор сигналов АРК (квадратурный демодулятор)

### 1.5.9. Некогерентный приём сигналов с дифференциальной фазовой манипуляцией

Дифференциальная фазовая манипуляция (DPSK — differential phase shift keying) часто называется также относительной фазовой модуляцией (ОФМ). Основа дифференциального когерентного обнаружения сигналов с DPSK состоит в следующем. В процессе демодуляции в качестве опорной фазы применяется фаза сигнала предыдущего интервала передачи символа. Её использование требует дифференциального кодирования последовательности сообщений в передатчике, поскольку информация кодируется разностью фаз между двумя последовательными импульсами. Для передачи  $i$ -го сообщения ( $i = 1, 2, \dots, M$ ) фаза текущего сигнала должна быть смещена на  $\varphi_i = 2\pi i/M$  радиан относительно фазы предыдущего сигнала. Демодулятор вычисляет фазу поступившего импульса и сравнивает его с фазой предыдущего импульса. По разности этих фаз определяется значение переданного символа. Вычисление фазы может производиться так же, как на рис. 37, с тем отличием, что базисные сигналы синхронизируются с принимаемым сигналом только по частоте.

Модуляция DPSK менее эффективна, чем PSK, поскольку в первом случае вследствие корреляции между сигналами ошибки могут распространяться на соседние времена передачи символов. PSK и DPSK отличаются тем, что в первом случае принятый сигнал сравнивается с идеальным опорным, а во втором — два зашумлённых сигнала, поэтому модуляция DPSK даёт вдвое больший шум, чем PSK. Преимущество DPSK — в меньшей сложности схемы, не требующей синхронизации по фазе.

Рассмотрим пример бинарной модуляции DPSK (DBPSK, ОФМ-2). На рис. 40 представлено дифференциальное кодирование двоичного потока сообщений  $m(k)$ , где  $k$  — индекс дискретизации. Дифференциальное кодирование начинается (третья строка на рисунке) с произвольного выбора первого бита кодовой последовательности  $c(k=0)$  (в данном случае выбрана единица). Затем последовательность закодированных битов  $c(k)$  кодируется одним из двух способов:

$$c(k) = c(k-1) \oplus m(k) \quad (29)$$

или

$$c(k) = \overline{c(k-1) \oplus m(k)}, \quad (30)$$

Индекс дискретизации, $k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Информационное сообщение, $m(k)$		1	1	0	1	0	1	1	0	0	1
Сообщение в дифференциальной кодировке (первый бит произвольный), $c(k)$	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1
Соответствующий сдвиг фаз, $\theta(k)$	$\pi$	$\pi$	$\pi$	0	0	$\pi$	$\pi$	$\pi$	0	$\pi$	$\pi$

Рис. 40. Дифференциальное кодирование

где символ “ $\oplus$ ” обозначает сложение по модулю 2 (операция “исключающее «или»”), а черта над выражением означает инверсию. На рис. 41 была использована формула (30). Другими словами, текущий бит кода  $c(k)$  равен единице, если бит сообщения  $m(k)$  совпадает с предыдущим закодированным битом  $c(k-1)$ , в противном случае  $c(k) = 0$ . В четвёртой строке рисунка закодированная последовательность битов  $c(k)$  преобразовывается в последовательность сдвигов фаз  $\theta(k)$ , где единица представляется сдвигом фазы на  $\pi$ , а ноль — нулевым сдвигом.

Декодирование битов сообщения в приёмнике, закодированных по формуле (30), производится в соответствии со следующей логикой:

$$m(k) = c(k) \oplus c(k-1).$$

На рис. 41 показана схема приёма сигнала с модуляцией DBPSK.

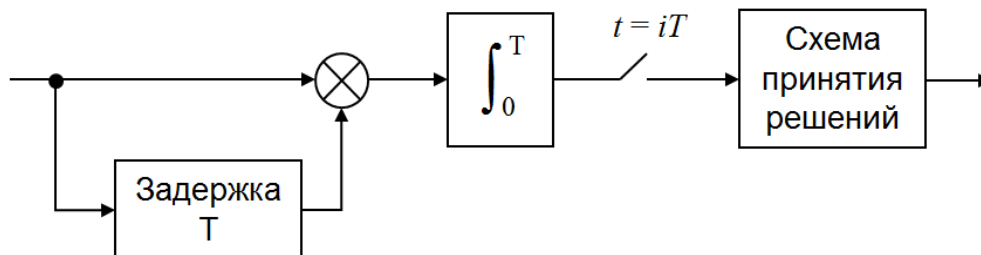


Рис. 41. Демодуляция сигнала DPSK

### 1.5.10. Некогерентный приём сигналов с частотной манипуляцией

На рис. 42 показан некогерентный демодулятор сигналов с модуляцией 2FSK. Базисными функциями являются функции  $\left\{ \sqrt{\frac{2}{T}} \sin \omega_i t; \sqrt{\frac{2}{T}} \cos \omega_i t \right\}$ .

Каждый канал состоит из двух корреляторов и схемы выделения квадрата огибающей. Если передаётся символ с частотой  $\omega_1$ , то в силу ортогональности сигналов с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  на длине символьного интервала  $T$  на выходе первого (верхнего) канала будет ненулевое напряжение (в отсутствие шумов), а на выходе второго канала – нулевое.

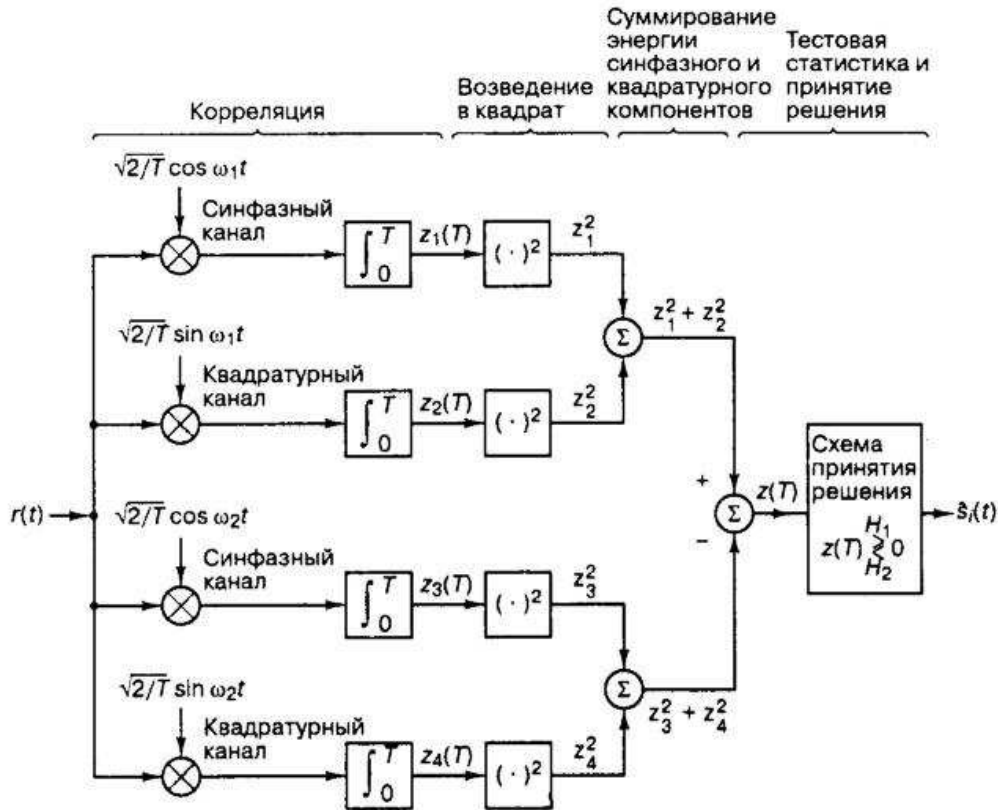


Рис. 42. Некогерентная демодуляция сигналов с частотной манипуляцией

Можно показать [1], что для обеспечения ортогональности сигналов с произвольной разностью начальных фаз на интервале  $T$  необходимо, чтобы разность между соседними частотами была равна  $\omega_i - \omega_{i-1} = \frac{2\pi}{T}$ .

### 1.6. Критерий принятия решений в двоичном когерентном приёмнике

Схема принятия решений в двоичном когерентном приёмнике принимает и сравнивает с пороговым значением выборки на выходе коррелятора

$$z(T) = a_i(T) + n_0(T), \quad i = 1, 2.$$

Величина  $z(T)$  является гауссовой случайной величиной со средним значением  $a_i(t)$ .



Примем две статистические гипотезы относительно принятого сигнала:  $H_1$  – был передан сигнал  $s_1$ ,  $H_2$  – был передан сигнал  $s_2$ . Наиболее естественным является выбор такого критерия принятия решений о принятом сигнале, который обеспечивает выбор наиболее вероятной из гипотез  $H_1$  и  $H_2$  при определённом значении выборки  $z(T)$ :

$$P(s_1 | z) \underset{H_2}{\overset{H_1}{\geq}} P(s_2 | z), \quad (31)$$

где  $P(s_1 | z)$ ,  $P(s_2 | z)$  – апостериорные вероятности передачи сигналов  $s_1$  и  $s_2$ . Используя теорему Байеса в виде

$$P(s_{1,2} | z) = \frac{P(z | s_{1,2})P(s_{1,2})}{P(z)},$$

преобразуем (31) к виду:

$$\frac{P(z | s_1)}{P(z | s_2)} \underset{H_2}{\overset{H_1}{\geq}} \frac{P(s_2)}{P(s_1)}. \quad (32)$$

Критерий (32) называется критерием отношения правдоподобий (или критерием максимума апостериорной вероятности, или критерием минимума ошибки).  $P(s_1)$ ,  $P(s_2)$  в (32) – априорные вероятности гипотез  $H_1$  и  $H_2$  (априорные вероятности передачи сигналов  $s_1$  и  $s_2$ ). Чаще всего в системах связи  $P(s_1) = P(s_2)$ , в этом случае критерий (32) упрощается:

$$\frac{P(z | s_1)}{P(z | s_2)} \underset{H_2}{\overset{H_1}{\geq}} 1. \quad (33)$$

Критерий (33) называется критерием максимального правдоподобия. Данное название обусловлено тем, что функции, входящие в числитель и знаменатель дроби в (33) называются функциями правдоподобия. Вид данных функций для канала с АБГШ задаётся выражением для распределения гауссовской случайной величины:

$$P(z | s_{1,2}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{(z - a_{1,2})^2}{2\sigma^2}\right]. \quad (34)$$

Вид этих функций показан на рис. 43.

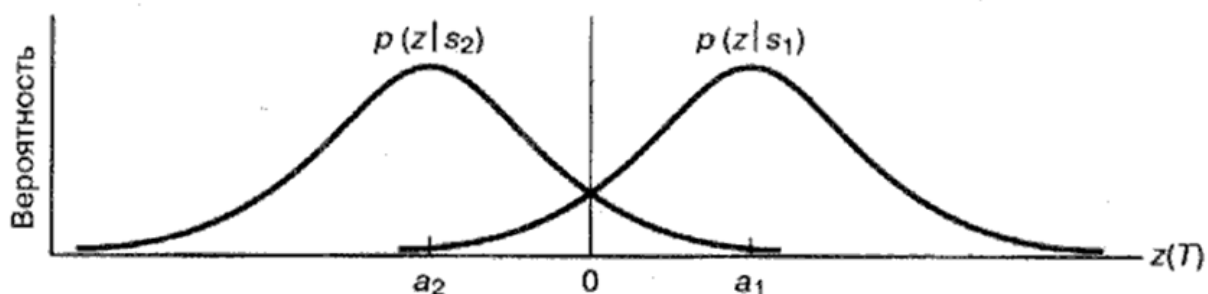


Рис. 43. Функции правдоподобия

Подставляя (34) в (33), получим:

$$\Lambda(z) = \frac{P(z|s_1)}{P(z|s_2)} = \exp \left[ \frac{z(a_1 - a_2)}{\sigma^2} - \frac{a_1^2 - a_2^2}{2\sigma^2} \right] \underset{H_2}{\underset{H_1}{\geq}} \frac{P(s_2)}{P(s_1)}. \quad (35)$$

После логарифмирования обеих частей выражения (35) получим:

$$L(z) = \frac{z(a_1 - a_2)}{\sigma^2} - \frac{a_1^2 - a_2^2}{2\sigma^2} \underset{H_2}{\underset{H_1}{\geq}} \ln \frac{P(s_2)}{P(s_1)}. \quad (36)$$

Из (35) после упрощения следует:

$$z(T) \underset{H_2}{\underset{H_1}{\geq}} \frac{a_1 + a_2}{2} = \gamma. \quad (37)$$

Выражение (37) представляет собой решающее правило для двоичного когерентного приёмника при равенстве априорных вероятностей передачи сигналов. Для двоичных фазовой и частотной манипуляций (BPSK и BFSK)  $a_1 = -a_2$  и  $\gamma = 0$ , а для двоичной амплитудной манипуляции (BASK)  $a_1 = 0$  и  $\gamma = a_2/2$ , где  $a_1$  и  $a_2$  определяются уровнем усиления сигнала.

## 1.7. Вероятность ошибок в двоичном когерентном приёмнике

Одним из важнейших критериев производительности цифровых систем связи является зависимость вероятности появления ошибочного бита  $P_b$  от отношения энергии сигнала, приходящейся на один бит, к спектральной плотности мощности аддитивного белого гауссовского шума  $E_b/N_0$ . Данное отношение часто называют энергетическим отношением сигнал/шум. При этом предполагается, что единственным источником искажений сигнала является тепловой шум (АБГШ). Удобство использования отношения  $E_b/N_0$  вместо отношения мощности сигнала к мощности шума  $S/N$  (соотношение сигнал/шум по мощности), как в аналоговых системах связи, состоит в том, что так удобнее сравнивать производительность цифровых систем на битовом уровне. Это важно для цифровых систем, поскольку сигнал может иметь произвольное  $n$ -битовое значение (один символ может кодировать  $n$  бит). Предположим, что для данной вероятности возникновения ошибки в цифровом двоичном сигнале требуемое отношение  $S/N = 20$ . Поскольку двоичный сигнал имеет однобитовое значение, требуемое отношение  $S/N$  на бит равно 20. Пусть теперь сигнал является 1024-уровневым с теми же 20 единицами требуемого отношения  $S/N$ . Теперь, поскольку сигнал имеет 10-битовое значение, требуемое отношение  $S/N$  на один бит равно 2. Параметр  $E_b/N_0$  характеризует отношение сигнал-шум, приходящееся на один бит.

Параметр  $E_b/N_0$  связан с параметром  $S/N$  следующим соотношением:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{S T_b}{N/W} = \frac{S/R}{N/W} = \frac{S}{N} \frac{W}{R}, \quad (38)$$

где  $T_b$  — время передачи бита,  $N$  — мощность шума,  $R$  — скорость передачи битов,  $W$  — ширина полосы. Отношение  $R/W$  называется *спектральной эффективностью* системы или *эффективностью использования полосы*

частот и выражается в бит/с/Гц. Это отношение показывает, насколько эффективно система использует полосу частот.

Общая вероятность ошибки в двоичном когерентном приёмнике будет определяться следующим образом:

$$P_b = P(H_2 | s_1)P(s_1) + P(H_1 | s_2)P(s_2). \quad (39)$$

При  $P(s_1) = P(s_2)$  получим:

$$P_b = P(H_2 | s_1) = P(H_1 | s_2). \quad (40)$$

В соответствии с (40) и рис. 43

$$P_b = \int_{(a_1+a_2)/2}^{\infty} p(z | s_2) dz = \int_{(a_1+a_2)/2}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z-a_2)^2}{2\sigma^2}} dz = Q\left(\frac{a_1 - a_2}{2\sigma}\right), \quad (41)$$

где  $Q(x) = \int_x^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)$  – табличный интеграл,

$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-u^2} du$  – дополнительная функция ошибок.

Можно показать [1], что дисперсия шума на выходе коррелятора с опорным сигналом в виде нормированной базисной функции будет равна  $\sigma^2 = N_0/2$ , где  $N_0$  – уровень спектральной плотности мощности аддитивного белого гауссовского шума в канале. Также в [1] показано, что для модуляции BPSK  $a_1 = -a_2 = \sqrt{E_b}$ , для модуляции BFSK  $a_1 = -a_2 = \sqrt{\frac{E_b}{2}}$ , а для модуляции BASK  $a_1 = \sqrt{E}$ ,  $a_2 = 0$ . Подставляя данные значения параметров в (41), получим выражения для вероятностей битовых ошибок в двоичном когерентном приёмнике для канала с АБГШ:

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \quad (42)$$

– для модуляции BPSK, где  $E_b$  – энергия сигнала, приходящаяся на 1 бит передаваемой информации,

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (43)$$

– для модуляции BFSK,

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{E}{2N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (44)$$

– для модуляции BASK, где  $E$  – энергия символа с ненулевой амплитудой,  $\bar{E}_b = \frac{E}{2}$  – средняя энергия, приходящаяся на 1 бит.

На рис. 44 приведены графики зависимостей вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум для различных видов бинарных модуляций и различных способах приёма (когерентный и некогерентный).

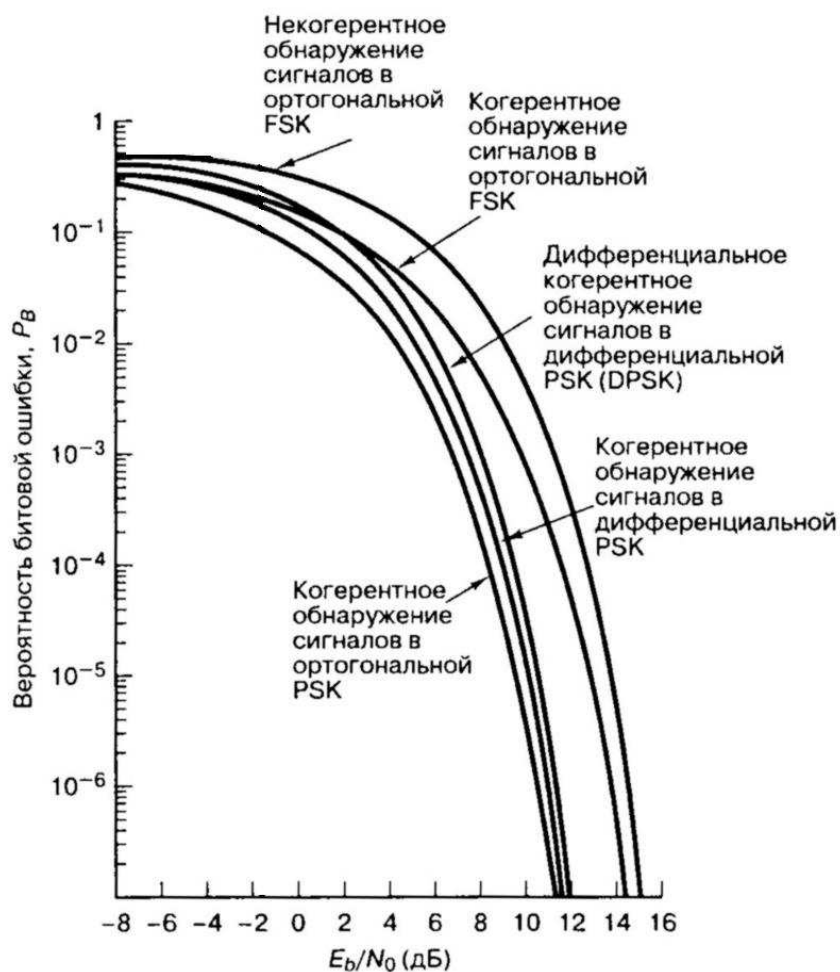


Рис. 44. Зависимость вероятности битовых ошибок в канале с АБГШ от отношения сигнал/шум для различных видов модуляции

На рис. 45 и 46 показаны аналогичные зависимости для модуляций MFSK и MPSK соответственно при различных значениях  $M = 2^k$ . Как видно из сравнения этих рисунков, при ортогональной передаче с ростом  $k$  происходит уменьшение вероятности битовой ошибки, а при многофазной – увеличение.

Можно показать [1], что соотношение между вероятностью битовой ошибки и вероятностью символьной ошибки для ортогональных  $M$ -арных сигналов (MFSK) даётся выражением:

$$\frac{P_b}{P_s} = \frac{2^{k-1}}{2^k - 1} = \frac{M/2}{M-1}. \quad (45)$$

Аналогичное соотношение для многофазных сигналов MPSK при использовании кода Грея имеет вид:

$$P_b \approx \frac{P_s}{\log_2 M} \quad (\text{для } P_s \ll 1). \quad (46)$$

Код Грея — это код преобразования бинарных символов в  $M$ -арные, такие, что двоичные последовательности, соответствующие соседним символам (сдвигам фаз), отличаются только одним битом. На рис. 47 обычная бинарная кодировка сравнивается с кодировкой Грея. При появлении ошибки в  $M$ -арном символе наиболее вероятными являются ближайшие соседние символы, отличающиеся от переданного лишь одним битом, если используется кодировка Грея. Таким образом, высока вероятность того, что при кодировании с помощью кода Грея в случае возникновения ошибки ошибочным будет только один из  $k = \log_2 M$  переданных битов.

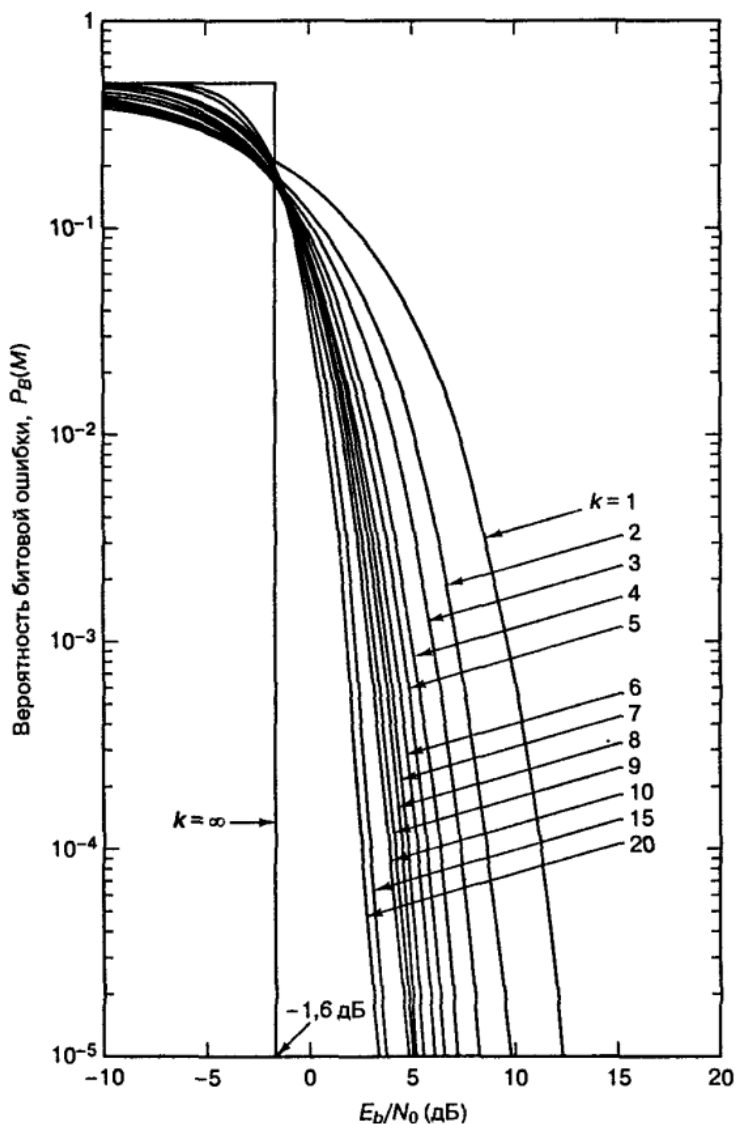


Рис. 45. Вероятность битовых ошибок для модуляции MFSK (когерентный приём) при различных значениях  $M = 2^k$

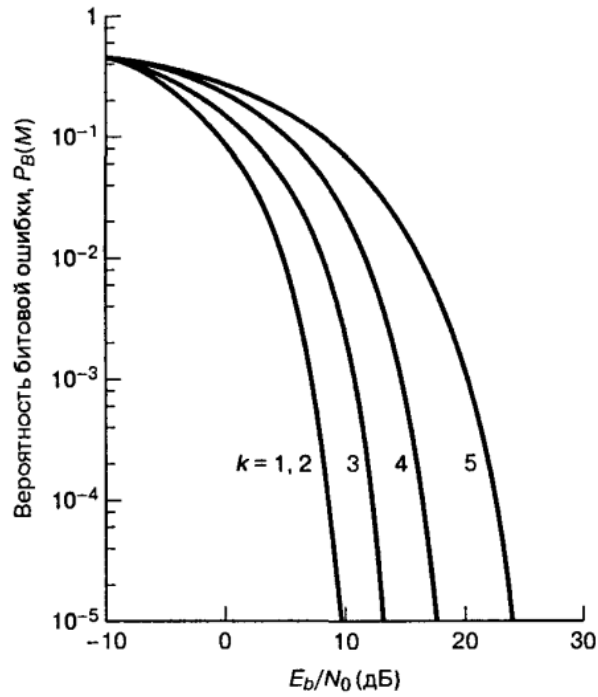


Рис. 46. Вероятность битовых ошибок для модуляции MPSK (когерентный приём) при различных значениях  $M = 2^k$

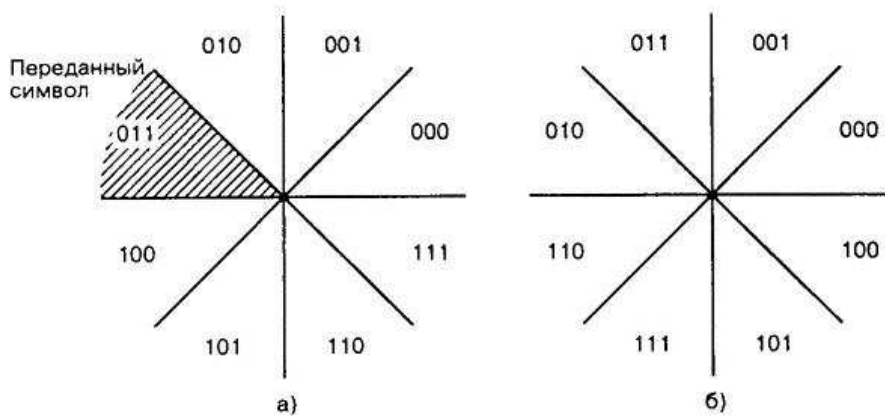


Рис. 47. Последовательная кодировка (а) и кодировка Грея (б)

В таблице 1 приводятся выражения для вероятности битовой ошибки (для бинарных модуляций и модуляции QPSK) и вероятности символьной ошибки (для  $M$ -арных модуляций).

Таблица 1.

Вид модуляции	Вероятность ошибки на бит ( $P_b$ ) или на символ ( $P_s$ )	Примечание
BASK	$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$ <p>здесь и далее <math>Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du</math>  — гауссов интеграл ошибок</p>	<p>для ортогональных сигналов:  <math>s_1(t) = A \cos \omega t</math>  <math>s_2(t) = 0</math>  <math>0 \leq t \leq T</math></p>
BPSK	$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$	<p>для антиподных сигналов:  <math>s_1(t) = A \cos \omega t</math>  <math>s_2(t) = -A \cos \omega t</math>  <math>0 \leq t \leq T</math></p>
QPSK	$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$	
Ортогональная BFSK (когерентное обнаружение)	$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$	
Ортогональная BFSK (некогерентное обнаружение)	$P_b = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{2N_0}\right)$	
DPSK (некогерентное обнаружение)	$P_b = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{N_0}\right)$	
DPSK (когерентное обнаружение)	$P_b = 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \left[1 - Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)\right]$	

MPSK	$P_s(M) \approx 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} \sin \frac{\pi}{M}\right), M > 2$	<p>для больших отношений <math>E_s/N_0</math>, <math>E_s = E_b \log_2 M</math> — энергия, приходящаяся на символ, <math>M = 2^k</math> — количество равновероятных символов</p>
DMPSK (некогерентное обнаружение)	$P_s(M) \approx 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} \sin \frac{\pi}{\sqrt{2M}}\right), M > 2$	см. примечание для MPSK
Ортогональная MFSK (когерентное обнаружение)	$P_s(M) \leq (M - 1)Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right)$	$E_s = E_b \log_2 M$ — энергия, приходящаяся на символ, $M = 2^k$ — количество равновероятных символов
Ортогональная MFSK (некогерентное обнаружение)	$P_s = \frac{1}{M} \exp\left(-\frac{E_s}{N_0}\right) \sum_{j=2}^M (-1)^j C_j^M \exp\left(\frac{E_s}{jN_0}\right),$ $C_j^M = \frac{M!}{j!(M-j)!}$	см. примечание для MFSK с когерентным обнаружением
QAM	$P_b \approx \frac{2(1-L^{-1})}{\log_2 L} Q\left[\sqrt{\left(\frac{3 \log_2 L}{L^2 - 1}\right) \frac{2E_b}{N_0}}\right]$	<p>для прямоугольной решётки;  <math>L</math> — количество уровней амплитуды в одном измерении;  используется код Грея</p>



## 2. Системные компромиссы

### 2.1. Основные параметры и ресурсы системы связи

Основными параметрами цифровой системы связи являются:

- вероятность битовой ошибки;
- скорость передачи битов;
- ширина полосы частот сигнала;
- мощность сигнала.

Основные ресурсы системы связи:

- энергетический (излучаемая мощность);
- частотный (ширина полосы).

При изменении одного из параметров системы в лучшую сторону какой-либо другой параметр (или параметры), как правило, меняются в худшую сторону (например, для снижения вероятности битовой ошибки необходимо увеличивать мощность сигнала).

На практике один из ресурсов системы связи, как правило, дороже другого. Например, для сотового телефона энергетический ресурс всегда ограничен в силу того, что телефон питается от аккумулятора и излучаемая им мощность ограничена санитарными нормами.

### 2.2. Пропускная способность канала связи

Пропускной способностью канала связи называется величина максимально достижимой скорости передачи информации в канале, при которой можно обеспечить теоретически бесконечно малую вероятность битовых ошибок.

Пропускной способностью канала связи с аддитивным белым гауссовским шумом определяется теоремой Шеннона: *при определённом кодировании сигнала информация может быть передана со сколь угодно малой вероятностью ошибки при скорости передачи  $R \leq C$ , где*

$$C = W \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N} \right) \text{ [бит/с]}. \quad (47)$$

В формуле (47)  $W$  – ширина полосы канала,  $S$  – мощность сигнала,  $N$  – мощность шума.

Выражение (47) при  $R = C$  можно переписать в следующем виде:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{W}{C} \left( 2^{C/W} - 1 \right). \quad (48)$$

Из (48) следует, что при  $C/W \rightarrow 0$  величина  $E_b / N_0 \rightarrow -1,6$  дБ (рис. 48). Это так называемый предел Шеннона: если отношение сигнал/шум  $E_b / N_0 \leq -1,6$  дБ, то пропускная способность канала связи  $C = 0$ . В этом случае в соответствии с теоремой Шеннона не существует методов кодирования сигнала, которые

позволили бы обеспечить малую вероятность возникновения битовых ошибок в канале связи. Поэтому на практике отношение сигнал/шум  $E_b/N_0$  всегда должно превосходить предел Шеннона.

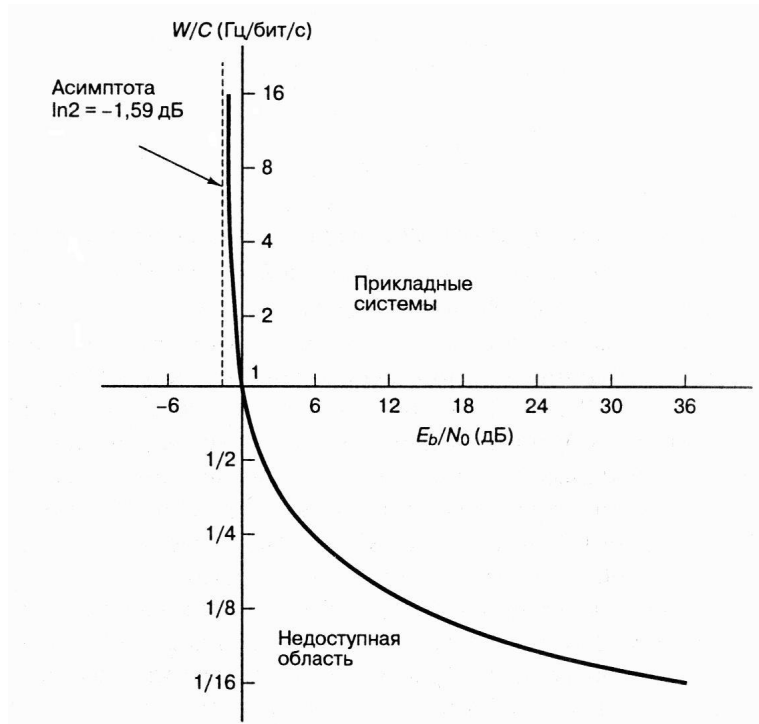


Рис. 48. Предел Шеннона

### 2.3. Плоскость «полоса-эффективность»

На рис. 49 показана так называемая плоскость «полоса-эффективность», на которой наглядно видны различные компромиссы при изменении параметров системы связи.

Точки на данной плоскости (в виде кружков, треугольников и квадратов) соответствуют различным видам модуляции при следующих условиях:

- вероятность битовых ошибок  $P_b = 10^{-5}$ ;
- для ограничения ширины спектра сигнала применяется идеальный фильтр Найквиста;
- система связи с одной несущей;
- не используются коды коррекции ошибок.

Прямая 1 на этом рисунке соответствует изменению мощности сигнала, а прямые 2 и 3 – изменению вида модуляции.

Область, лежащая выше горизонтальной оси, является областью ограниченной полосы, т.к. виды модуляции сигнала, находящиеся в данной области, обеспечивают высокую спектральную эффективность системы связи и поэтому применяются чаще всего в условиях дефицита частотного ресурса. Однако, отношение сигнал/шум при этом должно быть достаточно высоким.

Область, лежащая ниже горизонтальной оси, является областью ограниченной мощности, т.к. виды модуляции сигнала, находящиеся в данной

области, обладают малой спектральной эффективностью, но требуют меньших значений отношения сигнал/шум, а, значит, и меньших мощностей сигнала, и поэтому применяются чаще всего в условиях дефицита энергетического ресурса.

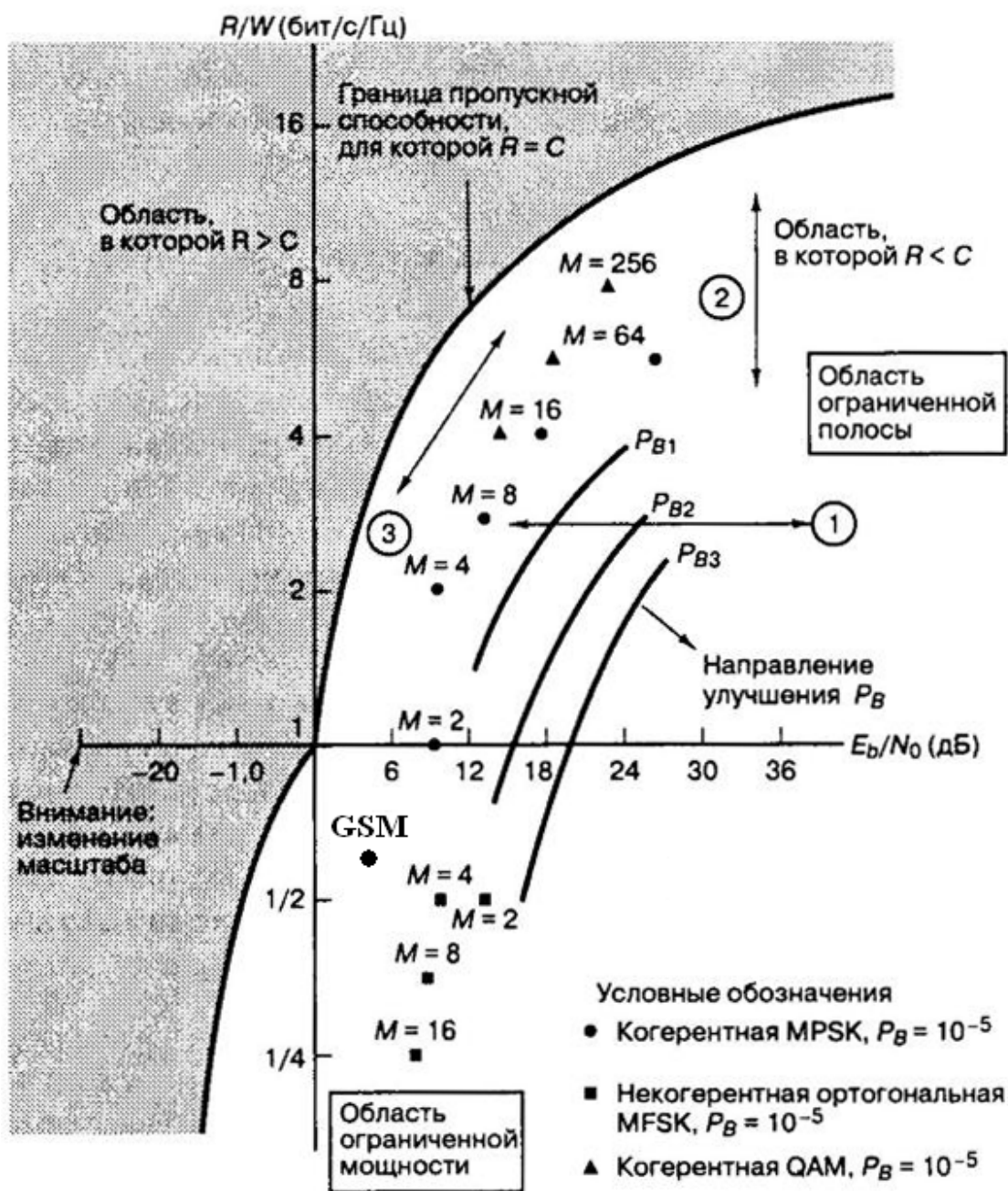


Рис. 49. Плоскость «полоса-эффективность»

### 3. Широкополосные сигналы

#### 3.1. Преимущества широкополосных сигналов

Широкополосные сигналы математически можно классифицировать как узкополосные в смысле малости отношения ширины спектра к несущей частоте. Термин «широкополосный» означает, что спектр такого сигнала значительно шире, чем это необходимо для передачи информации с заданной скоростью. При этом база такого сигнала (произведение ширины спектра на длительность) больше единицы. Широкополосные сигналы часто называют сложными сигналами в отличие от простых, которые имеют базу, равную единице.

Преимущества широкополосных сигналов заключаются в следующем:

- пониженная спектральная плотность энергии;
- скрытность;
- повышенная точность локации;
- повышенная устойчивость к помехам;
- устойчивость к многолучёвости;
- возможность организации множественного доступа без разнесения по частоте и времени.

#### 3.2. Расширение спектра методом прямой последовательности

На рис. 50 показана структура передатчика и приёмника при расширении спектра методом прямой последовательности.

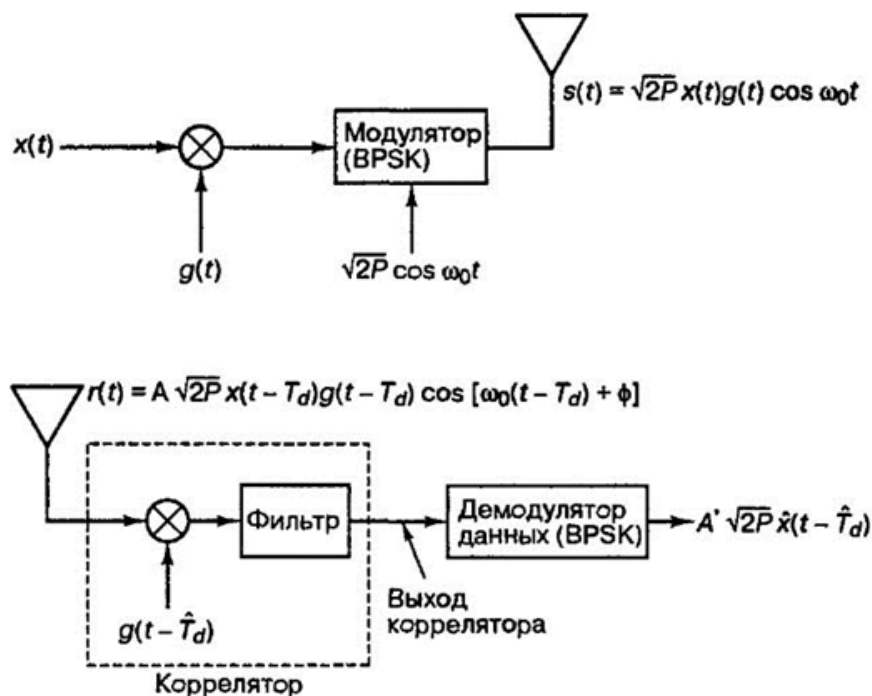


Рис 50. Структура передатчика и приёмника при расширении спектра методом прямой последовательности



$$G = \frac{R_{ch}}{R} = \frac{W_{ss}}{W},$$

где  $R_{ch}$  – скорость чипов (элементарных импульсов) расширяющей последовательности,  $R$  – скорость битов информационной последовательности,  $W_{ss}$  – ширина спектра сигнала после расширения,  $W$  – ширина спектра до расширения (рис. 52).

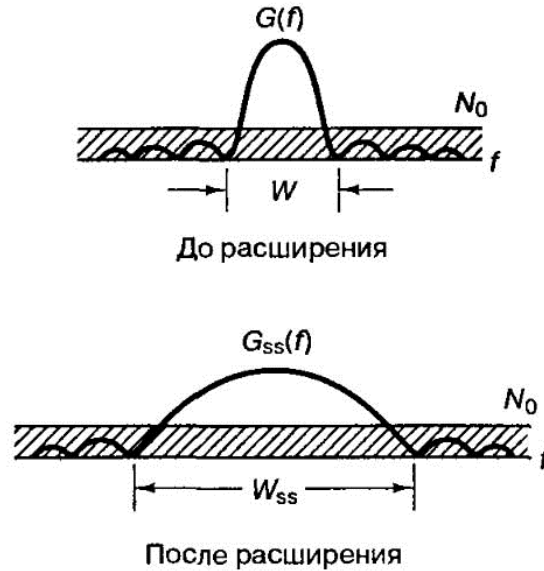


Рис. 52. Расширение спектра

Повышенная помехоустойчивость широкополосных сигналов объясняется следующим образом. Если на вход приёмника поступает сумма широкополосного сигнала и широкополосной помехи в одной и той же полосе частот, то после умножения этой суммы на расширяющую последовательность в приёмнике спектр сигнала становится узкополосным, а ширина спектра помехи либо не меняется, либо ещё более расширяется (рис. 53).

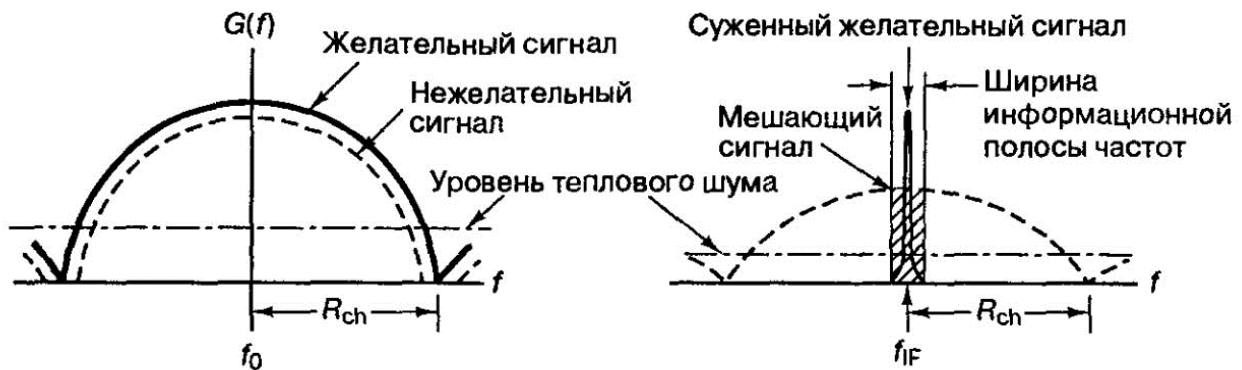


Рис. 53. Сужение спектра в приёмнике при наличии помехи

После такого преобразования большую часть мощности можно подавить с помощью полосового фильтра с шириной полосы, равной ширине спектра суженного по частоте сигнала. При этом лишь небольшая доля мощности

помехи попадает в полосу частот полезного сигнала. Аналогичная ситуация возникает и при наличии узкополосной помехи на входе приёмника, спектр которой будет расширен при сужении спектра сигнала.

Расширение спектра методом прямой последовательности может быть использовано для реализации множественного доступа с кодовым разделением (МДКР, CDMA – Code Division Multiple Access). При этом способе множественного доступа сигналы для различных абонентов передаются без разделения по частоте или времени, то есть в один и тот же интервал времени и в одной и той же полосе частот. Для этого необходимо, чтобы у каждого пользователя (абонента) системы связи была своя расширяющая последовательность, и последовательности разных пользователей были взаимно ортогональны:

$$\int_0^T g_i(t)g_j(t)dt = 0 \text{ при } i \neq j,$$

где  $T$  – длительность расширяющих последовательностей.

Если на приёмник поступает сумма сигналов для  $N$  пользователей

$$s(t) = g_1(t)s_1(t) + g_2(t)s_2(t) + \dots + g_N(t)s_N(t),$$

то отклик приёмника пользователя с номером 1 будет равен:

$$s(t) = \int_0^T (g_1^2(t)s_1(t) + g_1(t)g_2(t)s_2(t) + \dots + g_1(t)g_N(t)s_N(t))dt = Ks_1(t),$$

где  $K$  – некоторая константа.

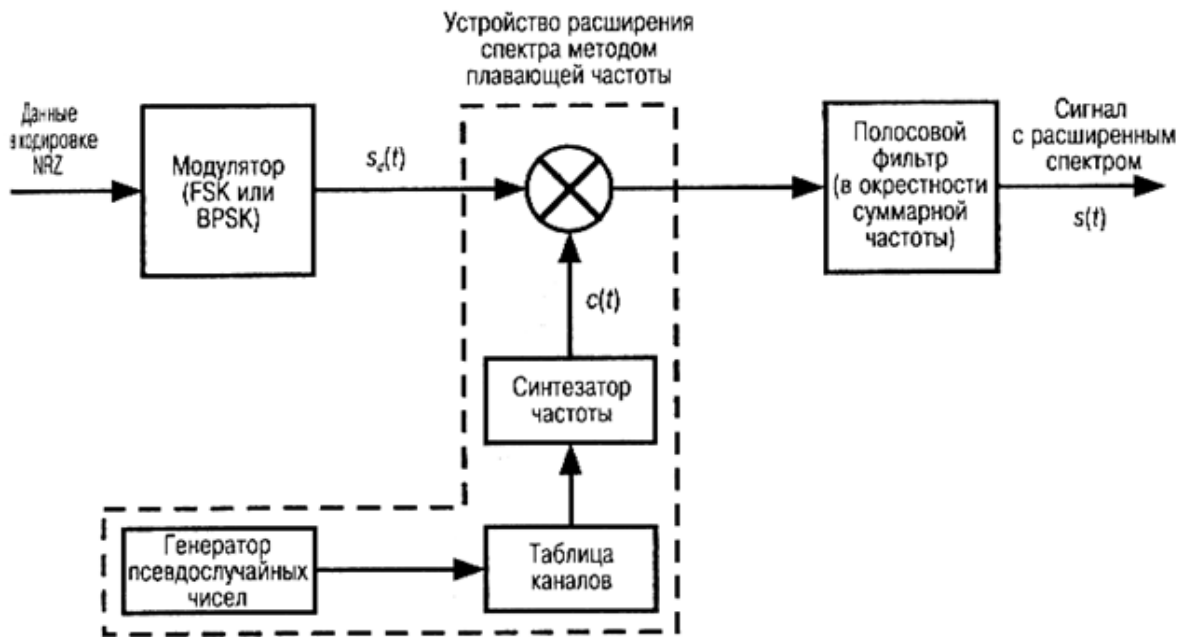
### 3.3. Расширение спектра с помощью скачкообразной перестройки частоты

На рис. 54 показана структура передатчика и приёмника при расширении спектра методом скачкообразной перестройки частоты (ППРЧ – псевдослучайная перестройка рабочей частоты (FHSS – Frequency Hopping Spread Spectrum)).

При этом способе расширения спектра значение несущей частоты сигнала меняется во времени с определённым периодом по псевдослучайному закону. Ширина полосы системы связи в этом случае будет равна произведению количества различных частотных каналов на ширину полосы одного канала.

Помехоустойчивость данного метода обусловлена тем, что если узкополосная помеха присутствует только в одном из частотных каналов, то искажённым окажется только небольшой блок данных, передаваемый за короткое время в этом канале.

Перестройка рабочей частоты может быть медленной (рис. 55), либо быстрой (рис. 56) в зависимости от соотношения периода перестройки частоты  $T_c$  и времени передачи одного символа данных  $T_s$ .



а) Передатчик

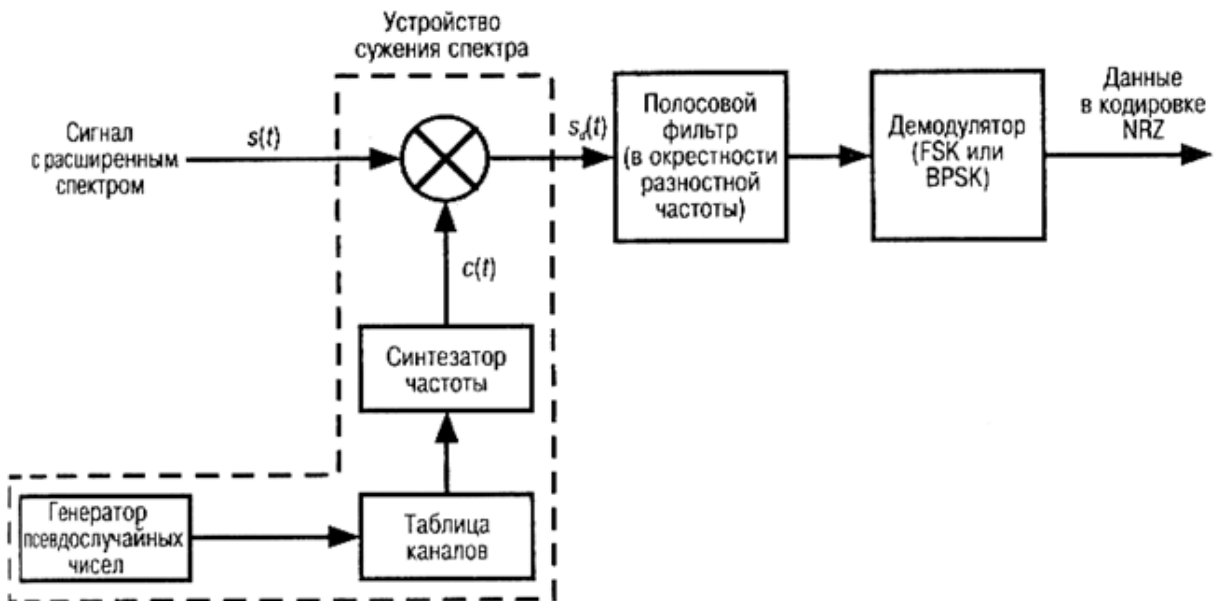


Рис. 54. Структура передатчика и приёмника при расширении спектра с помощью скачкообразной перестройки частоты



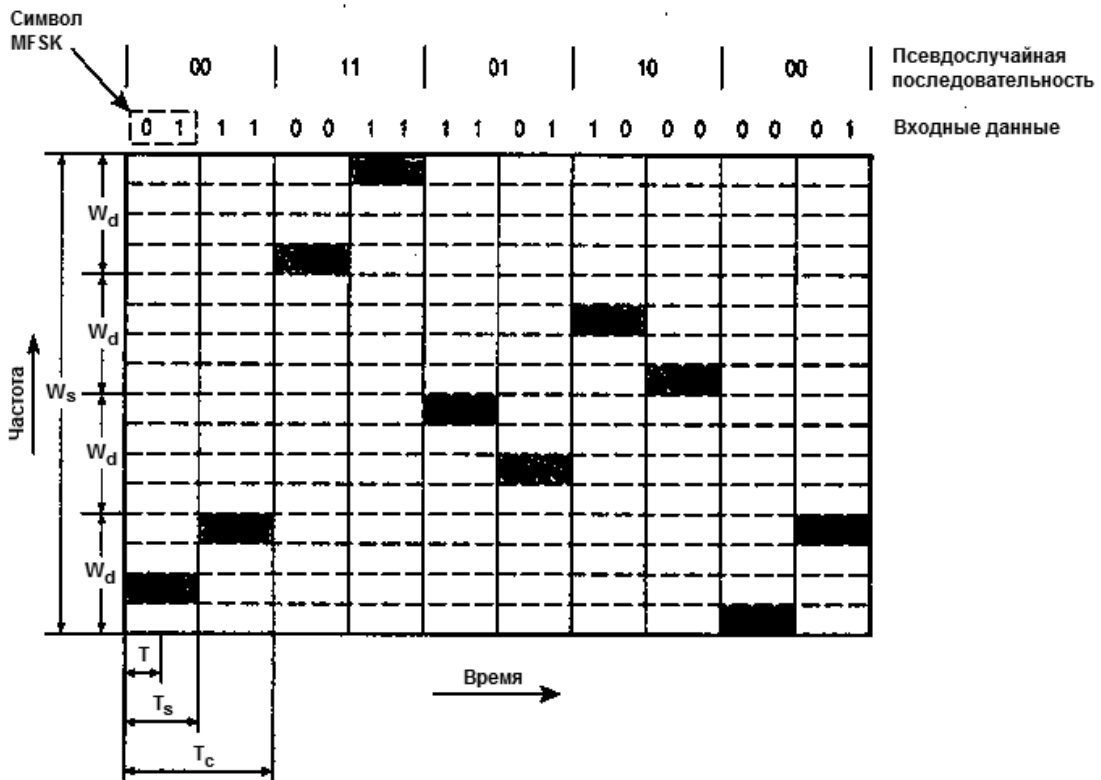


Рис. 55. Медленная перестройка рабочей частоты ( $T_c \geq T_s$ )

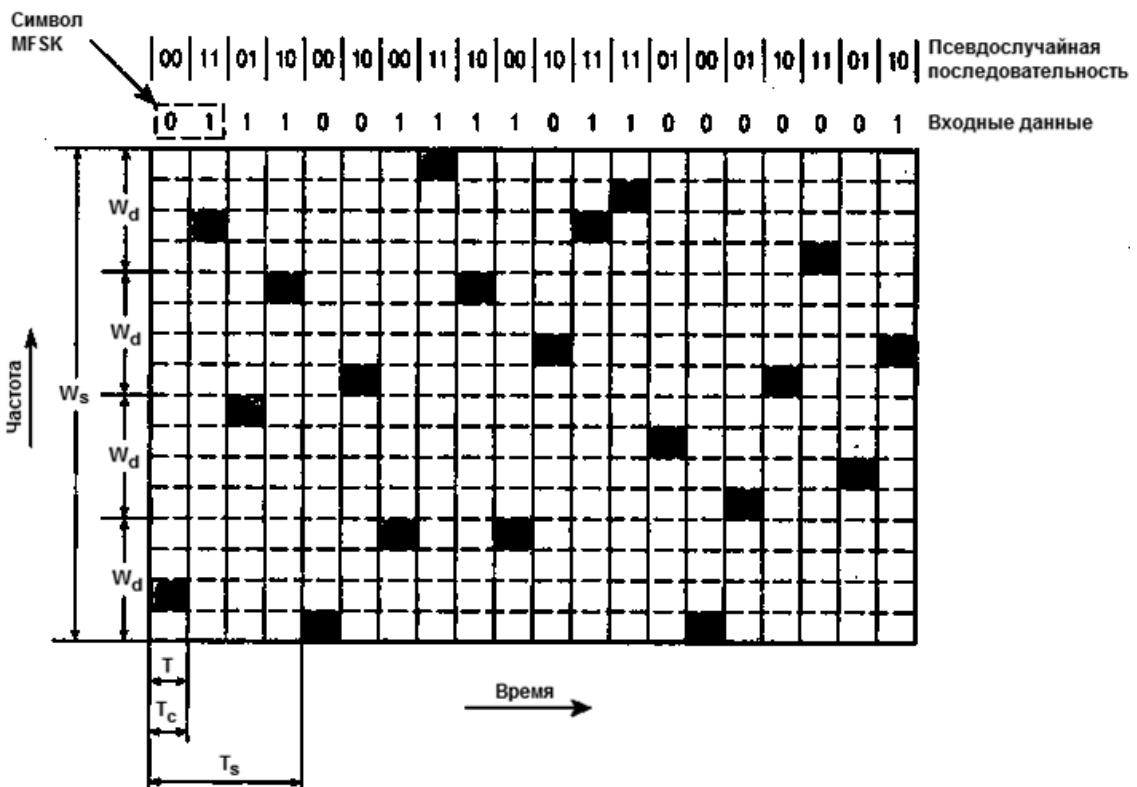


Рис. 56. Быстрая перестройка рабочей частоты ( $T_c < T_s$ )

На основе данного метода расширения спектра может быть реализован множественный доступ с частотным разделением (МДЧР, FDMA – Frequency Division Multiple Access). При этом методе множественного доступа каждому

пользователю выделяется своя уникальная псевдослучайная последовательность перестройки частоты. При этом все последовательности выбираются так, чтобы не происходили совпадения рабочих частот разных пользователей.

## Список литературы

1. Б. Скляр. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение, 2-е издание.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2003. – 1104 с.
2. Дж. Прокис. Цифровая связь.: Пер с англ. / Под ред. Д.Д. Кловского. – М.: “Радио и связь”, 2000. – 800 с.: ил.
3. Радиотехнические системы передачи информации. / Под ред. В.В. Калмыкова – М.: “Радио и связь”, 1990. – 304 с.
4. К. Феер. Беспроводная цифровая связь. Методы модуляции и расширения спектра.: Пер. с англ. / Под ред. В.И. Журавлева. – М.: “Радио и связь”, 2000. – 520 с.: ил.
5. В. Столлингс. Беспроводные линии связи и сети.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2003. – 640 с.
6. И.С. Гоноровский. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов. – М.: Радио и связь, 1986. – 512 с.

## Содержание

<b>1. Сигналы и методы их обработки в цифровой системе связи .....</b>	<b>4</b>
1.1. Обобщённая структурная схема радиотехнической системы передачи информации .....	4
1.2. Функциональная схема цифровой системы передачи информации .....	4
1.3. Кодирование источника .....	6
1.4. Импульсная модуляция .....	16
1.5. Полосовая модуляция .....	19
1.6. Критерий принятия решений в двоичном когерентном приёмнике	32
1.7. Вероятность ошибок в двоичном когерентном приёмнике .....	34
<b>2. Системные компромиссы .....</b>	<b>41</b>
2.1. Основные параметры и ресурсы системы связи.....	41
2.2. Пропускная способность канала связи.....	41
2.3. Плоскость «полоса-эффективность».....	42
<b>3. Широкополосные сигналы .....</b>	<b>44</b>
3.1. Преимущества широкополосных сигналов.....	44
3.2. Расширение спектра методом прямой последовательности.....	44
3.3. Расширение спектра с помощью скачкообразной перестройки частоты .....	47
<b>Список литературы .....</b>	<b>51</b>

# **ЦИФРОВЫЕ КАНАЛЫ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ**

Составитель: Дмитрий Николаевич Ивлев

*Электронное учебно-методическое пособие*

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования «Нижегородский  
государственный университет им. Н.И. Лобачевского».  
603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.