

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Нижегородский государственный университет  
им. Н.И.Лобачевского  
Национальный исследовательский университет

Учебно-научный и инновационный комплекс  
«Новые многофункциональные материалы и нанотехнологии»

Д.В. Хомицкий

**Физические основы методов управления спиновой  
плотностью в наноструктурах спинтроники**

Учебно-методическое пособие

Рекомендовано методической комиссией физического факультета для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 011200 «Физика», 210100 «Электроника и микроэлектроника», 222900 «Нанотехнология и микросистемная техника», 230400 «Информационные системы и технологии»

Нижний Новгород  
2011

УДК 538.915

ББК 22.314

X-76

X-76 Хомицкий Д.В., ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДОВ УПРАВЛЕНИЯ СПИНОВОЙ ПЛОТНОСТЬЮ В НАНОСТРУКТУРАХ СПИНТРОНИКИ: Учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2011.– 94 с.

Рецензенты: Заведующий кафедрой электроники твёрдого тела ННГУ д.ф.-м.н. профессор **Е.С. Демидов**  
Заведующий лабораторией эпитаксиальных технологий НИФТИ ННГУ к.ф.-м.н. **Ю.А. Данилов**

Пособие содержит введение в физические принципы и некоторые математические модели для описания свойств спиновой плотности и методов управления ими в различных полупроводниковых наноструктурах с большой величиной спин-орбитального взаимодействия. На простых примерах объясняется роль спин-орбитального взаимодействия, позволяющего создавать управляемые в пространстве и во времени конфигурации спиновой плотности, важных для развития немагнитной спинтроники, где управление спином осуществляется без приложения внешнего магнитного поля. Пособие содержит как введение в физику низкоразмерных систем со спин-орбитальным взаимодействием, так и результаты недавних исследовательских работ автора, а также вопросы различной степени сложности для самостоятельного исследования.

УДК 538.915

ББК 22.314

© Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского, 2011

## Предисловие

В течение нескольких последних лет происходит интенсивное развитие разделов физики, электроники и нанотехнологии, связанных с исследованием и перспективами практического применения нового класса эффектов, относящихся к совместным проявлениям зарядовых и спиновых степеней свободы. Этот раздел науки получил название спинтроники, по аналогии с электроникой, где главным объектом была только электронная, т.е. зарядовая степень свободы. В настоящее время спинтроника связана прежде всего с задачами, где существенна роль собственного магнитного момента в твердотельных структурах, т.е. прежде всего развивается спинтроника магнитных структур, например, ферромагнетиков. Следует отметить, однако, что структурами с собственной сильной намагниченностью не исчерпывается весь класс магнитно-активных систем. Ещё одним фундаментальным эффектом, проявляющим себя подобно влиянию магнитного поля, является спин-орбитальное взаимодействие, роль которого в последние годы стала привлекать всё больше внимания. Дело в том, что наличие в структуре магнетиков и соответственно использование для управления ими внешнего переключающегося магнитного поля не всегда удобно с технологической точки зрения. Между тем, спин-орбитальное взаимодействие позволяет добиваться в ряде случаев тех же эффектов, что и переменное внешнее магнитное поле, с помощью приложения электрического поля, что гораздо привлекательнее для многих задач нанoeлектроники. К настоящему времени в спинтронике систем со спин-орбитальным взаимодействием уже достаточно подробно разработан ряд вопросов, однако есть и целый набор задач, ждущих своего глубокого исследования и описания в учебной литературе. Примером такого пока недостаточно представленного в учебных пособиях раздела задач спинтроники структур с сильным спин-орбитальным взаимодействием является описание физических свойств и методов управления спиновой плотностью, введению в которые и посвящено данное пособие.

Предлагаемое пособие содержит введение в физические принципы и соответствующие математические модели квантовой механики для описания свойств квантовых состояний, спиновой поляризации и спиновой плотности, а также методов управления ими в различных полупроводниковых наноструктурах с большой величиной спин-орбитального взаимодействия. На простых примерах объясняется роль спин-орбитального взаимодействия, позволяющего создавать управляемые в пространстве и во времени конфигурации спиновой плотности, важных для развития немагнитной спинтроники, где управление спином осуществляется без приложения внешнего магнитного поля. Пособие содержит как введение в физику низкоразмерных систем со спин-орбитальным взаимодействием, так и результаты недавних исследовательских работ автора, а также вопросы

различной степени сложности для самостоятельного исследования, некоторые из которых могут служить темой для будущей научно-исследовательской работы.

Автор выражает признательность многочисленному коллективу преподавателей, аспирантов и студентов физического факультета Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, плодотворное общение и совместная работа с которыми помогли при подготовке настоящего пособия. Особую благодарность автор выражает профессору В.Я. Демиховскому, профессору А.М. Сатанину, профессору Е.С. Демидову, профессору А.А. Ежевскому, доценту Ю.А. Данилову, доценту А.А. Перову, доценту А.И. Малышеву, а также профессору Университета Страны Басков (г. Бильбао, Испания) Е.Я. Шерману, в соавторстве с которым написан ряд работ, обсуждающихся в настоящем пособии. Пособие подготовлено в рамках поддержки учебно-методической и научной работы молодых кандидатов наук, научные исследования которых осуществляются в рамках приоритетного направления развития ННГУ как национального исследовательского университета «Информационно-телекоммуникационные системы: физические и химические основы, перспективные материалы и технологии, математическое обеспечение и применение».

## Введение

Известно, что электрический ток в твердотельных структурах, используемых в современной электронике, переносят элементарные возбуждения (квазичастицы), которые с точки зрения физики конденсированного состояния могут обладать свойствами электронов или дырок, различаясь между собой, в частности, знаком дрейфовой подвижности, определяющей направление движения частицы в присутствии внешнего электрического поля [1]. При описании свойств данных квазичастиц для упрощения говорят об отрицательно заряженных электронах или положительно заряженных дырках, однако для рассматриваемых здесь задач различия в знаке заряда не являются существенными, и ниже мы всюду будем говорить об электронах в твердотельных структурах. Известно, что одним лишь зарядом или эффективной массой свойства электрона не описываются. Ему можно также сопоставить собственный магнитный момент, так называемый «спин». Раздел физики конденсированного состояния вещества, изучающий совместные проявления свойств зарядовых и спиновых степеней свободы, т.е. исследует синтез свойств спина (магнитного момента) и электронного переноса в твердотельных структурах как это схематически показано на рис.1, получил название «Спинтроника». К настоящему времени спинтронике посвящён ряд научных обзоров и учебных пособий [2–5]. В частности, учебное пособие [3] посвящено введению в квантовую теорию явлений спинтроники для систем с сильным спин-орбитальным взаимодействием, а в учебном пособии [4] излагаются основы физики магнитных структур и приборов, использующих спин-зависимые явления. В настоящем пособии основной акцент будет сделан на новые теоретические результаты, относящиеся к поведению квантовых состояний и в особенности спиновой плотности в немагнитных структурах спинтроники с сильным спин-орбитальным взаимодействием.



Рис.1. Иллюстрация к значению термина «Спинтроника»: в этой области физики изучаются совместные проявления свойств зарядовых и спиновых степеней свободы, т.е. синтез свойств спина (магнитного момента) и электронного переноса в твердотельных структурах.

Если в системе отсутствуют какие-либо факторы, упорядочивающие распределение магнитного момента, то спины ориентированы независимо друг от друга, т.е. в целом неупорядоченно, что делает невозможным их использование как лишней степени свободы в электронике или информатике. Если же упорядочивающее воздействие присутствует, например, в виде внешнего магнитного поля, то может образоваться и пространственно согласованное распределение магнитных моментов. Интересно то, что такое упорядочивание образуется как в реальном координатном пространстве, где расположены магнитные моменты отдельных носителей заряда или целых областей вещества (магнитные домены), так и в пространстве квантовых чисел, например, компонент волновых векторов, классифицирующих состояния электрона в наноструктурах. В качестве иллюстрирующего примера на рис.2 схематически показано неупорядоченное распределение набора частиц со спином в пространстве компонент волнового вектора, классифицирующего состояния двумерного электронного газа, в отсутствие механизмов упорядочивания магнитных моментов. Видно, что спиновая степень свободы в такой системе никак не связана с движением носителей заряда в пространстве или с набором квантовых чисел  $k_x$  и  $k_y$ , и каждый индивидуальный в отсутствие многочастичных эффектов может быть направлен независимо от других. Однако, если все показанные на рис.2 носители заряда обладают собственным магнитным моментом одного знака, то при наложении постоянного магнитного поля среднее значение магнитного момента каждой частицы будет направлено параллельно магнитному полю, что позволяет производить «переключение» между состояниями системы простой сменой знака направления магнитного поля, как это показано на рис.3, что уже на протяжении нескольких десятилетий используется в разнообразных технологиях магнитной памяти, обработки данных и т.д.

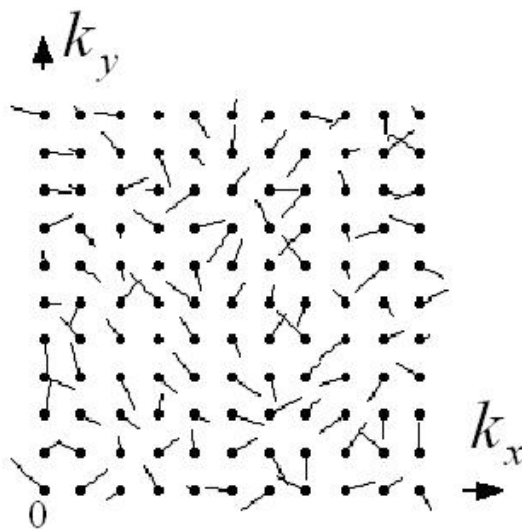


Рис.2. Неупорядоченное распределение магнитных моментов (спинов) в пространстве компонент волновых векторов в отсутствие внешнего магнитного поля, спин-орбитального взаимодействия, или упорядочивающих спины многочастичных эффектов.

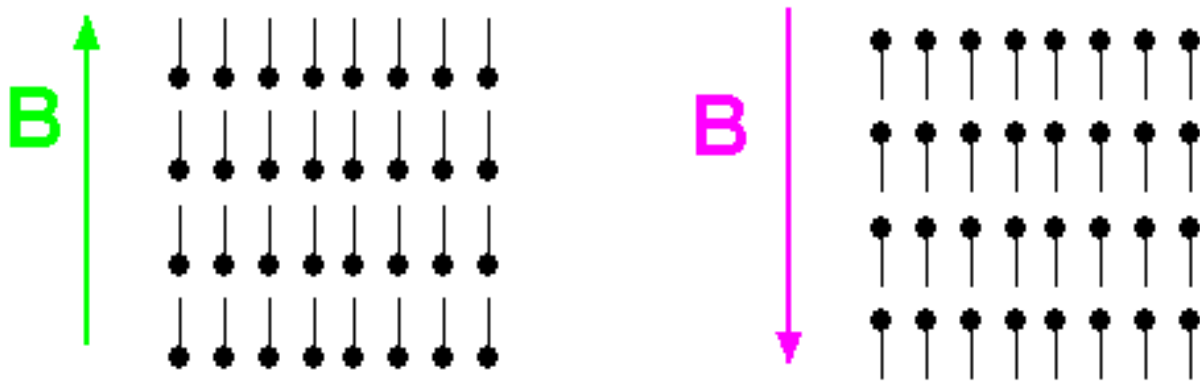


Рис.3. При наложении постоянного магнитного поля среднее значение магнитного момента каждой частицы будет направлено параллельно магнитному полю, что позволяет производить «переключение» между состояниями системы простой сменой знака направления магнитного поля.

Может возникнуть вопрос о том, почему распределение спинов полезно изображать не в реальном координатном, а в импульсном пространстве? Ответ заключается в том, что физические свойства носителей заряда определяются прежде всего классифицирующими состояниями электронов квантовыми числами, которые для свободного двумерного газа представляют собой компоненты импульса, или волнового вектора электрона. Если известна зависимость интересующих нас свойств системы от квантовых чисел, то мы можем с лёгкостью рассчитать все требуемые распределения в координатном пространстве, используя обычные правила квантовой механики. Поэтому нахождение зависимостей энергии, волновых функций, спиновой поляризации и т.д. от квантовых чисел является первым шагом при исследовании любой задачи в квантовой физике.

Почему в предлагаемом пособии основной акцент сделан на исследовании свойств спиновой плотности? Что собой представляет эта физическая величина и в чём её отличие от спиновой поляризации?

Предварительно нам потребуется вспомнить некоторые сведения из курса квантовой механики [6]. Спиновая поляризация  $\sigma_i(\mathbf{k})$  ( $i = x, y, z$ ) для квантового состояния  $\psi_{\mathbf{k}}$ , которое классифицируется квантовым числом  $\mathbf{k}$ , представляет собой среднее значение  $i$ -й проекции спина и определяется через интегрирование по всему пространству, обозначаемому угловыми скобками (для краткости мы опускаем перед формулой модуль спина электрона  $\hbar/2$ ):

$$\sigma_i(\mathbf{k}) = \langle \psi_{\mathbf{k}} | \sigma_i | \psi_{\mathbf{k}} \rangle$$

Интегральный характер этой величины означает, что мы можем получить для неё нулевой результат даже при ненулевом подынтегральном выражении.

Это подинтегральное выражение и представляет собой спиновую плотность – зависящую от координат пространства величину

$$S_{ik}(x, y) = \psi_k^+ \sigma_i \psi_k.$$

Локальная спиновая плотность  $S_{ik}(x, y)$  может быть ненулевой в данной области пространства  $(x, y)$  как для данного состояния  $\psi_k$ , так и с учётом вклада от разных состояний. Её можно измерить локально даже при нулевой суммарной поляризации в образце, что схематически показано на рис. 4.

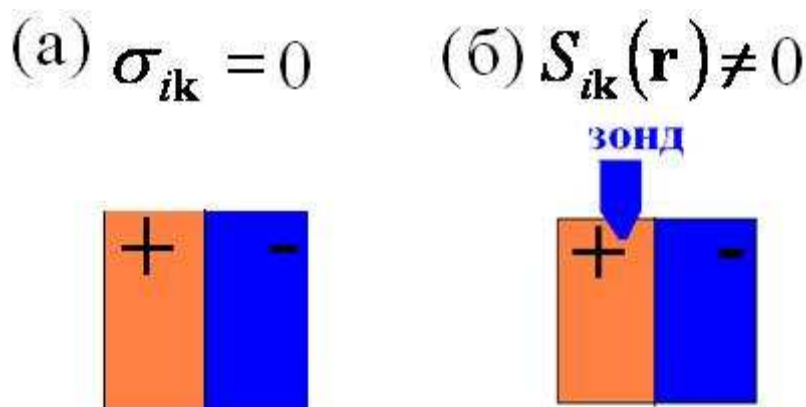


Рис.4. Схема возможного эксперимента, показывающего различие между (а) спиновой поляризацией и (б) спиновой плотностью. В то время как спиновая поляризация имеет интегральный характер и может быть равна нулю, спиновая плотность, будучи локальной величиной, может быть отлична от нуля в интересующей области наноструктуры, где её можно детектировать чувствительным к намагниченности зондом.

Выше мы уже упоминали о том, что для управления магнитным моментом, т.е. спиновой поляризацией носителей заряда, а вместе с ней и спиновой плотностью, может использоваться внешнее магнитное поле, переменное по направлению или величине. Техника управления магнитными моментами в настоящее время достигла очень высокого уровня физического и технологического совершенства. Более того, в фундаментальной науке, как мы уже писали выше, возникла новая область физики конденсированного состояния, получившая название «спинтроника». Большинство её задач и результатов относятся к структурам и системам, в которых есть либо внешнее магнитное поле, либо внутреннее магнитное поле ферромагнетиков. Несмотря на несомненные успехи спинтроники магнитных структур, необходимо заметить, что на современном уровне миниатюризации электронной техники все компоненты в схемах расположены очень близко друг к другу, и влияние одних (магнитных) на другие (немагнитные) компоненты иногда не лучшим образом сказывается на работе всего



устройства. В связи с этим возникает необходимость разработать принципы управления спинами в твердотельной структуре без использования внешнего магнитного поля. Возможно ли это сделать в принципе с точки зрения физики?

На поставленный вопрос имеется положительный ответ. Фундаментальной физической закономерностью, позволяющей добиться здесь результата, является так называемое спин-орбитальное взаимодействие (СОВ), историю открытия которого связывают с именем великого английского физика П.А.М. Дирака [7]. Это взаимодействие происходит между спином электрона с его перемещением в пространстве даже в отсутствие внешнего магнитного поля. В полупроводниках начало исследования этого взаимодействия связывают с именами отечественного исследователя Э.И. Рашба [8] и американского физика Г. Дрессельхауза [9]. Несколько десятилетий работы в этой области носили преимущественно теоретический характер, пока на рубеже 80-90 гг. прошлого века не наступил этап, когда стали массово выпускать и использовать низкоразмерные твердотельные структуры для нужд микроэлектроники – плоские слои из различных полупроводников, тонкие нити и островки (квантовые точки). Обнаружилось, что в таких структурах СОВ играет весьма значительную роль. Уже в 1990 году С. Датта и Б. Дас предложили использовать СОВ для создания нового типа транзисторов, так называемых спиновых полевых транзисторов [10]. Высказанная ими идея нашла отражение в новом разделе физики наноструктур, который иногда называют спиновой оптикой [11]. Наконец, недавно группой исследователей из американских и японских университетов, было предсказано существование в структурах с сильным СОВм нового фундаментального эффекта, носящего название спинового эффекта Холла, который состоит в аккумуляции на противоположных границах образца с двумерным электронным газом носителей заряда с проекцией спина «вверх» и «вниз» соответственно при наложении на систему постоянного электрического поля в плоскости электронного газа [12]. Стоит заметить, что открытие связанного с электрическим зарядом целочисленного и дробного квантовых эффектов Холла, было удостоено двух Нобелевских премий, что говорит о большом фундаментальном значении эффектов типа эффекта Холла, причём как для зарядовых, так и для спиновых степеней свободы .

Современная наука об управлении спинами (спинтроника) находится все ещё в начале пути, несмотря на значительный объём полученных результатов. Одной из главных её задач при исследовании как магнитных структур, так и немагнитных систем с СОВ является создание и управление спиновой плотностью, т.е. локальными магнитными моментами носителей заряда в нужных точках наноструктур и с требуемыми проекциями спина. Ниже будет показано, что для выполнения этой задачи использования одних лишь однородных структур даже с очень сильным СОВ оказывается недостаточным, поскольку законы симметрии запрещают появление

спиновой плотности в состоянии равновесия. Поэтому требуется создание неравновесных условий с помощью, например, внешнего электрического или электромагнитного поля, или с помощью пространственных неоднородностей в наноструктуре. Одним из наиболее популярных способов образования таких неоднородностей является конструирование периодических структур, или сверхрешёток.

Известно, что большинство окружающих нас твёрдых тел построено из упорядоченных в пространстве атомов и молекул, которые создают периодические в пространстве поля. Однако их атомарный масштаб, измеряемый долями нанометра, слишком мал (подвержен квантовым флуктуациям) и плохо управляем. Если же сделать периодическое поле искусственно, построив, например, решётку из чередующихся слоёв разных материалов или сформировав плоскую периодическую последовательность металлических электродов [13], то масштаб неоднородности в таком устройстве будет уже лежать в диапазоне от нескольких единиц до нескольких десятков нанометров, т.е., будет достаточно крупным (квазиклассически стабильным), а параметрами устройства можно будет управлять. Такие искусственные, сверхбольшие по атомным масштабам решётки, иногда называют “Man made crystals”.

В подобных сверхрешётках по-новому протекают многие процессы, в том числе и в системах со спин-орбитальным взаимодействием. Как будет обсуждаться ниже, если электроны в системах с СОВ попадают под влияние искусственной сверхрешётки, то направление спинов становится вполне упорядоченным для данного волнового вектора, причём картина распределения спинов меняется в зависимости от области энергий (энергетической зоны) квазичастицы. Более того, внесение в систему новых неоднородностей, таких как границы с однородным полупространством, также расширяет возможности создания неоднородной спиновой плотности.

Ещё одним способом создания в системе неравновесного состояния служит, например, воздействие на неё внешним электрическим полем или электромагнитным излучением. Этот метод представляет особый интерес, поскольку наноструктуры обычно используются в условиях протекания через них электрического тока или при участии поглощения либо излучения света.

Дальнейшее развитие задач спинтроники систем с сильным СОВ неизбежно требует исследования вопросов поведения и управления конфигурациями электронной и спиновой плотности во времени, т.е. решения большого числа динамических задач, или задач эволюции. К настоящему времени в этом направлении экспериментальная наука делает только первые шаги, но перспективы приложения обнаруженных эффектов в новых поколениях линий передачи данных и обработки информации уже видны. Приведённые выше задачи и примеры говорят о важности и возможности управления (без внешнего магнитного поля) спином носителя заряда в твердотельных структурах, что составляет основное содержание излагаемого материала.

Структура данного пособия выглядит следующим образом. В главе 1 приводятся основные сведения о спин-орбитальном взаимодействии, его влиянии на энергетический спектр и спиновую поляризацию в двумерных наноструктурах, оставаясь в рамках базовых представлений квантовой механики. В главе 2 обсуждается модель для расчёта квантовых состояний и спиновой поляризации двумерного электронного газа со спин-орбитальным взаимодействием, помещённого в периодическое электрическое поле одномерной сверхрешётки. В главе 3 рассматривается ряд задач об основах спиновой оптики, в том числе формирование спиновой плотности при рассеянии состояний двумерного электронного газа на подобной сверхрешётке. Глава 4 посвящена обсуждению вопросов протекания постоянного электрического тока через сверхрешётку с сильным спин-орбитальным взаимодействием, в частности, исследуются свойства формирующихся при этом распределений спиновой плотности (спиновых текстур). В главе 5 приводятся некоторые результаты исследований оптических свойств таких сверхрешёток, в частности, образование неравновесной спиновой плотности при воздействии на сверхрешётку с СОВ электромагнитного излучения различной поляризации, а также магнитооптические свойства двумерных сверхрешёток в сильном магнитном поле, в частности, углы вращения Керра и Фарадея, а также индуцированная спиновая плотность. Глава 6 посвящена обсуждению некоторых динамических задач в наноструктурах с сильным спин-орбитальным взаимодействием на примере динамики электрона в двойных квантовых ямах различной конфигурации. Выводы из представленных задач и новые заслуживающие внимания вопросы обсуждаются в заключении к пособию.

# Глава 1. Квантовые состояния в двумерном электронном газе со спин-орбитальным взаимодействием

## 1.1. Различные вклады в спин-орбитальное взаимодействие

Спин-орбитальное (СО) взаимодействие, возникающее при наличии пространственной неоднородности потенциальной энергии  $V(\mathbf{r})$ , описывается вкладом  $H_{SO}$  в гамильтониан частицы вида [3,7]

$$H_{SO} = \frac{1}{4m_0^2 c^2} [\nabla V \times \mathbf{p}] \vec{\sigma}, \quad (1.1)$$

где  $m_0$  - масса одиночной частицы (электрона),  $\mathbf{p}$  - это вектор-оператор импульса, а оператор  $\vec{\sigma}$  понимается как вектор  $\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$  с компонентами, являющимися матрицами Паули [6]. При написании выражения (1.1) и далее по тексту мы, для простоты, принимаем значение постоянной Планка  $\hbar = 1$  (реально, эта постоянная определяет величину коммутатора между квантовым импульсом и координатой, а также входит дополнительным множителем в выражение (1.1)).

Если неоднородность потенциальной энергии обусловлена резкими изменениями параметров образца вблизи его границ, такими, как гетеропереход в полупроводниковой структуре [13], то такая асимметрия называется структурной и обозначается SIA (Structure Inversion Asymmetry). При этом в СОВ доминирует вклад, называемый гамильтонианом Рашба (Э.И. Рашба, 1960) [8], который при выборе оси  $Oz$  вдоль направлении градиента  $\nabla V(\mathbf{r})$  имеет следующий вид [3]:

$$H_R = \alpha (\sigma_x p_y - \sigma_y p_x). \quad (1.2)$$

Константа  $\alpha$  в формуле (1.2), называемая параметром Рашба, определяет величину вклада данного типа СО взаимодействия и в типичных полупроводниковых структурах имеет значение в пределах  $(0.5 \dots 2) \cdot 10^{-2}$  эВ·нм. Поскольку своим происхождением вклад Рашба в СОВ обязан внешней асимметрии структуры, величина параметра  $\alpha$  может меняться при изменении внешнего электрического поля, причём результаты экспериментов [14] говорят о возможном управляемом изменении параметра Рашба в пределах 50% от первоначального значения, что очень важно для практических приложений.

Другой вклад в гамильтониан СО взаимодействия может дать внутренняя асимметрия расположения атомов в полупроводниковой

структуре, когда кристалл не имеет центра инверсии. Наличие такой асимметрии, обозначаемой как BIA (Bulk Inversion Asymmetry), соответствует слагаемому Дрессельхауза (G. Dresselhaus, 1955) в гамильтониане, линейная часть которого для двумерного электронного газа имеет следующий вид [3,8]:

$$H_D = \beta(\sigma_x p_x - \sigma_y p_y). \quad (1.3)$$

Параметр  $\beta$  называют параметром Дрессельхауза. В большинстве исследуемых полупроводниковых наноструктур относительная величина отношения  $\alpha/\beta \sim 1.5 \dots 2.2$ . Подобный интервал параметров СО взаимодействия был, в частности, получен в недавних экспериментах по измерению фототока в квантовых ямах на основе GaAs и InAs [15].

## 1.2. Нахождение энергии и собственных функций

В общем случае вклады Рашба (1.2) и Дрессельхауза (1.3) в СОВ одновременно присутствуют в гамильтониане для частицы в данной полупроводниковой структуре. Если кинетическая энергия определяется параболическим законом дисперсии с эффективной массой  $m$ , а потенциальная энергия постоянна, то квантовые состояния частицы со спин-орбитальным взаимодействием описываются гамильтонианом

$$H = \frac{k^2}{2m} + \alpha(\sigma_x k_y - \sigma_y k_x) + \beta(\sigma_x k_x - \sigma_y k_y). \quad (1.4)$$

Оператор квазиимпульса для гамильтониана (1.4), записанного в приближении эффективной массы, выглядит так же, как оператор импульса для свободной частицы, т.е.  $k_j = -i \partial / \partial x_j$ . Будем решать стационарное уравнение Шрёдингера  $H\Psi = E\Psi$  с гамильтонианом (1.4). Поскольку в гамильтониан входят матрицы Паули, являющиеся матрицами второго порядка, волновая функция должна быть двухкомпонентным спинором, описывающим частицу со спином 1/2 [6, 7]. Можно видеть, что гамильтониан (1.4) содержит линейные и квадратичные по импульсу слагаемые. Собственными функциями таких операторов, как известно, являются плоские волны. Мы будем поэтому искать решение стационарного уравнения Шрёдингера в виде произведения плоской волны на неизвестный двухкомпонентный спинор:

$$\Psi = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

Подставляя вектор-столбец (1.5) в стационарное уравнение Шрёдингера с гамильтонианом (1.4), получаем систему двух линейных однородных уравнений на компоненты спинора  $c_{1,2}$ :

$$\begin{cases} \left( \frac{k^2}{2m} - E \right) c_1 + z c_2 = 0 \\ z^* c_1 + \left( \frac{k^2}{2m} - E \right) c_2 = 0, \end{cases} \quad (1.6)$$

где  $z = \alpha(k_y + ik_x) + \beta(k_x + ik_y)$ , а  $z^*$  означает комплексное сопряжение. Для существования нетривиальных решений у однородной системы алгебраических уравнений с квадратной матрицей из коэффициентов должен быть равен нулю определитель этой матрицы. Условие равенства нулю этого определителя для системы (1.6) позволяет найти энергетический спектр:

$$E_\lambda(\mathbf{k}) = \frac{k^2}{2m} + \lambda \sqrt{(\alpha k_y + \beta k_x)^2 + (\alpha k_x + \beta k_y)^2}, \quad \lambda = \pm 1. \quad (1.7)$$

После этого можно найти компоненты спинора  $c_{1,2}$ , т.е. волновую функцию, которая имеет вид:

$$\Psi_{\lambda\mathbf{k}} = \frac{e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda e^{i\theta(\mathbf{k})} \end{pmatrix}, \quad \theta(\mathbf{k}) = \text{Arg}[\alpha k_y + \beta k_x - i(\alpha k_x + \beta k_y)], \quad \text{где } \lambda = \pm 1. \quad (1.8)$$

Таким образом, энергетический спектр (1.7) и волновые функции (1.8), представляющие собой двухкомпонентные спиноры, являющиеся собственными функциями гамильтониана (1.4), характеризуются набором квантовых чисел  $(\lambda, \mathbf{k})$ . Волновой вектор, или импульс, здесь описывает плоскую волну таким же образом, как и в отсутствие спин-орбитального взаимодействия. Новым является наличие дискретного квантового числа  $\lambda = \pm 1$ , отвечающего двум ветвям исходного параболического спектра, расщеплённых СОВ. Из (1.7) легко видеть, что в отсутствие СОВ взаимодействия, т.е. при  $\alpha = \beta = 0$ , мы получим простой параболический закон дисперсии частицы с эффективной массой  $m$ .

Одним из наиболее важных вопросов, возникающих при рассмотрении систем с учётом спина, является задача о распределении спинов в пространстве квантовых чисел. Таким пространством в нашем случае является плоскость  $(k_x, k_y)$  квазиимпульсов двумерного электронного газа, на которой можно построить распределения спинов для каждой ветви спектра (1.7) с  $\lambda = \pm 1$ . Каждой точке  $(k_x, k_y)$  отвечает набор средних значений проекций спина на  $i$ -ю ось ( $i = x, y, z$ ) в данном квантовом состоянии:

$$\sigma_i(\lambda, \mathbf{k}) = \langle \Psi_{\lambda \mathbf{k}} | \sigma_i | \Psi_{\lambda \mathbf{k}} \rangle. \quad (1.9)$$

С выражением (1.9) мы уже встречались во введении, и знаем, что оно описывает спиновую поляризацию в данном квантовом состоянии  $\Psi_{\lambda \mathbf{k}}$ . Подставляя в выражение (1.9) волновую функцию (1.8), мы получаем, что проекция  $\sigma_z = 0$  тождественно для любых значений  $(\lambda, \mathbf{k})$ , т.е. спины электронов в системе с гамильтонианом (1.4) поляризованы строго в плоскости двумерного электронного газа, и в однородной структуре даже со сколь угодно сильным СОВ невозможно получить выходящую из плоскости газа спиновую поляризацию. Компоненты же проекций спинов в плоскости  $(k_x, k_y)$  образуют векторное поле в пространстве компонент квазиимпульса  $(k_x, k_y)$  со следующей структурой:

$$\vec{\sigma}_{\lambda \mathbf{k}} = (\sigma_x, \sigma_y) = \lambda(\cos \theta, \sin \theta), \quad (1.10)$$

где фаза  $\theta(\mathbf{k})$  есть фаза для двухкомпонентного спинора (1.8).

### 1.3. Структура энергетического спектра и спиновой поляризации

Рассмотрим вначале случай, когда СОВ определяется только слагаемым Рашба, т.е.  $\beta = 0$ . Для остальных числовых параметров в иллюстративных целях сейчас можно взять любые значения, для которых на рисунках хорошо видны эффекты от СО-взаимодействия. Из общего выражения (1.7) для энергии мы получаем, что энергетический спектр имеет вид

$$E_R(\lambda, \mathbf{k}) = \frac{k^2}{2m} + \lambda \alpha \cdot k, \quad \lambda = \pm 1. \quad (1.11)$$

Структура закона дисперсии (1.11) в зависимости от модуля волнового вектора  $|\mathbf{k}| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} > 0$  приведена на рис.5 для обеих ветвей спектра  $\lambda = \pm 1$ . Половина спектра при этом удалена для наглядности восприятия строения дисперсионных кривых. Внешняя (нижняя) ветвь спектра на рис.5 соответствует  $\lambda = -1$ , а внутренняя (верхняя) ветвь описывается выражением (1.11) с  $\lambda = 1$ .

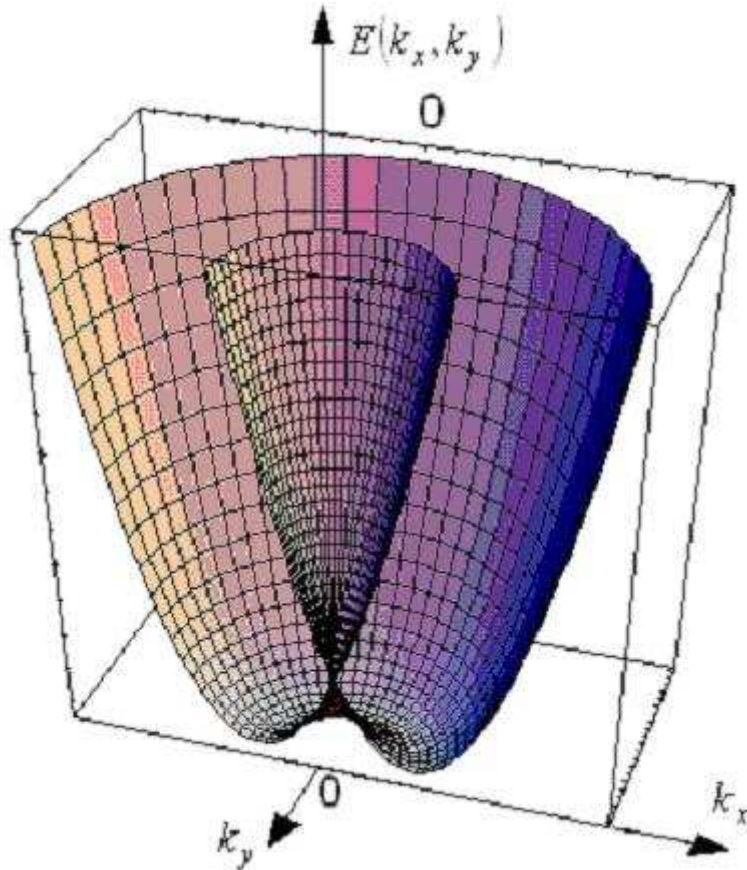


Рис.5. Структура закона дисперсии (1.11) для СО взаимодействия Рашба в зависимости от модуля волнового вектора  $|\mathbf{k}| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} > 0$  для обеих ветвей спектра  $\lambda = \pm 1$ . Половина спектра при этом удалена для наглядности восприятия строения дисперсионных кривых..

Значения спиновых проекций для гамильтониана Рашба определяются выражением (1.10) с фазой  $\theta(\mathbf{k})$  из (1.8). Полученная схематическая картина векторного поля  $\vec{\sigma}_{\lambda\mathbf{k}} = (\sigma_x, \sigma_y)$  приведена на рис.6. Видно, что для обеих ветвей спектра с  $\lambda = \pm 1$  распределения спинов имеют вид однородных вихрей с противоположным направлением вращения. Обращает на себя внимание упорядоченность распределения спинов в импульсном пространстве даже в отсутствие внешнего магнитного поля. Подобной упорядоченности было невозможно добиться в двумерном электронном газе без СО-взаимодействия, где имеет место хаотическое распределение спинов (см. рис.1).



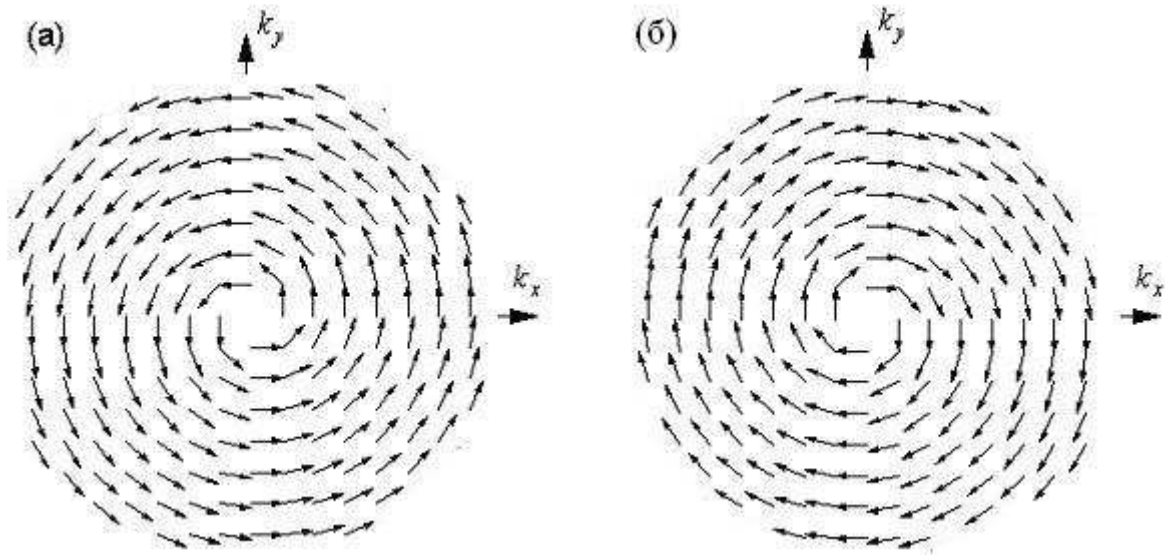


Рис.6. Распределения спиновых проекций  $\vec{\sigma}_{\lambda\mathbf{k}} = (\sigma_x, \sigma_y)$  для гамильтониана Рашба со спектром на рис.5 показаны (а) в нижней зоне с  $\lambda = -1$  и (б) в верхней зоне с  $\lambda = 1$ . Для обеих ветвей спектра с  $\lambda = \pm 1$  распределения спинов имеют вид однородных вихрей с противоположным направлением вращения.

Перейдём к более общему случаю, когда одновременно присутствуют вклады в СОВ как Рашба, так и Дрессельхауза. Будем рассматривать ситуацию, когда отношение параметров Рашба и Дрессельхауза  $\alpha/\beta = 3/2$ , что отвечает многим реальным полупроводниковым структурам. Энергетический спектр (1.7) в этом случае для обеих ветвей  $\lambda = \pm 1$  показан на рис.7. Можно видеть, что в общей ситуации  $\alpha\beta \neq 0$ , в соответствии с теоремой Крамерса [6], сохраняется центр инверсии закона дисперсии. Распределения спинов для данной задачи вместе с одним из контуров постоянной энергии  $E(\lambda, \mathbf{k}) = \text{const}$  показаны на рис.8, при этом рис.8(а) отвечает нижней ветви спектра с  $\lambda = -1$ , а рис.8(б) описывает распределение для верхней ветви спектра с  $\lambda = 1$ . Обращает на себя внимание различие в форме и площади контура постоянной энергии на рис.8(а) и рис.8(б). Различие в площади сечений  $E = \text{const}$  для  $\lambda = -1$  и  $\lambda = 1$  имеет место и для рассмотренной ранее задачи с  $\beta = 0$ , как это можно видеть на рис.7, проводя сечения  $E = \text{const}$ . Из сопоставления формы изоэнергетического контура и направления спинов можно сделать вывод, что симметрия распределения спинов отражает и симметрию закона дисперсии в  $\mathbf{k}$ -пространстве, что важно для определения свойств энергетического спектра по известной спиновой поляризации, и наоборот.

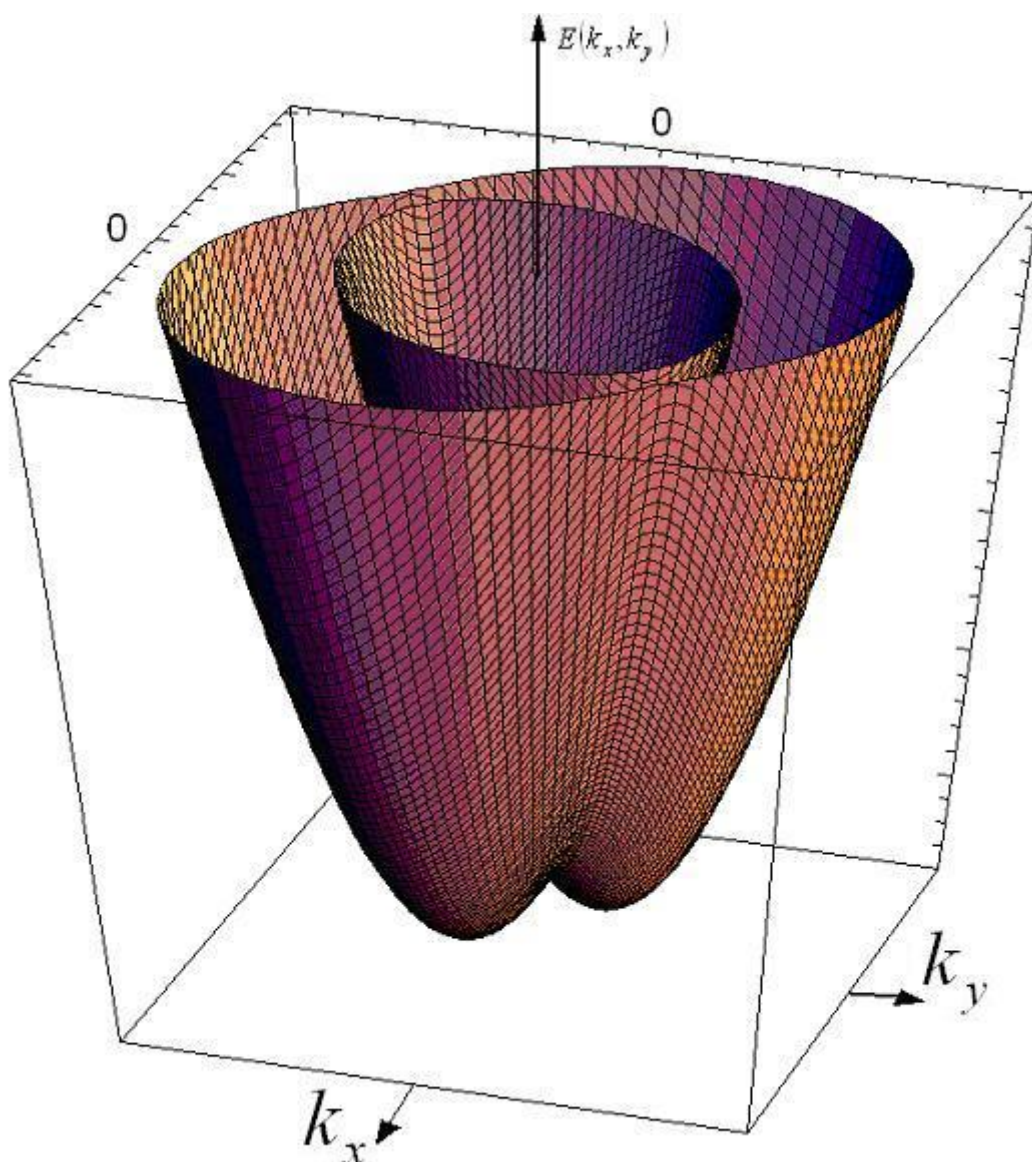


Рис.7. Энергетический спектр (1.7) для обеих ветвей  $\lambda = \pm 1$  спектра с одновременным присутствием вкладов Рашба и Дрессельхауза в СОВ. Видно, что у спектра отсутствует симметрия  $k_x \rightarrow -k_x, k_y \rightarrow -k_y$ , но в силу теоремы Крамерса сохраняется центр инверсии для закона дисперсии, т.е. выполняется соотношение  $E(\mathbf{k}) = E(-\mathbf{k})$ . Отношение параметров Рашба и Дрессельхауза для спектра на рисунке  $\alpha/\beta = 3/2$ .

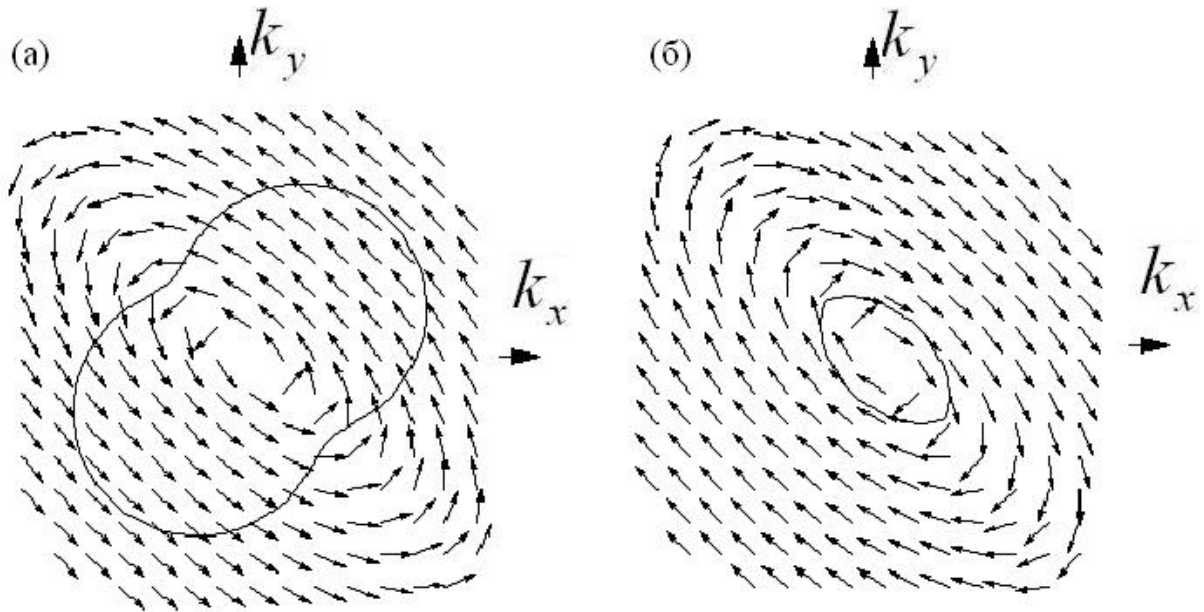


Рис.8. Распределения спинов для одновременным присутствием вкладов Рашба и Дрессельхауза в СОВ для спектра на рис.7 с соотношением параметров Рашба и Дрессельхауза  $\alpha/\beta = 3/2$ . Спиновая поляризация показана вместе с одним из контуров постоянной энергии  $E(\lambda, \mathbf{k}) = \text{const}$  (а) для нижней ветви спектра с  $\lambda = -1$  и (б) для верхней ветви спектра с  $\lambda = 1$ . Симметрия распределения спинов отражает и симметрию закона дисперсии в  $\mathbf{k}$ -пространстве.

Несмотря на многообещающий характер упорядоченного распределения спинов в двумерном электронном газе с СОВ Рашба или Дрессельхауза, продемонстрированный на рис.6 и рис.8, практические приложения такого распределения встречают существенные трудности. Дело в том, что создать в реально используемых в электронике структурах распределения носителей заряда с выделенными направлениями в импульсном пространстве, которым отвечают требуемые проекции спина на рис.6,8, очень непросто. Как известно, в состоянии термодинамического равновесия по мере роста концентрации носители заряда заполняют все состояния до уровня Ферми в соответствии с законом дисперсии  $E(\mathbf{k})$ , обладающим симметрией  $E(\mathbf{k}) = E(-\mathbf{k})$ , причём  $\mathbf{S}(\mathbf{k}) = -\mathbf{S}(-\mathbf{k})$ , как это видно на рис.6 и рис.8. Таким образом, в равновесии каждому заполненному состоянию  $(k_x, k_y)$  со спином  $\mathbf{S}(\mathbf{k})$  отвечает заполненное же состояние с противоположным спином  $-\mathbf{S}(-\mathbf{k})$ , и в результате мы не обнаруживаем какой-либо спиновой плотности в любой точке пространства.

Следовательно, нам необходимо создавать условия, при которых, во-первых, состояния двумерного электронного газа будут иметь проекцию спина, выходящую из плоскости компонент импульса, отвечающих плоскости самого газа, и, во-вторых, при заполнении состояний вплоть до

уровня Ферми будет образовываться локально ненулевая спиновая плотность, которую можно использовать в практических целях спинтроники, информатики и квантовых вычислений. В следующих главах будет показано, что оба этих требования можно выполнить, например, при помещении двумерного электронного газа со спин-орбитальным взаимодействием в периодическое поле искусственной сверхрешётки, либо во внешнее переменное во времени электрическое поле.

### Вопросы и задачи к главе 1

- 1.1. Аналитически решить задачу о нахождении квантовых состояний гамильтониана (1.4) частицы со спин-орбитальным взаимодействием. Получить выражения (1.7) и (1.8) для собственных значений энергии и собственных функций, а также формулу (1.10) для средних значений проекций спина.
- 1.2. Используя полученные в п.1.1. результаты, построить энергетический спектр частицы со спин-орбитальным взаимодействием Рашба (пример показан на рис.5), а также Рашба и Дрессельхауза (пример показан на рис.7.). В последнем случае исследовать структуру спектра при различных соотношениях параметров Рашба и Дрессельхауза. Для всех значений параметров построить также кривые постоянной энергии.
- 1.3. С помощью выражения (1.10) построить распределения средних значений проекций спина в импульсном пространстве. Отдельно рассмотреть случаи нулевого значения параметра Дрессельхауза (пример на рис.6) и нулевого значения параметра Рашба, а также общего случая с их ненулевыми значениями (пример показан на рис.8).
- 1.4. Возможно ли в однородном электронном газе со спин-орбитальным взаимодействием создать неоднородное распределение спиновой плотности в пространстве? Рассмотреть отдельно равновесную и неравновесную электронную системы, в частности, электронный газ во внешнем электрическом поле.

## Глава 2

### Квантовые состояния и спиновая поляризация в сверхрешётке со спин-орбитальным взаимодействием

Квантовые состояния электронов и дырок в полупроводниковых структурах, где спин-орбитальное взаимодействие связано с отсутствием центра симметрии ограничивающего потенциала структуры, изучались в ряде исследовательских работ, и в настоящем пособии мы упомянем лишь некоторые из них. В частности, изучались квантовые состояния в квазиодномерных структурах – квантовых проволоках, квантовых точках [16,17], а также в структурах со спин-орбитальным взаимодействием, находящихся в постоянном магнитном поле различной ориентации [18]. Одномерные периодические структуры со спин-орбитальным взаимодействием изучались в работах [19-21]. В работе [19] исследовался баллистический транспорт в двумерном волноводе, с периодически изменяющейся шириной. В рамках теории возмущений была рассчитана спиновая поляризация электронов, прошедших через такой волновод конечной длины. В работе [20] были рассчитаны коэффициенты прохождения для квазиодномерной системы, состоящей из участков с различной величиной СО взаимодействия. Авторы статьи [21] в однозонном приближении сильной связи получили выражение для спектра периодической одномерной структуры и рассчитали намагниченность, возникающую в постоянном электрическом поле.

В этой главе мы обсудим влияние спин-орбитального взаимодействия на зонную структуру, волновые функции и распределение спиновой плотности в латеральной сверхрешетке [22,23], т.е. структуре на поверхности материала с двумерным электронным газом, в которой периодичность создана в поперечном к ориентации квантовой ямы направлении и в плоскости самого электронного газа. Как уже упоминалось выше, подобные латеральные СО сверхрешетки могут быть созданы с помощью металлических затворов, расположенных над двумерным электронным газом [13] и модулирующих как электростатический потенциал, так и параметр Рашба, а также путем периодической модуляции химического состава структуры.

#### 2.1. Энергетический спектр и блоховские спиноры

Будем для простоты вначале рассматривать лишь вклад (1.2) в СОВ, который даёт гамильтониан Рашба. Такое приближение представляется оправданным для большинства типов используемых гетероструктур, поскольку эксперименты по исследованию фототока свидетельствуют о

доминирующем характере этого вклада [15]. Учёт вклада от гамильтониана Дрессельхауза будет произведён ниже в параграфе 2.4.

Гамильтониан рассматриваемой системы можно записать в виде суммы двух слагаемых:

$$H = H_0 + V(x), \quad (2.1)$$

где в слагаемом  $H_0 = \frac{\mathbf{k}^2}{2m} + \alpha (\sigma_x k_y - \sigma_y k_x)$  учтено спин-орбитальное

взаимодействие Рашба, а функция  $V(x) = V(x+a)$  описывает периодический потенциал одномерной искусственной сверхрешетки. Для моделирования периодического (электростатического) потенциала одномерной сверхрешетки можно выбрать простейшую периодическую функцию вида

$$V(x) = V_0 \cos \frac{2\pi x}{a}, \quad (2.2)$$

где  $a$  есть период сверхрешётки, а  $V_0$  представляет собой регулируемую амплитуду потенциала.

Вообще говоря, в операторе Гамильтона (2.1) должны быть учтены периодические слагаемые, связанные с модуляцией параметра спин-орбитального взаимодействия электрическим полем решетки. Такая переменная часть СО взаимодействия с параметром  $\alpha_1(x)$ , описывается

слагаемым  $\frac{1}{2} [\vec{z} \times \vec{\sigma}] (\alpha_1(x) \mathbf{k} + \mathbf{k} \alpha_1(x))$  [11]. Однако оценка величины

напряженности электрического поля, которое можно создать в гетеропереходе с помощью металлических затворов, показывает, что основной добавочный вклад в (12), все-таки, вносит электростатический потенциал (см., например, [21]). Наши расчёты показали, что учёт модуляции параметра Рашба приводит к качественно схожим результатам для энергетического спектра и спиновой поляризации [23]. Сверхрешётку, в которой гамильтониан носителей заряда содержит спин-орбитальное взаимодействие, мы будем ниже для краткости называть СО - сверхрешёткой.

Слагаемое, определяющее спин-орбитальное взаимодействие в гамильтониане  $H_0$ , линейно зависит от импульса. При этом вырождение по спину снимается и собственные значения, а также собственные функции – спиноры первого ранга – определяются выражениями (1.7), (1.8), в которых в отсутствие вклада от гамильтониана Дрессельхауза следует положить  $\beta = 0$ .

При наличии дополнительного периодического потенциала  $V(x)$  мы будем искать решение в форме блоховской волновой функции, известной

из физики твёрдого тела [1,13], которую мы представим в виде ряда по собственным функциям гамильтониана  $H_0$ :

$$\Psi_{\mathbf{k}}^s(x, y) = \sum_{n\lambda} a_{n\lambda}^s(\mathbf{k}_n) \psi_{\mathbf{k}_n}(x, y). \quad (2.3)$$

Здесь состояния задаются квазиимпульсом  $\mathbf{k}$ , определенным в одномерной зоне Бриллюэна  $-\pi/a \leq k_x \leq \pi/a$ , а также номером зоны  $S$ . Согласно общим методам зонной теории твёрдых тел, разложение ведётся по волновым функциям  $\psi_{\mathbf{k}_n}$  гамильтониана  $H_0$  с импульсом  $\mathbf{k}_n(k_x + b_n, k_y)$ , сдвинутым на вектор, кратный вектору обратной решётки  $(b_n, 0)$ , где  $b_n = \frac{2\pi}{a}n$ .

Отметим, что волновые функции  $\psi_{\mathbf{k}_n}(x, y)$  есть двухкомпонентные спиноры вида (1.8). Однако при трансляции на период решетки по направлению  $x$  обе компоненты итогового спинора (2.3) должны преобразовываться как функции Блоха и в этом смысле являются обычными блоховскими функциями из классической теории твёрдого тела. Таким образом, при исследовании сверхрешёток со спин-орбитальным взаимодействием необходимо ввести в рассмотрение блоховские спиноры.

Подставляя спинор  $\Psi_{\mathbf{k}}^s(x, y)$  в уравнение Шрёдингера, сделаем обычную проекцию на базис: умножим уравнение слева на функцию  $\psi_{n'\lambda'}^*$  и выполним интегрирование по координатам. В результате приходим к следующему матричному уравнению для коэффициентов разложения  $a_{n\lambda}(\mathbf{k}_n)$ :

$$\sum_{n',\lambda'} \left[ (E_{n',\lambda'}^R(\mathbf{k}_{n'}) - E) \delta_{nn'} \delta_{\lambda\lambda'} + V_{nn'}^{\lambda\lambda'} \right] a_{n',\lambda'}(\mathbf{k}_{n'}) = 0, \quad (2.4)$$

где  $E_{n',\lambda}^R(\mathbf{k}_{n'})$  - это собственные значения (1.11) диагонального в этом базисе гамильтониана  $H_0$ , а индексы принимают значения  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , и  $\lambda = \pm 1$ .

Отметим, что в рассматриваемой модели периодического потенциала отличны от нуля только матричные элементы  $V_{nn'}^{\lambda\lambda'}$  с индексами  $n$  и  $n'$ , отличающимися на  $\pm 1$ . Анализ системы уравнений (2.4) позволяет объяснить структуру разрешенных и запрещенных энергетических зон в СО сверхрешетке. Так матричные элементы  $V_{n,n\pm 1}^{+-}$  и  $V_{n,n\pm 1}^{-+}$ ,

расположенные на первой и третьей побочных диагоналях, описывают взаимодействие между состояниями, характеризуемыми различными индексами  $\lambda$  и  $\lambda'$  и волновыми векторами, отличающимися на вектор обратной решетки  $b_1$ . Матричные элементы  $V_{n,n\pm 1}^{++}$  и  $V_{n,n\pm 1}^{--}$ , расположенные на вторых побочных диагоналях, лежащих по обе стороны от главной диагонали, описывают взаимодействие между состояниями, принадлежащими одной из ветвей спектра (1.11) (с индексом  $\lambda = 1$  или  $\lambda = -1$ ). Диагональные по  $n$  матричные элементы оператора возмущения, т.е.,  $V_{nn}^{\lambda\lambda'}$ , в нашей модели периодического потенциала равны нулю. Зависимость модулей матричных элементов от компонент  $k_x$  и  $k_y$  говорит о том, что при  $k_y = 0$  матричные элементы  $V_{n,n+1}^{\lambda\lambda}$  на границах и в центре одномерной зоны Бриллюэна, т.е. при  $k_x = \pm \frac{\pi}{a}, 0$  обращаются в нуль, а матричные элементы  $V_{n,n+1}^{\lambda\lambda'}$  достигают максимального значения. Отметим также, что при  $k_y \gg \frac{\pi}{a}$  модули матричных элементов с разными индексами  $\lambda$  и  $\lambda'$ , т.е.,  $V_{n,n+1}^{\lambda\lambda'}$  стремятся к нулю, а  $V_{n,n+1}^{\lambda\lambda}$  максимальны.

Типичный энергетический спектр в сверхрешетке, рассчитанный с помощью системы (2.4), представлен на рис.9. В расчетах использовались следующие значения параметров:  $V_0 = 1.7$  мэВ,  $\alpha = 5 \cdot 10^{-2}$  эВ·см, эффективная масса  $m = 0.067 m_0$ ,  $a = 60$  нм. Большая величина параметра Рашба  $\alpha$ , которая в целом нехарактерна для структур на основе GaAs с  $m = 0.067 m_0$ , была выбрана нами для более яркой иллюстрации принципиально новых эффектов, возникающих из-за СО-взаимодействия. Необходимо заметить, что в соответствии с теоремой Крамерса выполняется условие  $E_{s\uparrow}(\mathbf{k}) = E_{s\downarrow}(-\mathbf{k})$ , и поэтому на рис.9 показана только область с  $k_x, k_y > 0$ . Из рисунка следует, что в присутствии периодического потенциала вырождение по спину при  $k_y = 0$  не снимается как в центре, так и на границах зоны Бриллюэна. Природа этого эффекта связана с тем, что матричные элементы  $V_{n,n\pm 1}^{\lambda=\lambda'}$ , как было отмечено выше, обращаются в нуль на границах зоны Бриллюэна  $k_x = \pm \pi/a$ , если  $k_y = 0$ .



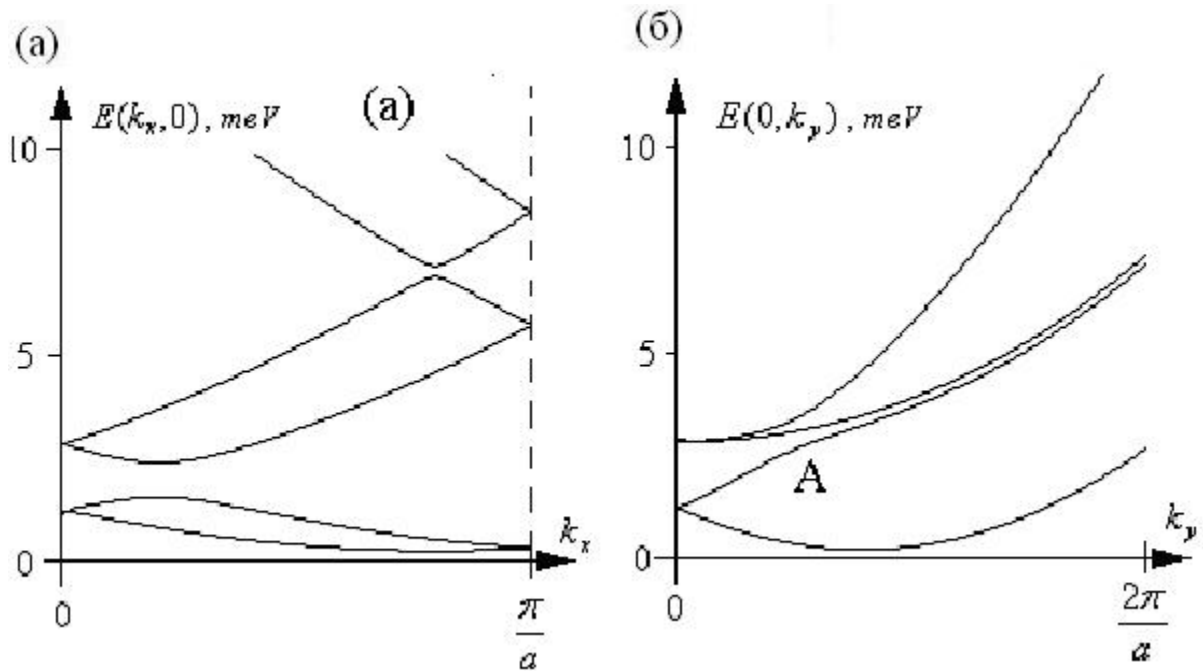


Рис.9. Энергетический спектр в сверхрешётке со спин-орбитальным взаимодействием при значении параметра Рашба  $\alpha = 5 \cdot 10^{-2}$  эВ·см, амплитуде периодического потенциала (2.2)  $V_0 = 1.7$  мэВ и периоде сверхрешётки  $a = 60$  нм, показанный как (а) функция компоненты квазиимпульса  $k_x$  при  $k_y = 0$  и (б) как функция компоненты импульса  $k_y$  при  $k_x = 0$ .

При  $k_y \neq 0$  вырождение снимается во всех точках зоны Бриллюэна. Зависимость энергии от квантового числа  $k_y$  для вышеприведенных параметров показана на рис.9(б). Видно, что здесь вырождение снимается, что связано с наличием линейных по  $k_y$  слагаемых в  $H_0$ , а также с взаимодействием между различными ветвями спектра (1.11), описываемым матричными элементами  $V_{n,n\pm 1}^{\lambda=-\lambda'}$ .

При определенных условиях возможно пересечение ветвей спектра  $E(0, k_y)$ , отвечающих разным зонам. Такая ситуация показана на рис.9(б), где пересечение ветвей спектра 1 и 2 происходит в точке А, где взаимодействие приводит к расталкиванию дисперсионных кривых (антикроссингу) [17]. В этой точке проекция спинов меняет знак, как это будет видно из дальнейшего. Ситуация, когда антикроссинг имеет место только между нижними энергетическими зонами, где ветвь 2 приближается к следующей по энергии ветви спектра, особенно интересна, поскольку в этом случае спины фермиевских электронов, принадлежащих ветвям спектра, как говорят, с противоположной киральностью, практически параллельны [17,22].

## 2.2. Симметрия волновых функций и спиновая чётность

Спинорные компоненты волновых функций электронов с СОВ в присутствии периодического потенциала могут характеризоваться квантовым числом, называемым спиновой четностью [21]. Это происходит, когда выполняется следующее соотношение между спинорными компонентами волновой функции:

$$\psi_{k_x=\pm\frac{\pi}{a}, k_y, s}^{\uparrow}(x) = s \psi_{k_x=\pm\frac{\pi}{a}, k_y, s}^{\downarrow}(-x). \quad (2.5)$$

Нами было показано [22], что спиновая четность существует при определенных значениях квазиимпульса электрона в двумерной зоне Бриллюэна. На рис.10 изображены волновые функции в СО сверхрешетке при определенных значениях квазиимпульса и соответствующая им спиновая четность. Видно, что две соседние зоны при фиксированном  $k_y$  отвечают разным значениям спиновой чётности,  $s = 1$  и  $s = -1$ . При изменении знака компоненты импульса  $k_y$  спиновая чётность также меняет знак, что приводит к смене знака компонент спиновой плотности.

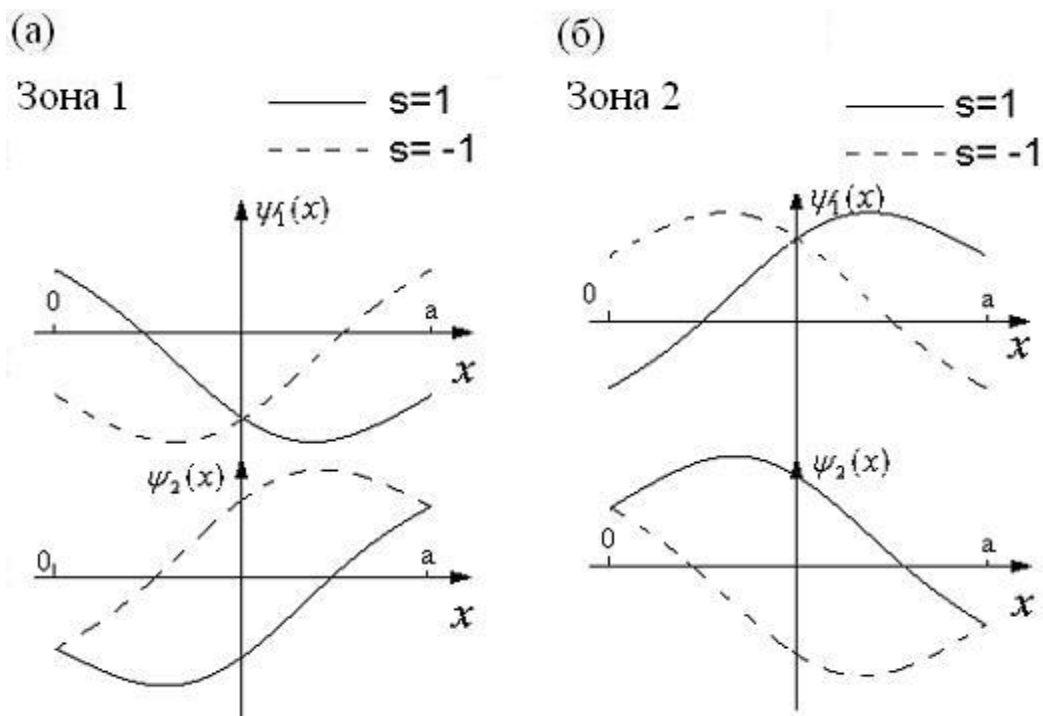


Рис.10. Компоненты спинорных волновых функций в сверхрешётке при определенных значениях квазиимпульса и соответствующая им спиновая четность, показанные при фиксированном значении  $k_y$  для нижней зоны (а) и следующей за ней (б). Волновые функции отвечают разным значениям спиновой чётности,  $s = 1$  и  $s = -1$ .

### 2.3. Спиновая поляризация в зоне Бриллюэна

Управление спиновой поляризацией является одной из главных целей с точки зрения практического применения спинтроники. Представляет интерес расчет спиновой поляризации как в элементарной ячейке сверхрешетки, так и в соответствующей зоне Бриллюэна. В последнем случае будет определена спиновая ориентация электронов с различным значением квантового числа, отвечающего импульсу, что позволит рассчитать спиновую поляризацию электронов, движущихся в различных направлениях.

Рассмотрим результаты расчётов пространственного распределения спиновой плотности  $S_{i\mathbf{k}}(x, y) = \psi_{\mathbf{k}}^+ \sigma_i \psi_{\mathbf{k}}$  для квантового состояния  $(s, \mathbf{k})$  в точке  $\mathbf{k}$   $s$ -й энергетической зоны для состояний в СО-сверхрешётке, обсуждавшихся в предыдущем параграфе. После интегрирования по пространственным переменным получается векторное поле в  $\mathbf{k}$ -пространстве, компонентами которого являются средние значения спиновых проекций в данной точке  $\mathbf{k}$  [22]:

$$\sigma_i(\mathbf{k}) = \langle \psi_{\mathbf{k}} | \sigma_i | \psi_{\mathbf{k}} \rangle. \quad (2.6)$$

На рис.11 показаны распределения средних значений спинов (2.6) как компонент векторного поля  $(\sigma_x, \sigma_y)$  в зонах, отвечающих двум нижним ветвям спектра на рис.9. Можно видеть, что топологическая структура спиновой поляризации качественно изменяется под влиянием периодического потенциала. Отметим прежде всего, что в низшей энергетической зоне, распределение для которой показано на рис.11(а), структура типа однородного вихря сохраняется вблизи центра зоны Бриллюэна, и разрушается вблизи ее границ  $k_x = \pm\pi/a$ . Главным отличием спиновой поляризации вблизи этих линий является ориентация спинов вдоль оси  $X$ , т.е.  $\sigma_y = 0$ . Кроме того, ориентация спинов вдоль  $Y$  при  $k_y = 0$  приводит к появлению новой особой точки при  $k_x = \pm\pi/a$  и  $k_y = 0$  с геометрией векторного поля как у седловой точки. Более сложная картина спиновой поляризации, изображенная на рис.11(б), отвечает распределению спинов в следующей по номеру энергетической зоне на рис.9. Вблизи центра зоны Бриллюэна сохраняется топология однородного вихря с противоположной ориентацией спинов в силу принадлежности исходной энергетической зоны к другой ветви спектра Рашба. Наибольшие отличия от однородного вихревого поля имеют место у границ зоны Бриллюэна, где появляется новый вихрь. Еще одной важной чертой распределения спинов на рис.8(б) является наличие точки  $A$  переворота спинов, показанной на оси  $k_x = 0$ .

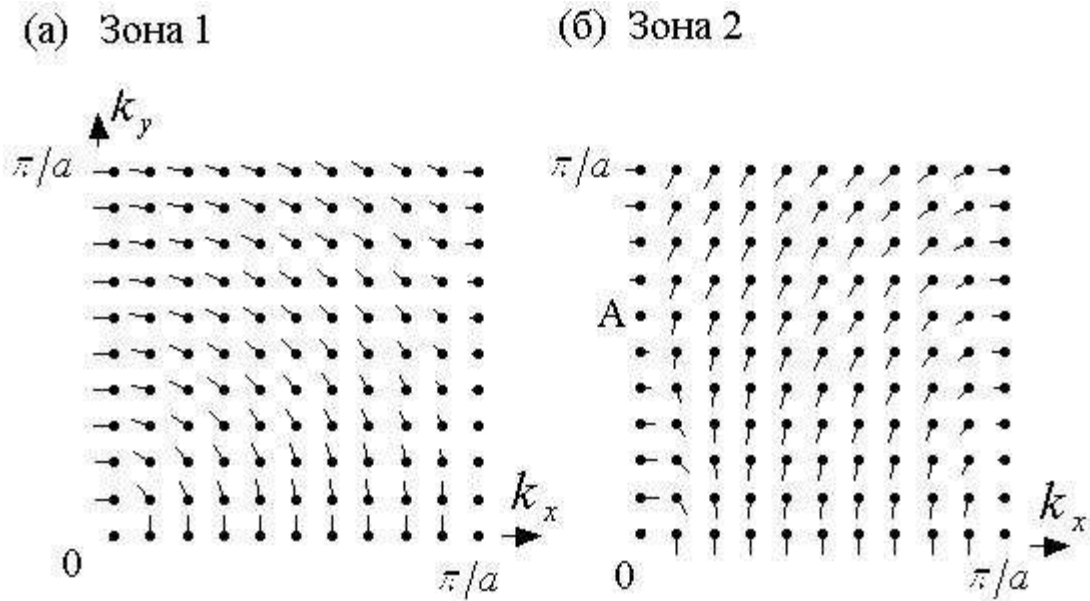


Рис.11. Распределения средних значений проекций спинов (2.6) как компоненты векторного поля  $(\sigma_x, \sigma_y)$  в зонах, отвечающих ветвям 1 и 2 на рис.9. Распределение типа однородного вихря нарушается на границах зоны Бриллюэна.

Можно показать, что эта точка отвечает точке  $A$  на спектре, изображенном на рис.9(б), которая является точкой антикроссинга для дисперсионных кривых, принадлежащих различным энергетическим зонам. Необходимо отметить, что сближение и последующее расталкивание ветвей 1 и 2 имеет место и в других сечениях  $k_x \neq 0$ , не показанных на рис.9(б). Однако, более ярко этот эффект выражен при  $k_x = 0$ , поскольку в этом сечении расстояние между ветвями 1 и 2 минимально. Соответственно, поворот спинов на линии  $k_x = 0$  вблизи точки  $A$  происходит на больший угол, чем в других областях зоны Бриллюэна.

#### 2.4. Квантовые состояния в системе с модуляцией параметра Рашба и постоянным параметром Дрессельхауза

По аналогии с моделью, рассмотренной в параграфе 2.1, можно также исследовать задачу о квантовых состояниях двумерного электронного газа в плоскости  $(xy)$  с модуляцией параметра Рашба и постоянным параметром Дрессельхауза, предполагая, что газ находится в периодическом поле одномерной сверхрешётки  $V(x)$  [23]. Гамильтониан такой задачи можно записать в виде суммы двух слагаемых:

$$H = H_0 + H_1. \quad (2.7)$$

Здесь первое слагаемое представляет собой гамильтониан свободной частицы со спин-орбитальным взаимодействием, описываемым суммой гамильтонианов Рашба и Дрессельхауза,

$$H_0 = \frac{\mathbf{k}^2}{2m} + \alpha(\sigma_x k_y - \sigma_y k_x) + \beta(\sigma_x k_x - \sigma_y k_y) \quad (2.8)$$

где  $\beta$ -параметр Дрессельхауза. Второе слагаемое в (2.7) имеет вид

$$H_1 = V(x) + [\mathbf{z} \times \vec{\sigma}](\alpha_1(x)\mathbf{k} + \mathbf{k}\alpha_1(x)) / 2, \quad (2.9)$$

где  $V(x) = V(x + a)$  отвечает периодическому электростатическому потенциалу сверхрешетки с периодом  $a$ , а второе слагаемое в (2.9) описывает модуляцию параметра спин-орбитального взаимодействия Рашба электрическим полем решетки, направленным вдоль орта  $\mathbf{z}$  нормали к двумерному электронному газу. Как и ранее, мы будем использовать простейшую форму одномерной пространственной модуляции в виде

$$V(x) = V_0 \cos \frac{2\pi x}{a}, \quad \alpha_1(x) = \alpha_1 \cos \frac{2\pi x}{a}. \quad (2.10)$$

Остановимся вначале на собственных значениях и собственных функциях гамильтониана (2.7). Слагаемое, определяющее спин-орбитальное взаимодействие в гамильтониане  $H_0$ , линейно зависит от импульса и играет роль эффективного магнитного поля. В таком поле вырождение по спину снимается и собственные значения, а также собственные функции – спиноры первого ранга – определяются выражениями (1.7), (1.8), где теперь оба параметра  $\alpha$  и  $\beta$  не равны нулю.

Как и ранее, в присутствии периодического в пространстве слагаемого (2.9) в гамильтониане (2.7) мы будем искать решение в виде блоховской функции (2.3), представленной в виде ряда по собственным функциям гамильтониана  $H_0$ , в результате чего получим матричное уравнение, полностью аналогичное по своей структуре уравнению (2.4), но с новыми матричными элементами.

Пример энергетического спектра сверхрешётки, рассчитанный с помощью системы с гамильтонианом (2.7) – (2.9), показан на рис.12 для двух низших энергетических зон как функция  $(k_x, k_y)$ . В расчёте используются следующие типичные значения параметров: эффективная

масса  $m = 0.067m_0$ , параметр Рашба  $\alpha_0 = 3 \cdot 10^{-2}$  эВ·нм и период сверхрешетки  $a = 60$  нм. Энергетический спектр на рис.12 отвечает пространственно модулированному параметру Рашба в системе с одновременным наличием вкладов Рашба и Дрессельхауза с  $\alpha_0 = 3 \cdot 10^{-2}$  эВ·нм,  $\beta = 2 \cdot 10^{-2}$  эВ·нм, и модуляцией параметра Рашба  $\alpha_1(x) = \alpha_1 \cos 2\pi x/a$  с амплитудой  $\alpha_1 = 10^{-2}$  эВ·нм. При этом в нашем примере выбрано значение  $V_0 = 0$ , т.е. электростатический потенциал для спектра на рис.12 отсутствует. В этом случае зонная структура образуется за счет матричных элементов, амплитуда которых определяется глубиной модуляции параметра Рашба  $\alpha_1/\alpha_0$ , равной в нашем случае  $1/3$ , что согласуется с экспериментальными данными [14].

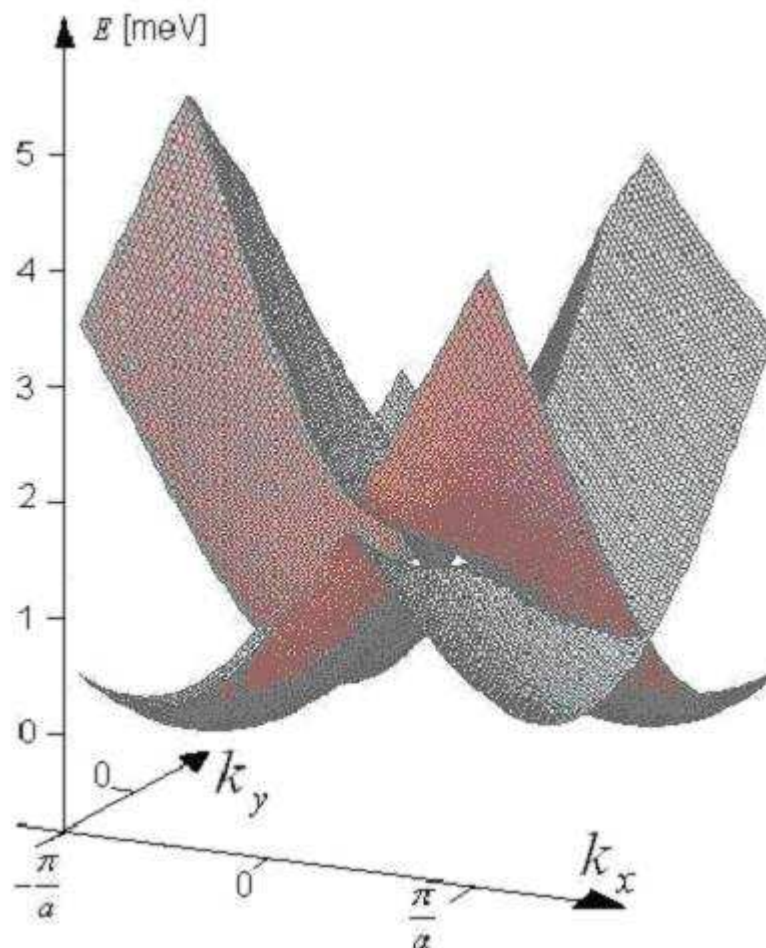


Рис.12. Энергетический спектр в одномерной сверхрешётке при наличии вклада в СОВ от слагаемых Рашба, Дрессельхауза, и пространственной модуляции параметра Рашба. Период сверхрешётки  $a = 60$  нм, эффективная масса  $m = 0.067m_0$ , параметр Рашба  $\alpha_0 = 3 \cdot 10^{-2}$  эВ·нм. Электростатический потенциал  $V(x)$  отсутствует, в то же время схожие с ним эффекты обеспечиваются модулированным в пространстве параметром Рашба с амплитудой  $\alpha_1 = 10^{-2}$  эВ·нм, и наличием параметра Дрессельхауза  $\beta = 2 \cdot 10^{-2}$  эВ·нм.

По аналогии с расчётом спиновой поляризации в параграфе 2.3 можно построить распределение спиновой поляризации в зоне Бриллюэна и для задачи с модулированным параметром Рашба и при постоянном параметре Дрессельхауза. На рис.13 показаны распределения спинов как компонент векторного поля  $(\sigma_x, \sigma_y)$  в зонах, отвечающих двум ветвям спектра на рис.12. Из анализа рис.13 можно сделать вывод, что топологическая структура спиновой поляризации качественно изменяется под влиянием периодического потенциала. В низшей энергетической зоне (рис.13а) структура типа однородного вихря сохраняется вблизи центра зоны Бриллюэна, и разрушается вблизи ее границ. Более сложная картина спиновой поляризации на рис.13(б) отвечает распределению спинов в верхней энергетической зоне на рис.10. Структура типа однородного вихря наблюдается лишь вблизи центра зоны Бриллюэна, причём направления спинов на рис.13(б) противоположны таковым на рис.13(а), что обусловлено принадлежностью данных зон к двум различным ветвям спектра (1.7) в отсутствие периодического потенциала.

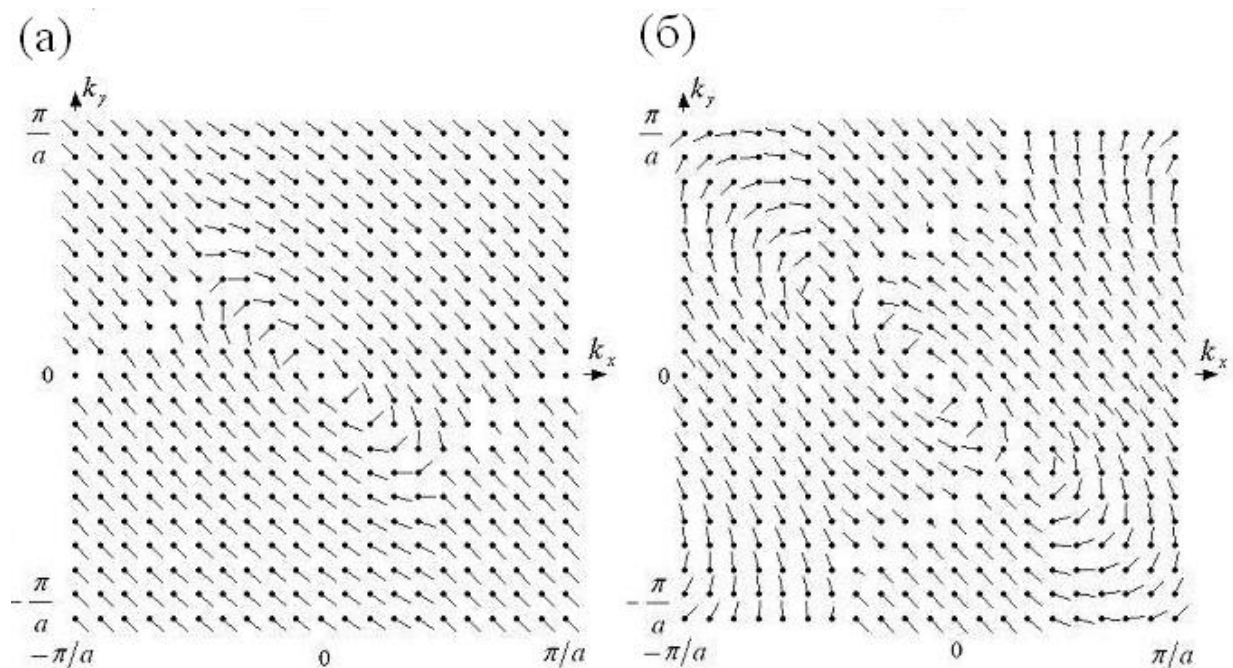


Рис.13. Распределения проекций спинов как компонент векторного поля  $(\sigma_x, \sigma_y)$  для сверхрешётки с пространственно модулированным параметром спин-орбитального взаимодействия Рашба и постоянным параметром Дрессельхауза в зонах, отвечающих (а) нижней энергетической зоне и (б) верхней энергетической зоне, показанным на рис.12.

Следует отметить, что в присутствии периодического потенциала ориентация спинов на рис.13 на границах зоны Бриллюэна  $k_x = \pm \pi/a$

одинакова в силу топологической эквивалентности этих линий. При  $V(x) = 0$  такой эквивалентности в системе, где одновременно  $\alpha \neq 0$  и  $\beta \neq 0$ , не наблюдается. Необходимо сделать также важное замечание о доступности экспериментального наблюдения обсуждающихся эффектов спин-орбитального взаимодействия и периодического потенциала. Действительно, энергетический масштаб обнаруженных особенностей спектра, т.е. характерных величин изменения энергии, обусловленных наличием СО-взаимодействия, имеет масштаб не менее нескольких мэВ, как это видно на рис.9,12, что говорит о том, что эти эффекты доступны для экспериментального наблюдения при гелиевых температурах.

## Вопросы и задачи к главе 2

- 2.1. Сформулируйте теорему Блоха для спинорных волновых функций в задаче с периодическим потенциалом и при наличии спин-орбитального взаимодействия, когда волновые функции представляют собой двухкомпонентные спиноры.
- 2.2. Как зависят матричные элементы периодического потенциала, связывающие различные спинорные состояния, от взаимной величины вклада гамильтонианов Рашба и Дрессельхауза в спин-орбитальное взаимодействие?
- 2.3. Как отражается пространственная симметрия структуры и электронного гамильтониана при наличии различных вкладов в спин-орбитальное взаимодействие на свойствах симметрии энергетического спектра и спиновой поляризации?
- 2.4. Возможна ли в задаче о сверхрешётке со спин-орбитальным взаимодействием ситуация, когда среднее значение какой-либо компоненты спиновой поляризации равно нулю, а пространственное распределение этой компоненты спиновой плотности отлично от тождественного нуля?
- 2.5. В последние годы интенсивно развиваются исследования структур с гигантским спин-орбитальным взаимодействием вида «металл на металле» и «металл на полупроводнике», в частности, систем с монослоем висмута на поверхности кремния [24]. Теоретическое описание квантовых состояний и зонной структуры в таких системах возможно в том числе и в рамках модели почти свободных электронов, подобно рассмотренной в этой главе, но для гексагональной геометрии кристаллической решётки. Рассмотрев модель зонной структуры, предложенной в [24], рассчитать спектр четырёх нижних энергетических зон системы «висмут на кремнии», построить пространственные распределения компонент волновой функции и спиновой плотности, а также распределения спиновой поляризации в импульсном пространстве.



### Глава 3. Поведение спиновой плотности при рассеянии на пространственно неоднородных потенциалах

При некоторых условиях распространение носителей заряда в твердотельных структурах происходит таким образом, когда можно говорить об аналоге приближения геометрической оптики при изучении распространения света, т.е. когда эффекты от дифракции и рассеяния электронной волновой функции не оказывают существенного влияния на процесс электронного транспорта. Роль лучей света, таким образом, играют потоки частиц с зарядом и спином, что позволяет при учёте СО взаимодействия ввести термин «спиновая оптика», как это было сделано недавно авторами работы [11]. В этой статье рассматривалась задача о рассеянии двухкомпонентных спиноров, зависящих от пространственных переменных как плоские волны и описывающих электронные состояния, на границе между областью без СО взаимодействия и областью с СОВ Рашба, т.е. при  $\alpha \neq 0$  и  $\beta = 0$ . В данной главе мы рассмотрим решение этой задачи с учётом несложного обобщения результата работы [11] на случай рассеяния на границе двух областей с различными параметрами Рашба  $\alpha_1 \neq \alpha_2$  и  $\beta = 0$ , при этом пределе  $\alpha_1 \rightarrow 0$  будет получен результат работы [11]. В заключительном параграфе данной главы будут обсуждаться основные результаты одной из оригинальных работ автора, посвящённой задаче рассеяния плоских волн со спиновой поляризацией на СО сверхрешётке, рассматривавшейся в главе 2.

#### 3.1. Рассеяние на пространственном скачке параметров спин-орбитального взаимодействия. Постановка задачи

Постановка задачи и геометрия структуры схематически показана на рис.14. Рассматривается задача о рассеянии квантовых состояний, описываемых двухкомпонентными спинорами вида (1.8), являющимися собственными состояниями двумерного электронного газа. Рассеяние происходит на границе  $x=0$  двух областей с параметрами спин-орбитального взаимодействия  $\alpha_1$  в левом полупространстве и  $\alpha_2$  в правом полупространстве. При значении  $\beta = 0$  набегающая волна описывается спинором следующего вида:

$$x < 0, \quad \Psi_{in} = \frac{e^{ikr}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda e^{i\theta(\mathbf{k})} \end{pmatrix}, \quad \theta(\mathbf{k}) = \text{Arg}[k_y - ik_x], \quad \lambda = \pm 1, \quad (3.1)$$

и характеризуется компонентами импульса  $(k_x, k_y)$ , а также числом  $\lambda = \pm 1$ , обозначающим её принадлежность к верхней либо нижней части спектра гамильтониана Рашба, описываемого формулой (1.11). Поскольку структура, изображённая на рис.14, является однородной вдоль направления  $Oy$ , кроме энергии  $E$  при рассеянии сохраняется компонента импульса  $k_y = k \sin \varphi$ , где  $\varphi$  есть угол падения по отношению к нормали, а модуль волнового вектора в набегающей волне определяется из (1.11) как

$$k(E, \lambda) = \sqrt{2mE + (m\alpha_1)^2} - \lambda m\alpha_1, \quad (3.2)$$

а компонента импульса  $k_x$  при этом соответственно равна  $\sqrt{k^2 - k_y^2}$  при классификации состояний через набор квантовых чисел  $(\lambda, E, k_y)$ .

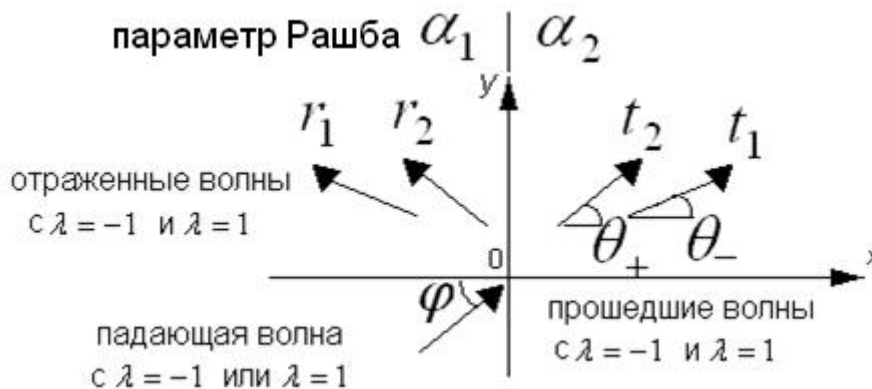


Рис.14. Геометрия задачи о рассеянии состояний с двухкомпонентными спинорами на границе  $x=0$  двух областей с параметрами спин-орбитального взаимодействия  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Падающая волна характеризуется одной поляризацией  $\lambda = -1$  или  $\lambda = 1$  в то время как отражённые и прошедшие волны являются суперпозицией состояний с обоими значениями  $\lambda$ .

### 3.2. Уравнения задачи рассеяния

В силу того, что решение уравнения Шрёдингера в вакууме для частицы со спин-орбитальным взаимодействием имеет две ветви, описываемые числом  $\lambda = \pm 1$ , прошедшая и отражённая волны также будут представлять собой суперпозицию двух ветвей с неизвестными коэффициентами  $r_{1,2}$ . Именно, отражённая волна имеет вид:

$$x < 0, \quad \Psi_r = r_1 \frac{e^{-ik_1 x + ik_y y}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -e^{i\theta_1} \end{pmatrix} + r_2 \frac{e^{-ik_2 x + ik_y y}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\theta_2} \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

$$\text{где } k_{1,2} = \sqrt{2mE + (m\alpha_1)^2} \pm m\alpha_1, \quad k_{x1,2} = \sqrt{(k_{1,2})^2 - k_y^2}, \quad (3.4)$$

$$\text{и } \theta_{1,2} = \text{Arg}[k_y - ik_{x1,2}]. \quad (3.5)$$

Прошедшая волна с неизвестными коэффициентами  $t_{1,2}$  будет отличаться от выражений (3.3)-(3.5) лишь значением параметра Рашба и направлением движения слева направо вдоль оси  $Ox$ :

$$x > 0, \quad \Psi_t = t_1 \frac{e^{ik_3 x + ik_y y}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -e^{i\theta_3} \end{pmatrix} + t_2 \frac{e^{ik_4 x + ik_y y}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\theta_4} \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

где

$$k_{3,4} = \sqrt{2mE + (m\alpha_2)^2} \pm m\alpha_2, \quad k_{x3,4} = \sqrt{(k_{3,4})^2 - k_y^2} \quad (3.7)$$

и

$$\theta_{3,4} = \text{Arg}[k_y - ik_{x3,4}]. \quad (3.8)$$

Выражения (3.1)-(3.8) полностью определяют квантовые состояния задачи рассеяния. Для нахождения коэффициентов  $r_{1,2}$  и  $t_{1,2}$  необходимо записать граничные условия при  $x = 0$ , которые можно получить из уравнения Шрёдингера [6]. Первое из граничных условий описывает непрерывность волновой функции, а второе есть непрерывность образа волновой функции после действия на неё оператора скорости:

$$\begin{aligned} \Psi(x > 0) - \Psi(x < 0) &= 0 \\ v_x \Psi(x > 0) - v_x \Psi(x < 0) &= 0, \end{aligned} \quad (3.9)$$

где в присутствии СО взаимодействия с параметром Рашба  $\alpha$  оператор скорости  $v_j = \partial H(k_x, k_y) / \partial k_j$  имеет матричный вид [11]:

$$v_x = \frac{k_x}{m} - \alpha \sigma_y. \quad (3.10)$$

Граничные условия (3.9), применённые к двухкомпонентным спинорам (3.1), (3.3) и (3.6), представляют собой систему из четырёх неоднородных

линейных уравнений для четырёх коэффициентов  $r_{1,2}$  и  $t_{1,2}$ , причём неоднородность обусловлена присутствием падающей волны (3.1). Такая система имеет единственное решение, которое может быть найдено аналитически либо численно, что и составляет решение задачи о рассеянии плоских волн с учётом спин-орбитального взаимодействия на границе двух полупространств.

### 3.3. Угловые зависимости интенсивностей в прошедшей волне

Коэффициенты  $t_{1,2}$  определяют прошедшую волну (3.6)-(3.8). Наглядным представлением о характере её спиновой поляризации в зависимости от поляризации  $\lambda = \pm 1$  в падающей волне (3.1) является угловое распределение интенсивностей  $I_{\mp}$  [11] для состояний с волновыми векторами  $k_{3,4}$ , отвечающими нижней и верхней ветви спектра гамильтониана Рашба (11):

$$I_{\mp}(\varphi) = \frac{1}{d\theta_{\mp}/d\varphi} |t_{1,2}(\varphi)|^2, \quad (3.11)$$

где углы рассеяния  $\theta_{\mp}$  для состояний с  $\lambda = \mp 1$  в прошедшей волне определяются как функция угла падения  $\varphi$  через  $\tan \theta_{\mp} = k_y/k_{3,4x}$ .

Далее мы представим результат работы [11] для распределения  $I_{\mp}(\varphi)$  в случае рассеяния на границе областей с  $\alpha_1 = 0$  и  $\alpha_2 \neq 0$ . Этот результат является частным случаем, следующим из решения нашей задачи в пределе  $\alpha_1 \rightarrow 0$ . Распределение интенсивностей приведено на рис.15. Для состояния с исходной поляризацией  $\lambda = -1$  прошедшая волна также будет преимущественно принадлежать нижней ветви спектра Рашба, т.е.  $|t_1| \gg |t_2|$ , и наоборот. Поэтому две верхних кривых на рис.15. отвечают двум различным поляризациям падающей волны. Соответственно, значения интенсивностей состояния с другой поляризацией, противоположной исходной, являются пренебрежимо малыми и показаны в нижней части графика на рис.15.

Обращает на себя внимание наличие предельного угла  $\varphi_c$ , при достижении которого исчезает прошедшая волна с положительной поляризацией, т.е. при  $\lambda = 1$ . Это связано с тем, что волновое число  $k_4$ , определяемое выражением (3.7), при условии  $\alpha_1 \ll \alpha_2$ , т.е. при переходе из «оптически менее плотной» среды в «оптически более плотную»,

уменьшается, что приводит к увеличению угла  $\theta_+$  вплоть до полного внутреннего отражения падающей волны указанной поляризации. График зависимости компоненты  $k_{x4}(\varphi)$  показан на рис.15. пунктирной линией, которая достигает нуля при  $\varphi = \varphi_c$  одновременно с падением интенсивности  $I_+(\varphi)$ . Этот эффект в спиновой оптике был назван полным внутренним отражением [11], в полной аналогии с известным оптическим явлением.

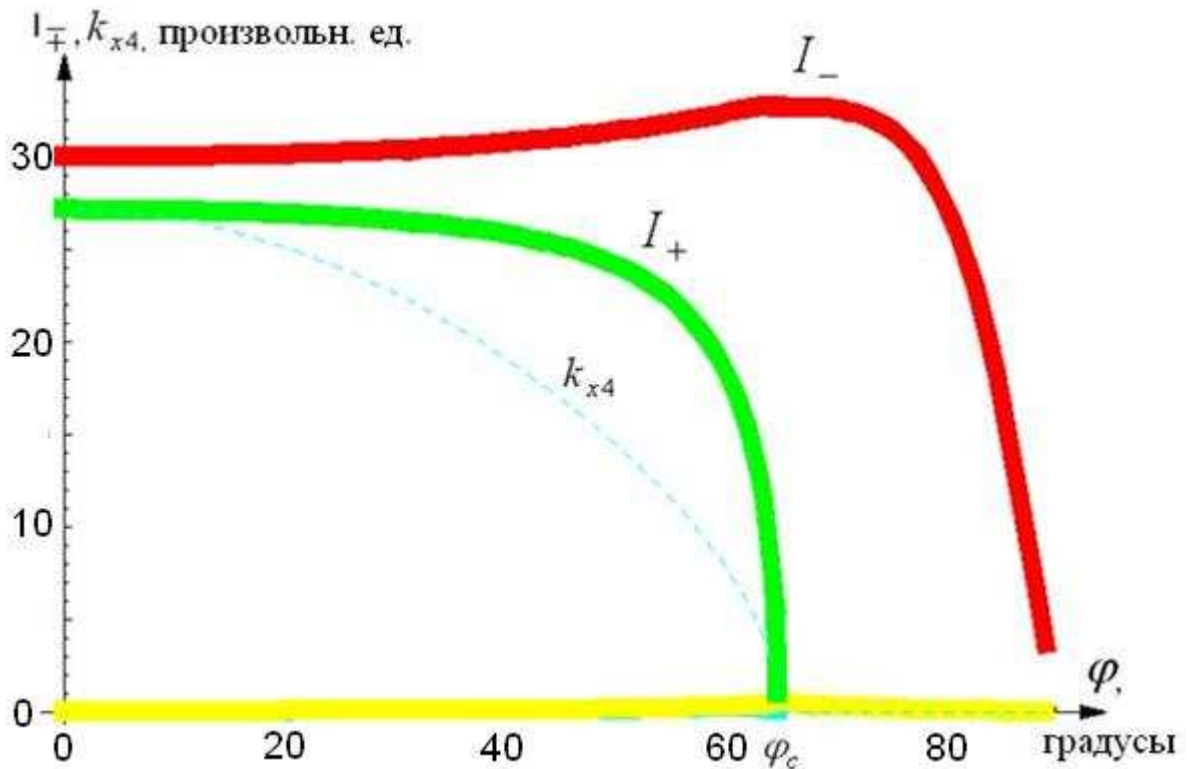


Рис.15. Угловое распределение интенсивностей  $I_{\mp}$  в прошедшей волне для задачи о рассеянии на границе между областями с  $\alpha = 0$  и  $\alpha \neq 0$  [11]. Поляризация падающей волны  $\lambda = -1$  (кривая  $I_-$ ) и  $\lambda = 1$  (кривая  $I_+$ ). В последнем случае прохождение отсутствует при достижении углом падения  $\varphi$  критического значения  $\varphi_c$ , отвечающего углу полного внутреннего отражения. При этом компонента  $k_{x4}$  в прошедшее волне (пунктирная кривая) стремится к нулю. Интенсивности компонент с поляризацией, противоположной исходной, являются пренебрежимо малыми (нижняя кривая).

### 3.4. Задача о распределении спиновой плотности при рассеянии на сверхрешётке со спин-орбитальным взаимодействием

Актуальность задачи о спиновых свойствах транспортных явлений в наноструктурах, рассмотренная в предыдущем параграфе на примере простой задачи о рассеянии на границе полупространств с различным значением параметра СО взаимодействия, обусловила дальнейший интерес к изучению спин-зависимых транспортных явлений в таких средах. В этом параграфе мы рассмотрим основные результаты задачи рассеяния в системе, состоящей из двумерного электронного газа на границе однородного полупространства и одномерной полубесконечной сверхрешетки со спин-орбитальным взаимодействием Рашба, показанной на рис.16. Более подробное изложение можно найти в нашей работе [25]. При указанной постановке задачи геометрия исследуемой структуры на рис.16 явно не обладает ни пространственной симметрией  $x \rightarrow -x$ , ни симметрией в импульсном пространстве  $k_x \rightarrow -k_x$  (поскольку в рассеянии участвуют лишь электроны с проекцией импульса  $k_x > 0$ , принадлежащие ветви спектра (1.11) с  $\lambda = \pm 1$ , налетающие на сверхрешётку слева). В этой ситуации мы можем ожидать появления в сверхрешётке неоднородных пространственных распределений компонент спиновой плотности, что как раз и является одной из главных целей при использовании спиновых степеней свободы в различных приложениях.

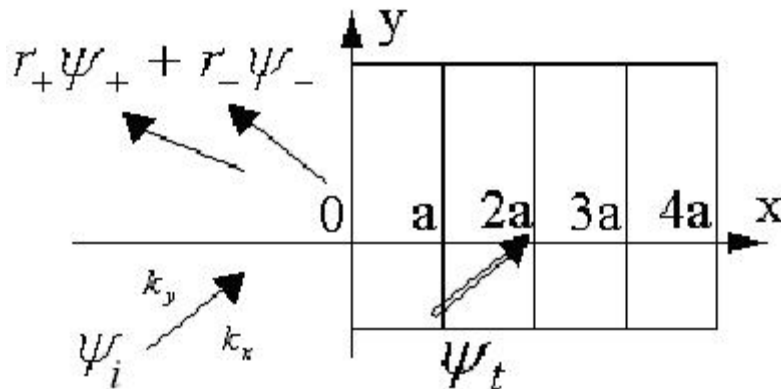


Рис.16 Рассеяние на границе однородного полупространства (слева) и периодической сверхрешетки (справа) с периодом  $a$  при учете спин-орбитального взаимодействия. Показаны исходное набегающее состояние  $\psi_i$ , отраженная волна  $r_+\psi_+ + r_-\psi_-$ , и прошедшее в сверхрешетку состояние  $\psi_t$ .

Задача о рассеянии налетающего на сверхрешётку слева электрона, описываемого двухкомпонентным спинором  $\psi_i$  вида (1.8), решается нами в предположении упругого рассеяния на границе  $x = 0$ , когда сохраняется

энергия налетающей волны и проекция импульса  $k_y$ , поскольку структура однородна вдоль направления  $y$  (см. рис.16). Волновая функция в полупространстве  $x < 0$  слева от границы представляет собой сумму падающей волны  $\psi_i$  вида (1.8) с произвольно выбираемыми волновым вектором  $\vec{k}$  с проекцией  $k_x > 0$  и поляризацией  $\lambda = \pm 1$ , и двух отраженных волн  $\psi_{\pm}$  с различной поляризацией  $\lambda = 1$  и  $\lambda = -1$ , также описываемых выражением (1.8) с проекциями  $k_x < 0$ , что отвечает движению от границы раздела налево. Таким образом, спинорная волновая функция в полупространстве  $x < 0$  на рис.16 может быть записана в виде линейной комбинации

$$\psi(x < 0) = \psi_i + r_+ \psi_+ + r_- \psi_-, \quad (3.12)$$

где коэффициенты  $r_{\pm}$  должны определяться из граничных условий данной задачи рассеяния. Справа от границы в сверхрешетке волновая функция также является линейной комбинацией собственных функций, на этот раз блоховских спиноров  $\psi_n$  вида (2.3), отвечающих фиксированной энергии  $E$  и различающихся между собой лишь проекциями квазиимпульса  $k_x$ :

$$\psi_{ik}(x > 0) = \sum_n c_n(\mathbf{k}) \psi_n. \quad (3.13)$$

Коэффициенты  $c_n$ , а, значит, и все прошедшее состояние зависят от волнового вектора  $\vec{k}$  падающей волны. Величины  $r_{\pm}$  и  $c_n$  находятся из граничных условий (3.9) при  $x = 0$ , а оператор скорости определяется выражением (3.10). Таким образом, задача сводится к решению системы неоднородных линейных уравнений, являющихся следствием граничных условий (3.10). В результате решения этой системы становится известно прошедшее в сверхрешётку квантовое состояние (3.13), знание которого позволяет рассчитать различные физически интересные характеристики, в том числе пространственные распределения спиновой плотности в сверхрешётке.

Одним из параметров, представляющих интерес для спинтроники и пригодным для экспериментального детектирования, является спиновая плотность для прошедшего в сверхрешетку состояния (3.13):

$$S_{ik}(x, y) = \psi_{\mathbf{k}}^+ \sigma_i \psi_{\mathbf{k}}, \quad (3.14)$$

где  $i = x, y, z$ , а  $\sigma_i$  - это матрицы Паули. Как уже обсуждалось во Введении, выражение вида (3.14) зависит как от координат расположения прибора  $(x, y)$ , измеряющего в данной точке спиновую плотность, детектирования, так и от волнового вектора  $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$  налетающего на сверхрешётку начального состояния (1.8). В процессе рассеяния, однако, участвует не одно состояние с данным  $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ , а все электроны на уровне Ферми с  $k = k_F$ , движущиеся в сторону границы со сверхрешеткой, т.е. имеющие проекцию  $k_x > 0$ . Следовательно, экспериментально обнаруживаемой характеристикой спиновой плотности в точке  $(x, y)$  будет не спиновая плотность (3.14) для одного квантового состояния, а интегральная величина

$$S_i(x, y) = \int_{k=k_F, k_x > 0} \psi_{\mathbf{k}}^+ \sigma_i \psi_{\mathbf{k}} dk, \quad (3.15)$$

где интеграл берется по изоэнергетическим кривым спектра (1.7) для налетающих на сверхрешётку состояний.

В силу однородности системы вдоль направления  $y$  все компоненты  $(S_x, S_y, S_z)$  спиновой плотности не зависят от координаты  $y$ , поэтому мы будем строить зависящие только от  $x$  векторные поля для пространственных распределений пар компонент спиновой плотности вдоль сверхрешётки вида  $(S_x(x), S_z(x))$  и  $(S_y(x), S_z(x))$ . На рис.17 показано пространственное распределение проекций спиновой плотности (3.15) вдоль сверхрешетки на основе InAs, где величина СО-взаимодействия Рашба достигает максимальных значений из известных типичных полупроводниковых гетероструктур [26]. Параметры рис.17 отвечают амплитуде периодического потенциала  $V_0 = 5$  мэВ и энергии Ферми  $E_F = 10$  мэВ (рис.17(а)), а также  $E_F = 20$  мэВ (рис.17(б)). Масштаб по оси  $x$  измеряется в единицах периода сверхрешетки  $a = 60$  нм, детектирование происходит далеко от границы рассеяния при  $n \gg 1$ . На каждом из рисунков 17(а),(б) верхний график отвечает распределению проекций спиновой плотности  $S_x, S_z$ , а нижний – распределению  $S_x, S_y$ .

Из результатов, показанных на рис.17, можно видеть, что распределение спиновой плотности в сверхрешетке имеет характер длиннопериодических стоячих волн. Из сравнения рис.17(а) и рис.17(б) можно сделать вывод, что картина формирования волн спиновой плотности не зависит качественно от конкретного значения уровня Ферми в двумерном электронном газе.



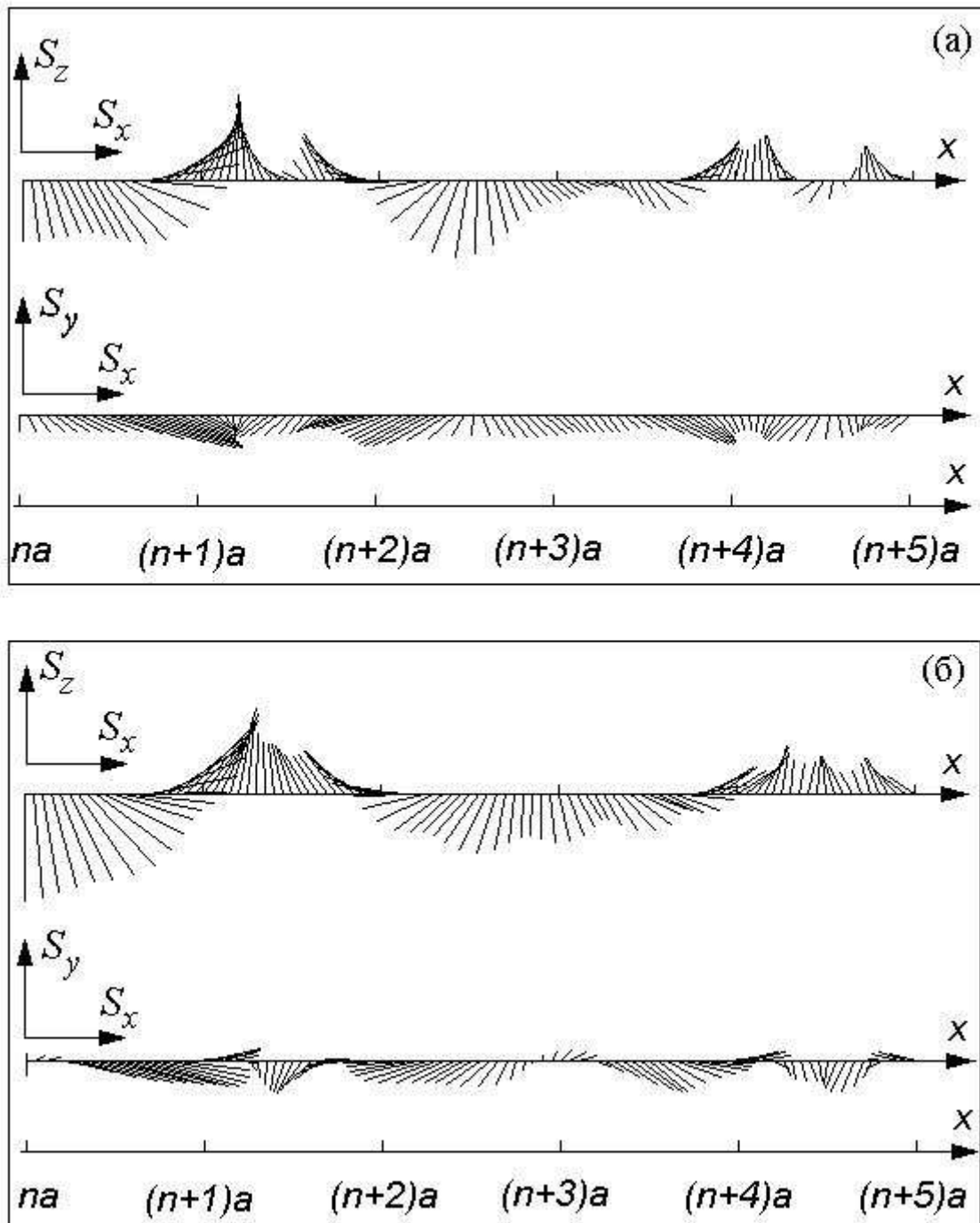


Рис.17 Стоячие волны спиновой плотности в одномерной сверхрешетке [25], показанные (а) для энергии Ферми электронного газа  $E_F = 10\text{ мэВ}$ ; (б) для энергии Ферми  $E_F = 20\text{ мэВ}$ . Масштаб по оси  $x$  измеряется в единицах периода  $a = 60\text{ нм}$ . На каждом рис.(а),(б) верхний и нижний графики отвечают распределению проекций  $(S_x, S_z)$  и  $(S_x, S_y)$ . Видны стоячие длиннопериодические волны спиновой плотности на нескольких периодах сверхрешетки.

Наши расчеты показали также, что данный вывод касается и весьма широких интервалов изменения амплитуды периодического потенциала  $V_0$ , а также случая не равных между собой значений параметра Рашба по обе стороны от границы рассеяния. Подобная малая чувствительность к исходным параметрам задачи позволяет сделать оптимистические прогнозы относительно экспериментального наблюдения данного эффекта. Обсуждаемые в данном разделе эффекты формирования волн спиновой плотности, носят качественный характер, а масштаб энергетических величин в 10–20 мэВ позволяет сделать вывод об их надежном обнаружении при гелиевых, а, возможно, и при азотных температурах. Следует ожидать, что в силу малой зависимости от конкретных параметров гетероструктур на основе InAs и InGaAs обсуждаемые в работе эффекты могут наблюдаться в различных экспериментах в области физики наноструктур, наноэлектроники и спинтроники.

### Вопросы и задачи к главе 3

- 3.1. Аналитически рассмотреть задачу о рассеянии на скачке параметра Рашба и получить выражения для коэффициентов системы линейных неоднородных уравнений, следующей из граничных условий (3.9).
- 3.2. Решить полученную систему численно либо аналитически, получив выражения для коэффициентов отражения и прохождения как функцию входных параметров задачи: параметров спин-орбитального взаимодействия в обоих полупространствах, энергии падающей волны и угла её падения.
- 3.3. Для предельного случая, когда параметр спин-орбитального взаимодействия в одном из полупространств пренебрежимо мал, построить график на рис.15 для угловых зависимостей интенсивностей (3.11) прошедшей волны с различной ориентацией спина.
- 3.4. Исследовать угловую зависимость амплитуд коэффициентов отражения и прохождения в общем случае при различных соотношениях величин параметров спин-орбитального взаимодействия по обе стороны от границы.
- 3.5. В указанном в п.2.4. общем случае исследовать угловую зависимость интенсивностей (3.11) и сравнить с предельным случаем, описанным в п.2.3.
- 3.6. Какие качественные изменения в топологической структуре пространственного распределения спиновой плотности на рис. 17 можно ожидать в задаче рассеяния на сверхрешётке, если в гамильтониане задачи учесть как вклад Рашба, так и вклад Дрессельхауза в спин-орбитальное взаимодействие?

## Глава 4. Управление спиновыми текстурами с помощью постоянного тока

Важнейшей характеристикой любой гетероструктуры как элемента электронной, вычислительной или передающей информацию схемы является её отклик на постоянное электрическое поле, т.е. набор свойств, относящийся к протеканию через структуру электрического тока, его вольтамперных характеристик, а для задач спинтроники – ещё и спиновых свойств при транспорте носителей. Данная задача, разумеется, была в центре исследований с самых первых дней развития спинтроники, в том числе и для систем с СО - взаимодействием [2–5]. Наряду с расчётами стандартных физических величин, таких как ток носителей заряда, проводимость, спиновая поляризация носителей и т.д. были введены новые объекты для расчёта, такие как спиновый ток, появившийся в работах по спиновому эффекту Холла [12]. Отсылая для более подробного изучения данной проблемы к соответствующей литературе [2–5, 12, 14–21, 27–29], укажем лишь, что на наш взгляд имеет смысл прежде всего изучать такие характеристики физической системы, которые могут быть измерены реальным прибором, а затем использованы для практических целей. Величина, называемая спиновым током, не относится к числу непосредственно измеримых в проводившихся до настоящего времени экспериментах, в то время как локальная спиновая плотность (3.14) является такой измеримой величиной. Известно, что современная техника сканирующей зондовой микроскопии позволяет проводить измерения локальных распределений магнитных моментов на масштабе десятков нанометров [2–5, 30].

В данной главе мы будем обсуждать постановку задачи и рассмотрим основные результаты нашей работы [31], посвящённой расчёту вольтамперных характеристик, спиновой поляризации тока и неравновесной спиновой плотности (спиновых текстур) в СО – сверхрешётке, помещённой в постоянное электрическое поле. В качестве объекта исследований рассмотрим СО-сверхрешётку на основе InAs, где гамильтониан СО-взаимодействия будет содержать как слагаемое Рашба, так и слагаемое Дрессельхауза, т.е. будет иметь вид (1.4). Относительная величина параметров Рашба  $\alpha$  и Дрессельхауза  $\beta$ , вообще говоря, может изменяться от образца к образцу, а также путём приложения внешнего электрического поля [14], но для большинства используемых в экспериментах типов гетероструктур на основе InAs, InGaAs, GaAs отношение  $\alpha/\beta$  варьируется в пределах от 1.5 до 7.5 [15].

На рис.18 показан типичный пример энергетического спектра для четырёх нижних минизон в СО-сверхрешётке на основе InAs при наличии вкладов Рашба и Дрессельхауза в СОВ с амплитудами  $\alpha = 2 \cdot 10^{-2}$  эВ·нм и  $\beta = 1.25 \cdot 10^{-2}$  эВ·нм. Эффективная масса электронов в структуре на основе

InAs принимается равной  $0.036 m_0$  [26]. На рис.18 показано положение уровня Ферми двумерного электронного газа  $E_F = 10$  мэВ, отсчитываемого от дна соответствующей зоны размерного квантования.

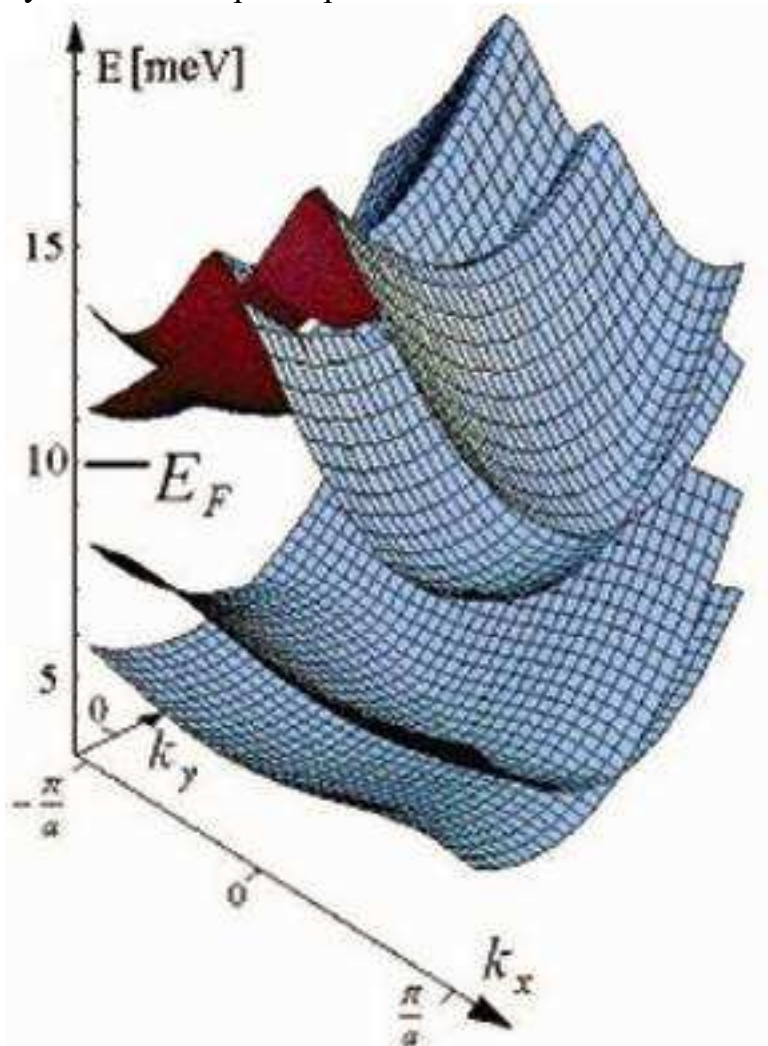


Рис.18. Энергетический спектр четырёх нижних минизон в СО-сверхрешётке на основе InAs при наличии вкладов Рашба и Дрессельхауза в СОВ с амплитудами  $\alpha = 2 \cdot 10^{-2}$  эВ·нм и  $\beta = 1.25 \cdot 10^{-2}$  эВ·нм, и эффективной массой электронов  $0.036 m_0$ . Показано положение уровня Ферми двумерного электронного газа  $E_F = 10$  мэВ.

#### 4.1. Расчёт функции распределения для спинорных квантовых состояний в постоянном электрическом поле

Если нам известен энергетический спектр  $E_m(\mathbf{k})$  и волновые функции системы  $\Psi_{m\mathbf{k}}$ , представляющий собой двухкомпонентные бловские спиноры, обсуждавшиеся в главе 2, то далее мы можем приступить к исследованию задачи об электронном и спиновом транспорте. В присутствии электрического поля  $E_x$ , приложенного вдоль

направления периодичности сверхрешётки, с учётом конечной температуры образца  $T = 77\text{ K}$  и конечной частоты релаксации импульса, взятой равной  $\nu = 10^{12}\text{ с}^{-1}$ , нам необходимо решить кинетическое уравнение для функции распределения  $f_m(\mathbf{k}, E_x)$  в  $m$ -ой энергетической минизоне, которое в простейшем стационарном и одномерном приближении имеет вид [1]

$$eE_x \frac{\partial f_m(\mathbf{k}, E_x)}{\partial k_x} = -\nu [f_m(\mathbf{k}, E_x) - F_m(\mathbf{k})], \quad (4.1)$$

где  $F_m(\mathbf{k})$  есть равновесная функция распределения Ферми, причём  $f_m(\mathbf{k}, 0) = F_m(\mathbf{k})$ . После решения уравнения (4.1) в каждой минизоне мы можем найти поверхностную плотность электрического тока  $j(E_x)$  и средние значения индуцированных электрическим полем проекций спина  $\sigma_i(E_x)$  в двумерном электронном газе с поверхностной концентрацией носителей  $n$  следующим образом:

$$j(E_x) = e n \sum_{m, \mathbf{k}} \langle \psi_{m\mathbf{k}} | v_x | \psi_{m\mathbf{k}} \rangle f_m(\mathbf{k}, E_x), \quad (4.2)$$

$$\sigma_i(E_x) = n \sum_{m, \mathbf{k}} \langle \psi_{m\mathbf{k}} | \sigma_i | \psi_{m\mathbf{k}} \rangle f_m(\mathbf{k}, E_x). \quad (4.3)$$

Выражения (4.2) и (4.3) представляют собой обычные квантовомеханические средние значения с учётом неравновесной функции распределения  $f_m(\mathbf{k}, E_x)$  по энергетическим зонам сверхрешётки в присутствии электрического поля, причём оператор скорости  $v_x = \partial H / \partial k_x$  в присутствии вкладов Рашба и Дрессельхауза в СОВ Рашба определяется как  $v_x = p_x / m - \alpha \sigma_y + \beta \sigma_x$ , что обобщает выражение (3.10).

Результаты расчёта электрического тока (4.2) и среднего значения спиновой поляризации (4.3) как функции приложенного электрического поля показаны на рис.19. Величина тока  $J$  в миллиамперах на рис.16(а) рассчитана для образца с сечением  $10^{12}\text{ нм}^2$  с концентрацией электронов  $n = 10^{-2}\text{ нм}^{-2}$ , а остальные параметры системы те же, что для спектра на рис.18.

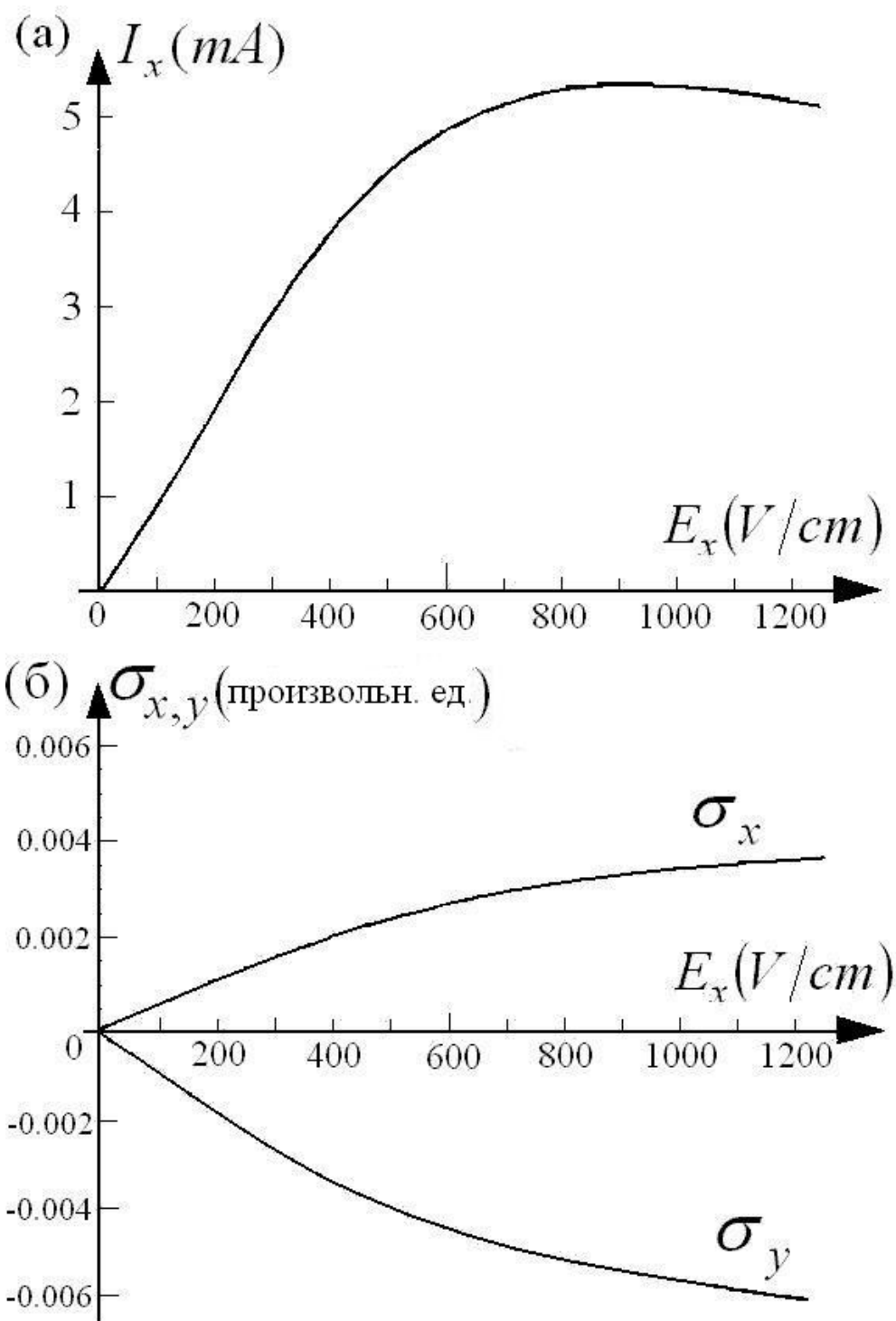


Рис.19. (а) Вольтамперная характеристика и (б) индуцированные электрическим полем проекции среднего спина в СО-сверхрешётке с вкладами Рашба и Дрессельхауза. Величина тока на рис.(а) рассчитана для образца с сечением  $10^{12}$  нм<sup>2</sup> с концентрацией электронов  $n = 10^{-2}$  нм<sup>-2</sup>. Остальные параметры системы те же, что и для спектра на рис.18.

Из рис.19 видно, что в области слабых электрических полей структура характеризуется линейной ВАХ с омическим сопротивлением  $R \sim 13$  кОм,

а при дальнейшем росте напряжённости электрического поля величина тока выходит на насыщение и далее постепенно уменьшается, что характерно для сверхрешёток по мере приближения штарковской частоты  $\Omega = |e| E_x a / \hbar$  к частоте соударений  $\nu$ . Что касается средних значений спина на рис.19(б), то их наличие обусловлено симметрией задачи, причём в присутствии вкладов Рашба и Дрессельхауза возможно появление обеих компонент спина  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$ , тогда как при учёте только вклада от гамильтониана Рашба ненулевое значение может принимать лишь величина  $\sigma_y$  [28], в то время как величина электрического тока на рис.18(а) практически мало чувствительна к вкладам в СОВ. Таким образом, различные вклады в СОВ в моделях зарядового транспорта и спиновой поляризации существенно влияют прежде всего на спиновые свойства системы.

#### 4.2. Генерация и управление спиновой плотностью при протекании электрического тока в сверхрешётке со спин-орбитальным взаимодействием

Обратимся теперь к локальной спиновой плотности, индуцируемой электрическим полем в СО-сверхрешётке (подобные пространственно неоднородные распределения называют ещё спиновыми текстурами). Зная структуру квантовых состояний и функцию распределения  $f_m(\mathbf{k}, E_x)$  в присутствии электрического поля, мы можем рассчитать локальную спиновую плотность  $S_i(x, E_x)$  как

$$S_i(x, E_x) = \sum_{m, \mathbf{k}} (\psi_{m\mathbf{k}} \sigma_i \psi_{m\mathbf{k}}) f_m(\mathbf{k}, E_x), \quad (4.4)$$

что отличается от выражения (4.3) лишь отсутствием скалярного произведения при спиновом операторе, т.е. не производится интегрирование по пространству. Таким образом, среднее значение спина связано со спиновой плотностью простым интегрированием, т.е.

$$\sigma_i(E_x) = \int S_i(x, E_x) dx, \quad (4.5)$$

и если среднее значение в левой части данного выражения может в какой-то ситуации обращаться в нуль, то подынтегральная спиновая плотность  $S_i(x, E_x)$  вовсе не обязана быть равной нулю во всех точках пространства. Это означает, что мы можем обнаружить экспериментальным прибором

локальную спиновую плотность даже при нулевой средней проекции спина на периоде сверхрешётки.

Распределения компонент индуцированной спиновой плотности как функции координаты  $x$  на периоде сверхрешётки и приложенного электрического поля  $E_x$  показаны как трёхмерные графики  $S_i = S_i(x, E_x)$  на рис.20 для фиксированного отношения параметров Рашба и Дрессельхауза  $\alpha/\beta = 1.6$ , отвечающего энергетическому спектру на рис.18. Средние значения проекций спина (4.3), т.е. интегралы от представленной на рис.20 спиновой плотности, изменяются в зависимости от электрического поля в соответствии с рис.16. Кроме того, на рис. 20(в) видно, что для компоненты  $S_z(x, E_x)$  со средним значением  $\sigma_z = 0$  присутствует ненулевая локальная спиновая плотность, которая может быть обнаружена экспериментально. Этот результат особенно интересен, поскольку в традиционных системах с СОВ Рашба или Дрессельхауза в двумерном электронном газе задача о получении устойчивой усреднённой локальной спиновой плотности с компонентой, выходящей из плоскости газа, считается одной из центральных проблем.

Представляет интерес также зависимость локальной индуцированной спиновой плотности от отношения параметров Рашба и Дрессельхауза  $\alpha/\beta$ , определяющего их относительный вклад в СОВ. На рис.21 показаны распределения компонент индуцированной спиновой плотности как функции координаты  $x$  на периоде сверхрешётки и отношения  $\alpha/\beta$  при фиксированном электрическом поле  $E_x = 50$  В/см и прежних остальных параметрах задачи, причём точка «А» на графиках отвечает отношению  $\alpha/\beta = 1.6$  на рис.20. Выбор сравнительно слабого электрического поля обусловлен очевидным желанием увидеть нетривиальные эффекты при слабых внешних полях, обеспечивающих приемлемые с точки зрения тепловыделения режимы работы потенциальных новых элементов электронных схем.

Из представленных на рис.21 результатов можно сделать вывод о том, что учёт совместного влияния вкладов Рашба и Дрессельхауза в спин-орбитальное совершенно необходимо при моделировании спиновых текстур. Действительно, из рис.21 видно, что при наличии лишь вклада от гамильтониана Рашба ( $\alpha/\beta \rightarrow \infty$ ) или только вклада от гамильтониана Дрессельхауза ( $\alpha/\beta \rightarrow 0$ ) индуцируемые электрическим полем компоненты  $S_x$  и  $S_y$  спиновых текстур очень малы. Наоборот, при сравнимых амплитудах вкладов Рашба и Дрессельхауза, в частности, в области точки «А» на рис.21 при  $\alpha/\beta = 1.6$ , амплитуды всех компонент спиновых текстур достигают максимального значения.



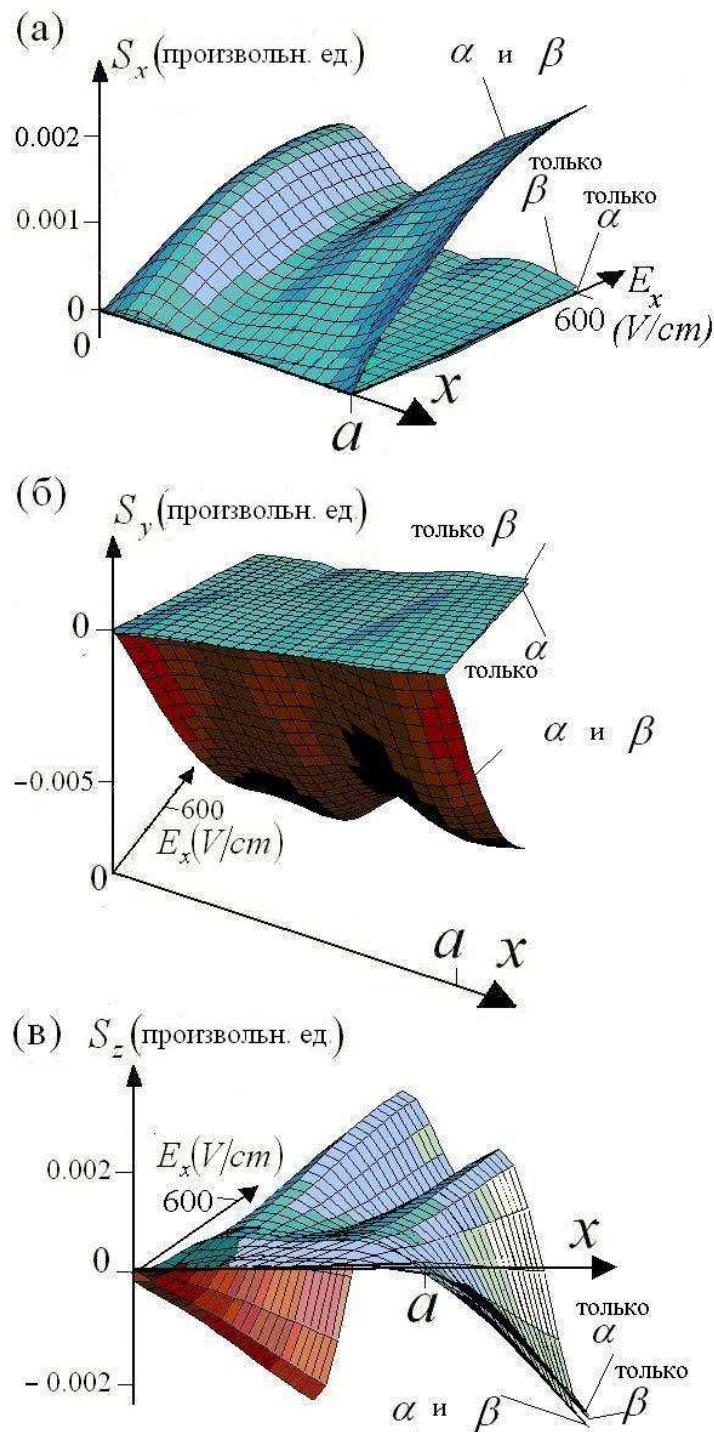


Рис.20. Распределения компонент индуцированной спиновой плотности как функции координаты  $x$  на периоде сверхрешётки и приложенного электрического поля  $E_x$  [31]. Показаны трёхмерные графики  $S_i = S_i(x, E_x)$  для фиксированного отношения параметров Рашба и Дрессельхауза  $\alpha/\beta=1.6$ , отвечающего результатам на рис.18-19. Видно, что средние значения (4.3) изменяются в соответствии с результатами рис.19, причём на рис.(в) для компоненты  $S_z(x, E_x)$  со средним значением  $\sigma_z=0$  мы имеем ненулевую локальную спиновую плотность, которая может быть обнаружена экспериментально.

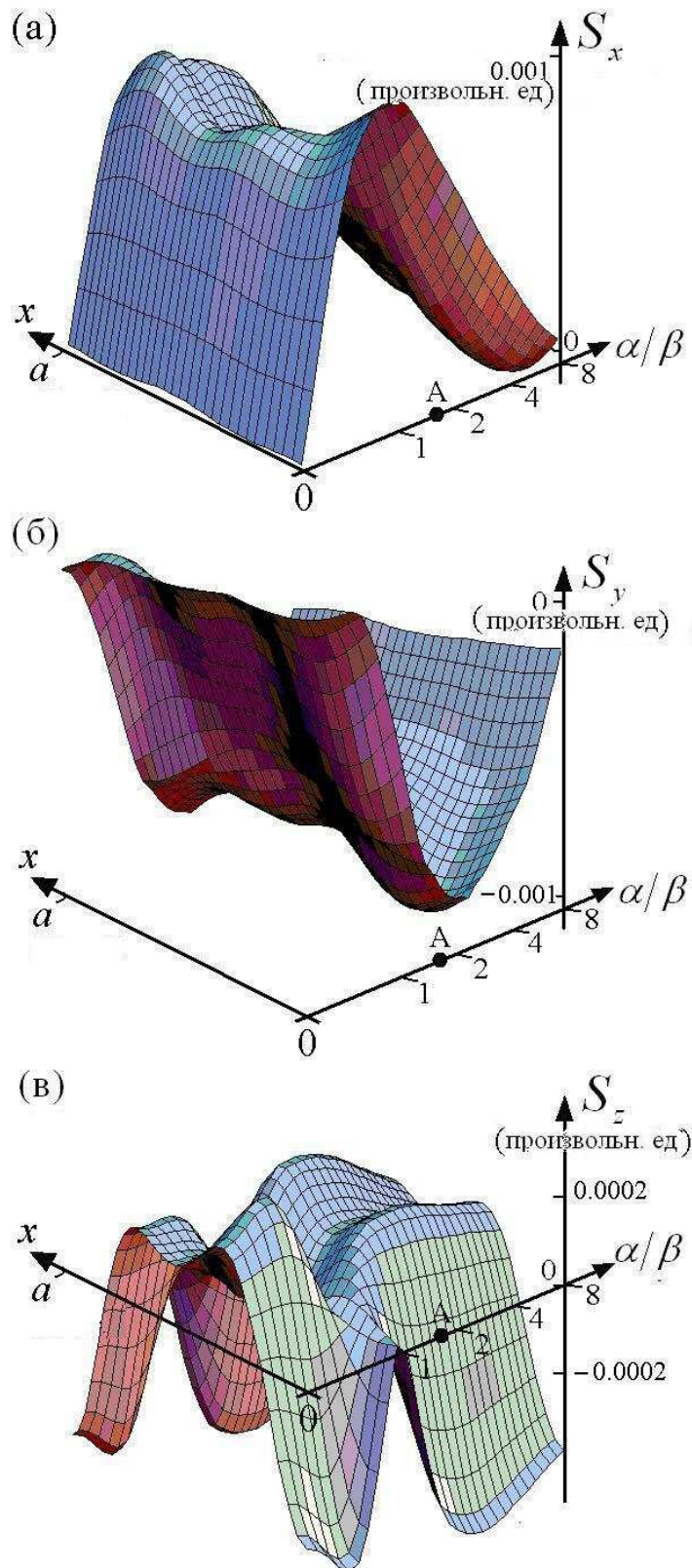


Рис.21. Распределения компонент индуцированной спиновой плотности как функции координаты  $x$  на периоде сверхрешётки и отношения  $\alpha/\beta$  при фиксированном слабом электрическом поле  $E_x = 50$  В/см и тех же остальных параметрах задачи, что на рис.20. Точка «А» на графиках отвечает отношению  $\alpha/\beta = 1.6$  на рис.17. При сравнимых амплитудах вкладов Рашба и Дрессельхауза амплитуды всех компонент спиновых текстур достигают максимального значения.

Из анализа представленных на рис.20 и рис.21 результатов моделирования спиновых текстур можно сделать вывод, что вместе с варьированием внешнего электрического поля  $E_x$  управление отношением  $\alpha/\beta$  вкладов Рашба и Дрессельхауза, например, через управление параметром  $\alpha$  с помощью поля затвора [3, 14], открывает новые способы в работе со спиновыми степенями свободы электронного и дырочного газа в наноструктурах.

#### Вопросы и задачи к главе 4

- 4.1. Влияет ли учёт спиновой степени свободы и двухкомпонентное представление волновых функций на вывод и форму кинетического уравнения (4.1) для функции распределения?
- 4.2. Каким образом влияет вид и величина параметра спин-орбитального взаимодействия (а) на вольтамперную характеристику на рис. 19 (а) и (б) на средние значения компонент индуцированного спина на рис. 19 (б) ?
- 4.3. Почему  $x$ - и  $y$ - компоненты спиновой плотности на рис.20 существенно отличны от нуля лишь при одновременном наличии вкладов Рашба и Дрессельхауза в спин-орбитальное взаимодействие?
- 4.4. Как может качественно измениться результат для индуцированной спиновой плотности на рис.20 и рис.21, если уровень Ферми на рис.18 будет лежать в области, значительно превышающей 10 мэВ, т.е. в высоко расположенных зонах энергии в сверхрешётке?

## **Глава 5. Магнитооптические свойства сверхрешёток со спин-орбитальным взаимодействием**

Вопросы взаимодействия излучения с веществом всегда занимали одно из центральных мест в физике конденсированного состояния, в том числе в физике полупроводников [1] и в спинтронике [2-5]. Развитие спинтроники в последние годы сделало актуальное исследование задач о влиянии электромагнитного излучения на спиновые свойства носителей заряда в гетероструктурах, и в настоящее время интенсивно исследуются возможности оптического управления спиновыми свойствами электронов [15,32,33]. В частности, было предсказано появление неравновесной спиновой плотности и спиновых токов при оптическом возбуждении носителей в квантовых ямах, где существенную роль играет спин-орбитальное взаимодействие [33]. Описанные в предыдущих главах системы с двумерным электронным газом, в котором существенную роль играет СОВ, а также присутствует периодический потенциал сверхрешётки, характеризуются типичными значениями расстояний по шкале энергий между различными энергетическими минимумами, лежащими в интервале 5–20 мэВ. Этот интервал отвечает так называемому терагерцовому диапазону частот электромагнитного излучения (1 терагерц =  $10^{12}$  Гц), который в настоящее время привлекает значительное внимание как в фундаментальных, так и в прикладных задачах. Таким образом, становится понятной мотивация в исследовании задачи о возможной генерации и свойствах возбуждённой неравновесной спиновой плотности в одномерной сверхрешётке с СОВ Рашба. В этой главе мы обсудим основные результаты наших работ [34,35], посвящённых исследованию влияния электромагнитного излучения различной поляризации на квантовые состояния и связанные с этим магнитооптические эффекты как в одномерной сверхрешётке без магнитного поля [34], так и в двумерной сверхрешётке, находящейся в сильном магнитном поле [35].

### **5.1. Генерация неравновесной спиновой плотности в сверхрешётке при воздействии электромагнитным излучением**

Вначале мы рассмотрим задачу о формировании пространственно неоднородных распределений спиновой плотности, или спиновых текстур, в уже рассматривавшейся в предыдущих трёх главах системе с двумерным электронным газом с сильным СОВ, находящимся в периодическом электрическом поле одномерной сверхрешётки. Будем работать с типичным примером квантовых состояний электронов в сверхрешётке с периодом  $a = 60$  нм и амплитудой периодического потенциала  $V_0 = 10$  мэВ, в которой имеется двумерный электронный газ из гетероструктуры на

основе InAs с  $m = 0.036m_0$  и большой величиной параметра Рашба  $\alpha = 2 \cdot 10^{-2} \text{эВ} \cdot \text{нм}$  (в данной задаче мы не рассматриваем вклад от СО-взаимодействия Дрессельхауза). Пример энергетического спектра минизон в такой сверхрешётке показан на рис.22 [34]. Стрелкой на нём изображена также энергия кванта электромагнитного излучения, рассматриваемая в данной задаче, которая вызывает эффективные переходы между двумя низшими минизонами, образованными наличием СО-взаимодействия Рашба.

Неравновесное распределение компонент спиновой плотности  $S_i(x, y)$  на периоде сверхрешетки при воздействии на двумерный электронный газ электромагнитного излучения с амплитудой  $E_\omega$  на частоте  $\omega$  и поляризацией  $\mathbf{e} = (e_1, e_2, e_3)$  может быть найдено в рамках теории возмущений по формуле [33,34]

$$S_i(x, y) = \frac{\pi e^2 E_\omega^2}{\omega^2} \int d^2k \sum_{jl} \xi_i^{jl}(\mathbf{k}) \overline{e_j} e_l, \quad (5.1)$$

где черта означает комплексное сопряжение, а функция  $\xi_i^{jl}(\mathbf{k})$  в системе единиц с  $\hbar = 1$  имеет следующий вид:

$$\xi_i^{jl}(\mathbf{k}) = \sum_{c, m, m'} (\psi_{m'}^+ \sigma_i \psi_m) \overline{v_{m'c}^j} v_{mc}^l [\delta(\omega_{mc}(\mathbf{k}) - \omega) + \delta(\omega_{m'c}(\mathbf{k}) - \omega)]. \quad (5.2)$$

В этом выражении  $\omega_{mc} = E_m - E_c$  обозначают частоты переходов между минизонами, а операторы скорости вычисляются по формуле  $v^i = \partial H / \partial k_i$  и определяются выражением (3.10). Отметим, что в данной задаче будет рассматриваться отклик электронной системы на достаточно мощное электромагнитное излучение, поэтому мы в выражении (5.1) воспользовались формулой работы [33] с откликом, квадратичным по амплитуде возмущающего электрического поля в падающем излучении.

При расчете спиновой плотности  $S_i(x)$  в данной задаче было обнаружено, что в интересующем нас диапазоне излучений и параметров электронного газа появляются эффективные переходы между минизонами в спектре на рис.22, что приводит к формированию неоднородных пространственных распределений возбужденной спиновой плотности, периодичных с периодом сверхрешётки.

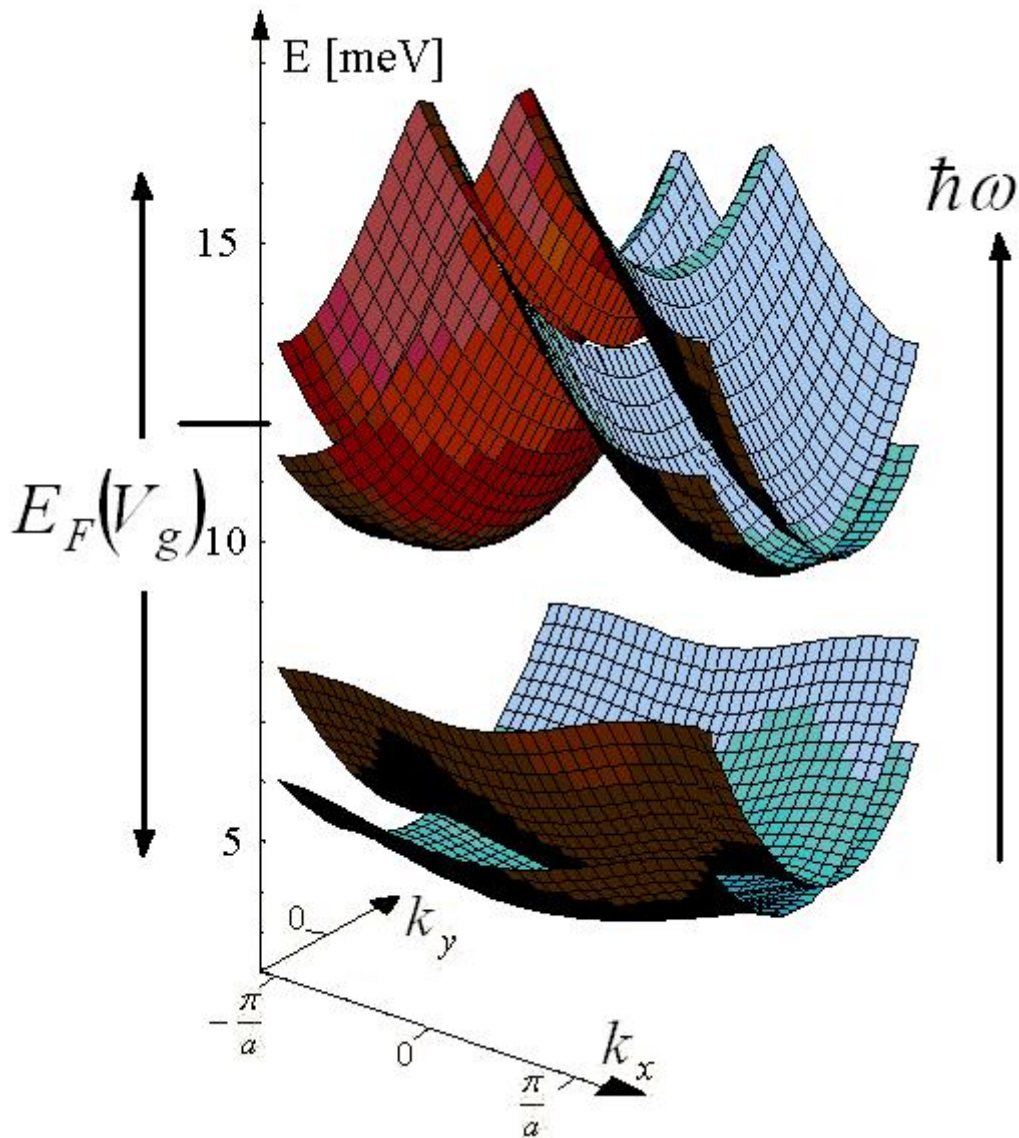


Рис.22. Энергетический спектр электронов в сверхрешетке с периодом  $60\text{nm}$  на основе InAs с эффективной массой  $0.036 m_0$  и параметром спин-орбитального взаимодействия Рашба  $\alpha = 2 \cdot 10^{-2} \text{эВ} \cdot \text{нм}$ , в поле периодического потенциала (2.2) с амплитудой  $10\text{мэВ}$ .

Наиболее интересным является то, что форма самого распределения для различных компонент  $S_i(x)$  зависит в том числе и от положения уровня Ферми в электронном газе. Так, на рис.23 представлены примеры такого распределения как векторного поля  $(S_x(x), S_z(x))$  для излучения, линейно поляризованного в направлении сверхрешетки и циркулярно поляризованного в плоскости гетероструктуры. Как и в задаче рассеяния, обсуждавшейся в главе 3, пространственная симметрия системы приводит к тому, что индуцированная спиновая плотность  $(S_x(x), S_z(x))$  имеет лишь  $x$ - и  $z$ -компоненты, и зависит только от координаты  $x$  на периоде сверхрешётки. Интенсивность рассматриваемого излучения находится в пределах  $0.3 \text{Вт}/\text{см}^2$ , что является доступным и используется в

современной экспериментальной технике изучения оптических свойств наноструктур [27], хотя в тоже время является достаточно большой величиной, требующей для описания своего влияния использования специального выражения (5.1). Амплитуда индуцированной спиновой плотности на рис.23 пропорциональна поверхностной плотности оптически возбужденных носителей заряда, которую по данным экспериментов можно оценить в  $10^{10}...10^{11}$  см<sup>-2</sup> [27]. Различные участки на рис.23, расположенные сверху вниз, отвечают различным значениям уровня Ферми двумерного электронного газа, положением которого, как известно, можно управлять при изменении напряжения на затворе гетероструктуры [3, 26], что говорит о возможности управляемого использования описываемых эффектов. При низко лежащем уровне Ферми (верхние графики на рис.23) возбужденная спиновая плотность имеет сравнительно низкую амплитуду в силу малого числа переходов из-за низкого фактора заполнения. Сходная картина наблюдается и для больших значений энергии Ферми (нижние графики на рис.23), что объясняется заполнением обеих групп близко расположенных энергетических минизон на рис.22 и наличием переходов в основном в вышележащие минизоны, интенсивность которых для рассматриваемых параметров излучения ниже. Как видно на рис.23, наиболее эффективно спиновая плотность может быть возбуждена при положении уровня Ферми между двумя группами минизон на рис.22. Указанные значения энергии Ферми в верхней электронной зоне размерного квантования являются типичными для реальных наноструктур.

Таким образом, описываемая в этом параграфе модель предсказывает магнитооптические свойства, которые представляется перспективными для экспериментальной реализации механизма управления спиновыми степенями свободы в наноструктурах со спин-орбитальным взаимодействием с помощью воздействия электромагнитным излучением терагерцового диапазона.

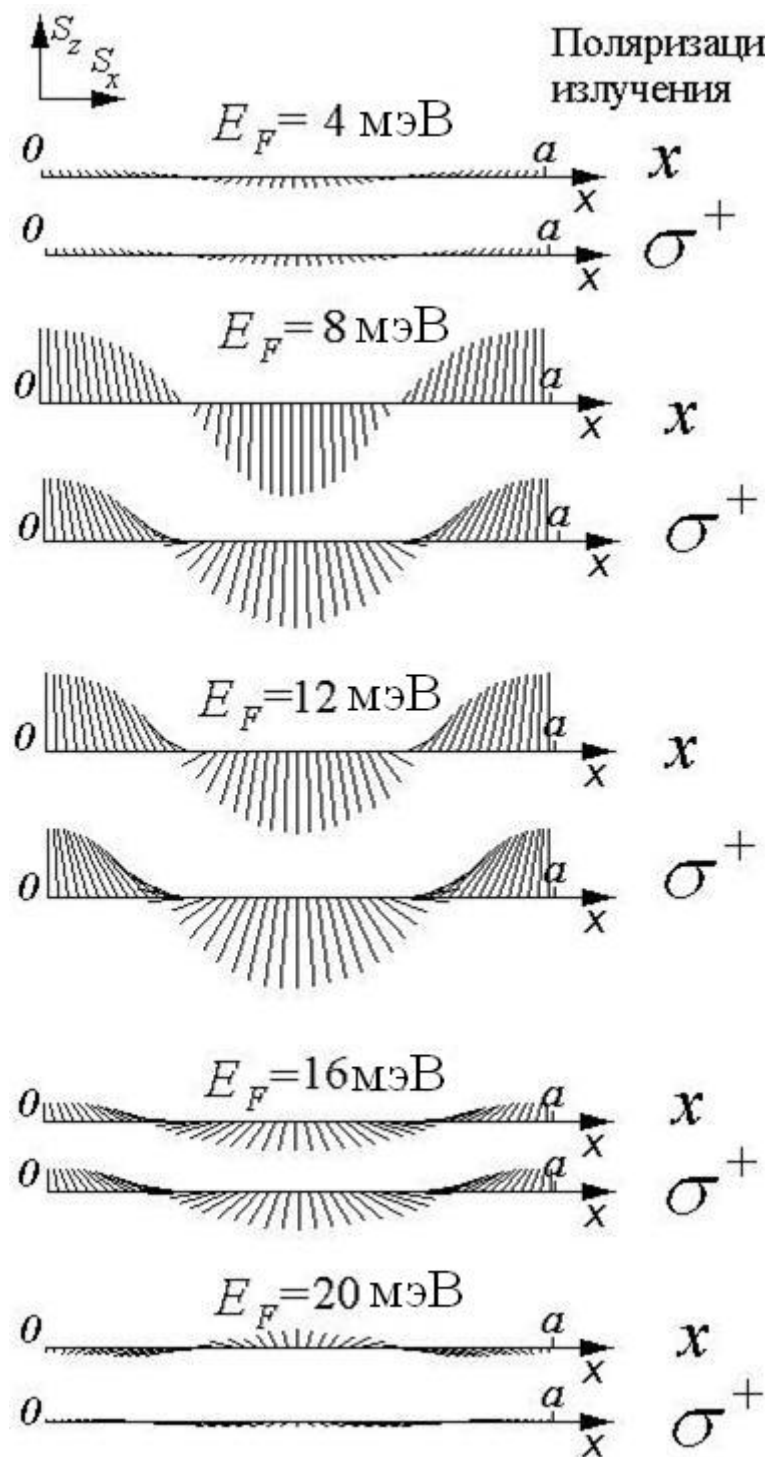


Рис.23. Распределение возбуждённой спиновой плотности как векторного поля  $(S_x(x), S_z(x))$  для линейно и циркулярно поляризованных электромагнитных волн при различных значениях уровня Ферми электронного газа в сверхрешетке со спин - орбитальным взаимодействием.



## 5.2. Двумерная сверхрешётка в магнитном поле: расчёт углов вращения Керра, Фарадея, и индуцированной спиновой плотности

Одним из кандидатов на роль структур с нетривиальными магнитооптическими свойствами, связанными со спином носителей заряда, является электронный газ в двумерной сверхрешётке, в том числе на основе структур с GaAs и InGaAs с сильным СОВ, помещённых в квантующее магнитное поле. Известно, что в таких структурах сложная фрактальная структура энергетического спектра приводит к нетривиальному характеру протекания многих физических явлений, в том числе к необычному характеру квантования холловской проводимости [36, 37] и к интересной структуре магнитопоглощения для переходов между магнитными минизонами в электронном спектре [38]. В то же время другие магнитооптические свойства подобных структур, в том числе поведение диэлектрического отклика и протекание ряда эффектов, таких как эффекты Керра и Фарадея, до сих пор оставались мало исследованными. При этом следует отметить, что интерес к функциям диэлектрического отклика в структурах с СОВ, индуцированного внешним электромагнитным полем, выявил ряд интересных свойств, в том числе при экспериментальном исследовании полярного эффекта Керра [39]. Следует отметить, что в двумерных структурах протекание и расчёт эффектов Керра и Фарадея имеет свои особенности, связанные прежде всего со свойствами недиагональных компонент тензора высокочастотной проводимости [40]. Кроме того, обсуждаемая в предыдущем параграфе задача [34] показала, что облучение электромагнитным полем терагерцового диапазона способно вызывать в сверхрешётках с сильным СОВ на основе InAs и GaAs появление неравновесного отклика в форме спиновой поляризации и без внешнего постоянного магнитного поля. Естественно поэтому задаться вопросом о том, каким образом скажется на магнитооптических свойствах одновременное наличие квантующего магнитного поля, СО-взаимодействия, и двумерного периодического потенциала сверхрешётки.

В этом параграфе мы опишем основные результаты работы [35], посвящённой исследованию частотной зависимости углов вращения Фарадея и Керра (в режиме полярного эффекта Керра [1, 41, 42]), выраженных через компоненты тензора динамической проводимости, а также индуцированной спиновой плотности в сверхрешётке, образующихся под воздействием внешнего линейно поляризованного терагерцового излучения. Более подробно со свойствами квантовых состояний, а также транспортными и магнитооптическими характеристиками электронного газа с СОВ в двумерных сверхрешётках, помещённых в сильное магнитное поле, читатель может ознакомиться в учебных пособиях [3, 43].

Мы начнём с краткого описания квантовых состояний электронного газа в данной задаче [36 – 38]. Гамильтониан  $H_0$  исследуемой структуры с эффективной массой электрона  $m^*$ , помещённой в постоянное магнитное поле  $H_z$  с векторным потенциалом  $\mathbf{A} = (0, H_z x, 0)$  содержит, наряду с зеемановским слагаемым, вклад от спин-орбитального взаимодействия Рашбы и от периодического потенциала сверхрешётки  $V(x, y) = V_0 \left( \cos \frac{2\pi x}{a} + \cos \frac{2\pi y}{a} \right)$ , и записывается в виде

$$H_0 = \frac{(\mathbf{p} - e\mathbf{A}/c)^2}{2m^*} + \frac{\alpha}{\hbar} [\mathbf{z} \times \vec{\sigma}] (\mathbf{p} - e\mathbf{A}/c) - \frac{1}{2} g \mu_B H_z \sigma_z + V(x, y) \quad (5.3)$$

Собственная функция гамильтониана (5.3) представляет собой двухкомпонентный спинор, удовлетворяющий граничным условиям Пайерлса, зависящим от числа квантов магнитного потока  $p/q$  через элементарную ячейку сверхрешётки. Спектр  $E_n(\mathbf{k})$  представляет собой систему  $2q$  подзон (с учётом спинового расщепления), причём в выбранной калибровке магнитная зона Бриллюэна имеет вид  $-\pi/qa \leq k_x \leq \pi/qa$ ,  $-\pi/a \leq k_y \leq \pi/a$ . Фрагмент энергетического спектра, состоящего из систем магнитных подзон, показан на рис.24 для двумерного электронного газа в гетероструктуре на основе GaAs/InGaAs с  $m^* = 0.05 m_0$ ,  $g = -4$ ,  $a = 80$  нм,  $V_0 = 1$  мэВ,  $p/q = 4/1$ ,  $\alpha = 2.5 \cdot 10^{-9}$  эВ·см, где область энергий вблизи рассматриваемого ниже случая расчетов для числа квантов магнитного потока  $p/q = 4/1$  отмечена стрелкой.

Воздействие внешнего электромагнитного поля волны с частотой  $\omega$  терагерцового диапазона, отвечающего переходам между подзонами (вблизи стрелки на рис.24), описывается гамильтонианом для возмущения от электромагнитного поля плоской волны с векторным потенциалом  $\mathbf{A}_w = \mathbf{x} A_0 \exp(i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}))$ , включающим и спин-орбитальное слагаемое (подробнее см [38]). Расчёт измеримых магнитооптических величин, индуцированных полем волны, начинается с вычисления компонент тензора проводимости  $\sigma_{ij}$ , которые имеют вид [39 – 42]

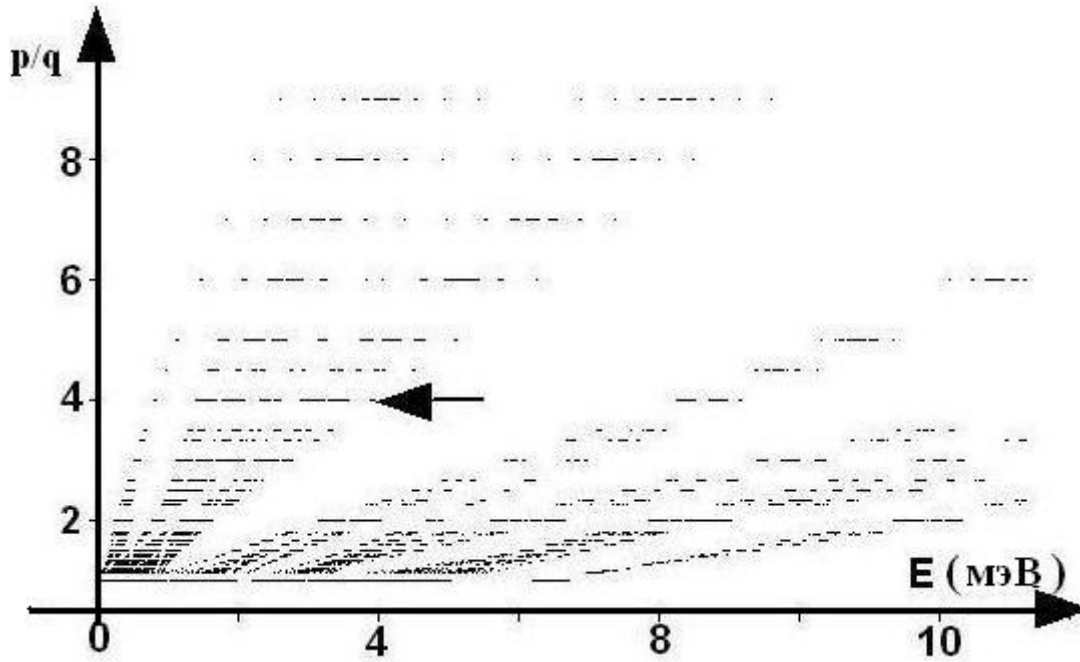


Рис. 24. Фрагмент энергетического спектра, состоящего из систем магнитных подзон. Область энергий вблизи рассматриваемого ниже числа квантов магнитного потока  $p/q = 4/1$  отмечена стрелкой.

$$\sigma_{ij}(\omega) = \frac{e^2}{8\pi\hbar\omega} \sum_{\mathbf{k}, \mu, \nu} v_{\mathbf{k}\mu\nu}^i v_{\mathbf{k}\nu\mu}^i f_{\mathbf{k}\mu} (1 - f_{\mathbf{k}\nu}) \delta(E_{\mathbf{k}\nu} - E_{\mathbf{k}\mu} - \hbar\omega), \quad (5.4)$$

где при работе с двухкомпонентными волновыми функциями – спинорами операторы скорости, как это уже обсуждалось выше, являются матрицами второго порядка. Частотная зависимость тензора динамической проводимости представляет и самостоятельный интерес, поскольку её компоненты могут быть измерены в экспериментах. Кроме того, известно, что компоненты тензора проводимости вместе с показателем преломления InGaAs  $n_s = 3.4$  определяют и величины угла поворота плоскости поляризации в полярных эффектах Керра и Фарадея. Воспользуемся выражениями для этих углов, полученными в работе [42] для двумерного электронного газа в гетероструктуре с толщиной  $d$ , которые в предельном случае  $d \rightarrow 0$  переходят в результаты работы [40]:

$$\theta_F = \left( \frac{\text{Re}(\sigma_{xy})}{\sigma_{xx}} \right) \left[ 1 + \frac{(n_s+1)}{d \cdot \sigma_{xx}/c} \right]^{-1}, \quad (5.5)$$

$$\theta_K = \left( \frac{\text{Im}(\sigma_{xy})}{\sigma_{xx}^2} \right) \left( -\frac{2}{d/c} \right) \left[ 1 + \frac{(n_s+1)}{d \cdot \sigma_{xx}/c} \right]^{-1} \left[ 1 + \frac{(n_s-1)}{d \cdot \sigma_{xx}/c} \right]^{-1}. \quad (5.6)$$

Результаты наших расчётов углов Фарадея и Керра по формулам (5.5) и (5.6) для случая  $p/q=4/1$  показаны на рис.25 для терагерцового частотного диапазона поля волны, отвечающего эффективным переходам между магнитными подзонами в области спектра, показанного на рис.24 стрелкой.

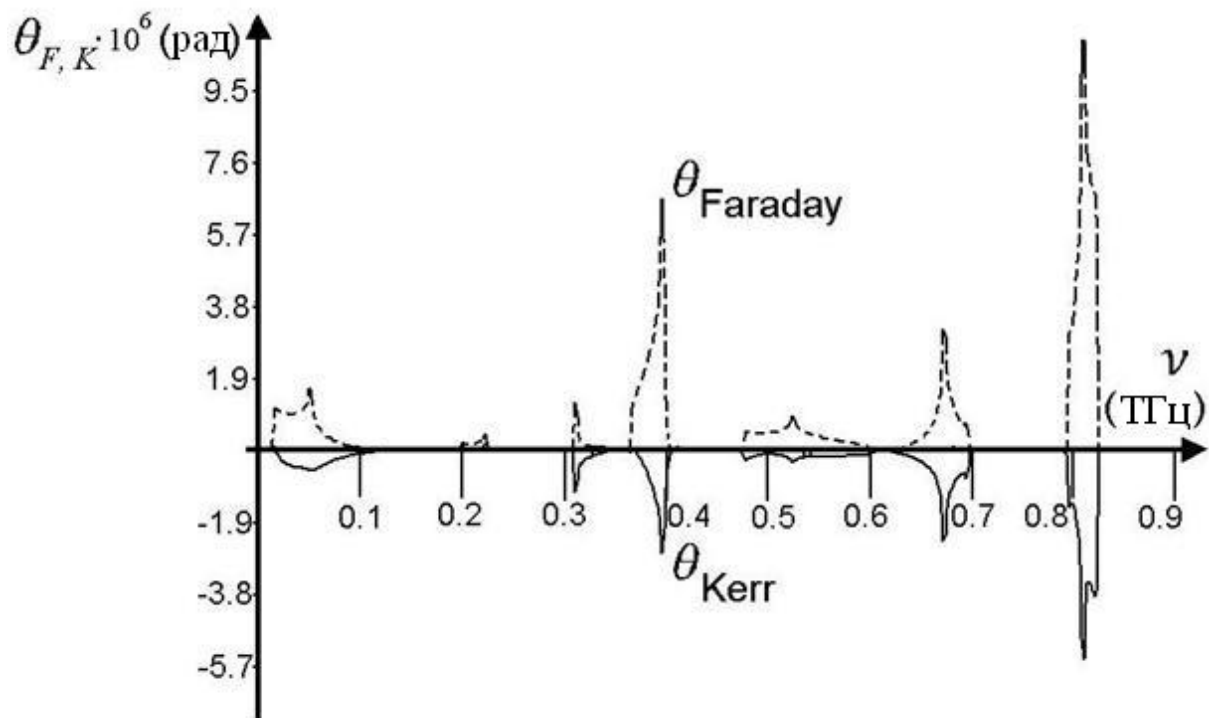


Рис.25. Частотные зависимости индуцированных угла Фарадея (верхняя штрихпунктирная линия) и угла Керра (нижняя сплошная линия) в двумерном электронном газе с энергетическим спектром на рис.24. Данные зависимости могут быть непосредственно измерены в экспериментах. Максимумы углов отвечают особенностям Ван Хова плотности состояний в магнитных подзонах, а доминирующая противоположность в знаках углов Керра и Фарадея отвечает преобладанию отражения и поглощения, соответственно.

Максимумы углов на рис.25 отвечают энергии кванта внешнего поля  $\hbar\omega$ , равной разности энергий вблизи центров магнитных подзон, где имеют место особенности Ван Хова для плотности состояний. Это может служить хорошим инструментом при экспериментальном исследовании сложного фрактального спектра на рис.24. Второй особенностью, заметной на рис.25, является доминирующая противоположность в знаках углов Керра и Фарадея, обусловленная преобладанием отражения и поглощения в этих эффектах соответственно, что приводит к соответственной смене знака фазы вектора электрического поля и к дополнительному повороту угла.

Рассмотрим, наконец, пространственное распределение компонент спиновой плотности в ячейке сверхрешётки, которое индуцируется

падающим электромагнитным излучением. Для её расчёта в рамках теории Кубо (теории линейного отклика) можно воспользоваться следующими соотношениями, которые по аналогии с выводом формулы для тензора проводимости (5.4) дают следующий результат:

$$S_i^j(x, y, \omega) = \frac{e E_0}{8\pi\hbar m^* \omega} \sum_{\mathbf{k}, \mu, \nu} \left( \begin{array}{c} s_{\mathbf{k}\mu\nu}^i(x, y) v_{\mathbf{k}\nu\mu}^i \times \\ \times f_{\mathbf{k}\mu} (1 - f_{\mathbf{k}\nu}) \delta(E_{\mathbf{k}\nu} - E_{\mathbf{k}\mu} - \hbar\omega) \end{array} \right), \quad (5.7)$$

где матричная функция

$$s_{\mathbf{k}\mu\nu}^i(x, y) = \psi_{\mathbf{k}\mu}^+(x, y) \sigma_i \psi_{\mathbf{k}\nu}(x, y) \quad (5.8)$$

имеет смысл межзонного матричного элемента оператора спиновой плотности. Здесь второй индекс  $j$  у спиновой плотности с  $i$ -й компонентой отражает поляризацию падающего электромагнитного излучения с вектором электрического поля вдоль  $j$ -й оси координат. Поскольку сейчас мы будем рассматривать случаи с существенно более низкими мощностями падающего излучения, чем в предыдущем параграфе, можно ограничиться линейным приближением по напряжённости электрического поля в выражении (5.7). Из этого выражения также видно, что рассчитываемая спиновая плотность является интегральной величиной, куда вносят вклад все возможные переходы между состояниями, расположенными под и над уровнем Ферми соответственно. Это означает, что рассчитанная спиновая плотность является устойчивой к различным неоднородностям, дефектам и т.д. характеристикой данной структуры и происходящих в ней процессов взаимодействия с электромагнитным излучением. В этом заключается ещё одна причина, по которой мы ограничиваемся в приближении (5.7) случаем с бесконечно большим временем релаксации импульса или энергии, и не рассматриваем многочастичные эффекты в рамках теории функций Грина [3, 7].

На рис. 26 показан пример распределения компонент спиновой плотности в ячейке сверхрешётки, которые индуцируются линейно поляризованным вдоль оси  $x$  электромагнитным излучением с мощностью  $1 \text{ мВт/см}^2$ , что является достаточно типичной и относительно небольшой мощностью для современных экспериментов с наноструктурами. Можно видеть, что масштаб пространственных неоднородностей спиновой плотности соизмерим с размером ячейки сверхрешётки, а значительная величина амплитуды изменения спиновой плотности делает возможным её экспериментальное наблюдения.

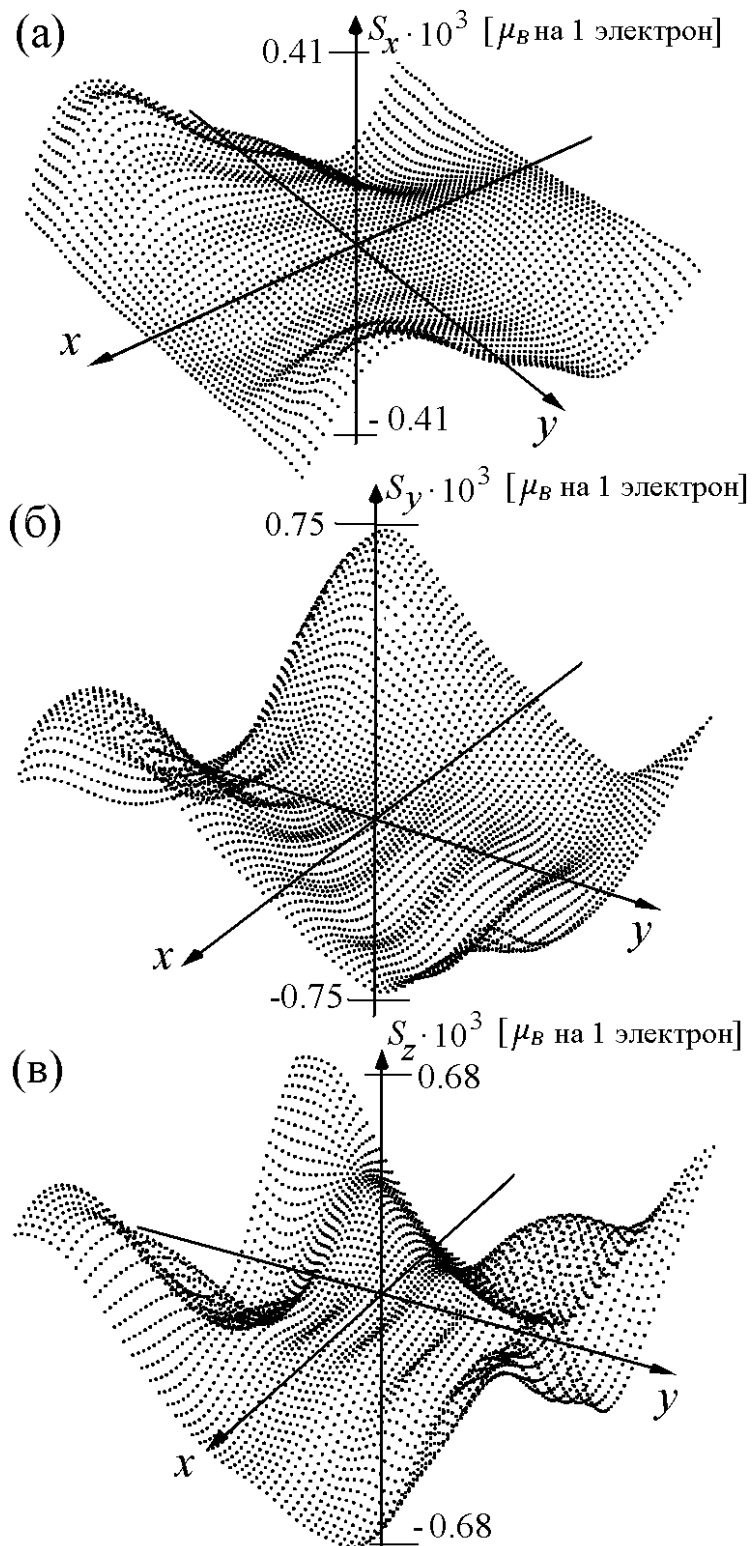


Рис. 26. Пространственное распределение (а)  $x$ - (б)  $y$ - и (в)  $z$ - компонент спиновой плотности в одной ячейке двумерной сверхрешётки, показанное как относительная поляризация электронного газа в магнетонах Бора на один электрон. Излучение является линейно поляризованным вдоль оси  $x$  и имеет мощность  $1 \text{ мВт/см}^2$ . Масштаб пространственных неоднородностей спиновой плотности соизмерим с размером ячейки сверхрешётки, а значительная величина амплитуды изменения спиновой плотности делает возможным её экспериментальное наблюдения.

Подводя итог обсуждаемым в этой главе вопросам, можно сказать, что электромагнитное излучение как в отсутствие, так и при наличии постоянного магнитного поля приводит к отличным от нуля и пространственно неоднородным распределениям компонент спиновой плотности, которые могут быть обнаружены, например, магнитно чувствительным зондом при сканировании поверхности сверхрешётки, и далее использованы для управления спиновыми степенями свободы под действием внешнего источника электромагнитного излучения. Описанные в этой главе результаты имеют, таким образом, как фундаментальное, так и прикладное значение для развития физики конденсированного состояния, спинтроники и нанофотоники.

### Вопросы и задачи к главе 5

- 5.1. Почему качественный вид индуцированной спиновой плотности на рис.23 почти одинаков как для линейно поляризованного, так и для циркулярно поляризованного излучения?
- 5.2. Как может измениться качественный вид распределений спиновой плотности на рис.23 при совместном учёте вкладов Рашба и Дрессельхауза в спин-орбитальное взаимодействие?
- 5.3. Почему в частотной зависимости углов вращения Керра и Фарадея на рис.25 эти величины почти всюду имеют схожие амплитуды и противоположный знак?
- 5.4. Каких качественных изменений на графике для углов вращения Керра и Фарадея на рис.25 и индуцированной спиновой плотности на рис.26 можно ожидать, если рассматривать эти величины при другом, большем значении числа квантов магнитного потока по сравнению с  $p/q = 4/1$ , отмеченном стрелкой на рис.24 ?

## Глава 6. Пространственная и спиновая динамика в двойной квантовой яме со спин-орбитальным взаимодействием

После рассмотрения в предыдущих главах некоторых статических, т.е. не зависящих от времени свойств наноструктур с СОВ, представляется естественным перейти к исследованию динамических задач, где зарядовые и спиновые степени свободы эволюционируют во времени, в том числе и под действием управляющих внешних полей. Одним из возможных приложений таких задач является реализация принципиально новых схем обработки информации, в том числе для перспективных квантовых компьютеров [45]. Хорошо известно, что пространственная динамика в квантовых системах с достаточно сложным спектром при наличии внешних воздействий может, по аналогии с классической механикой, демонстрировать переход к нерегулярной, хаотической эволюции, что получило название квантового хаоса [46], а также проявлять нетривиальную динамику в гильбертовом пространстве квантовых состояний, получившую название квантовой диффузии Арнольда [47]. Представляет большой интерес выяснить, каким образом квантовая динамика системы отражает наличие в ней СО-взаимодействия, каково взаимное влияние эволюции заряда и спина, и каким образом можно воздействовать на динамику спиновых и зарядовых степеней свободы в наноструктурах, где они связаны друг с другом через СОВ. В данной главе будет рассмотрен ряд динамических задач в одномерной структуре с двойной квантовой ямой, моделирующей, к примеру, две взаимодействующие квантовые точки, разделённые барьером.

До настоящего времени задача о классической [48] и квантовой [49, 50] динамике частицы в одномерном потенциале с двойной ямой, моделирующем потенциальную энергию в системе двух квантовых точек, подробно исследована лишь в отсутствие СО-взаимодействия. Спиновые же свойства частицы рассматривались в основном в задачах с внешним магнитным полем, а СОВ в системе двух квантовых точек со степенным потенциалом не учитывалось. Можно отметить работы, где рассматривался учет его влияния на стационарные свойства системы двух параболических ям [51] и системы с двумя прямоугольными ямами, разделёнными барьером [52].

В последние годы задачи о динамике и управляемой эволюции заряда и спина в наноструктурах интенсивно исследуются не только в теоретических, но и в экспериментальных работах. Особенно большое внимание в силу относительной простоты реализации и наблюдения уделяется экспериментам с периодическим внешним возмущением в форме гармонического электрического поля, которое в системах со спин-орбитальным взаимодействием вызывает осцилляции спиновых проекций, известные как осцилляции Раби [53]. Так, на рис.27 показана схема



эксперимента и результаты по наблюдению модулированного во времени пропускания тока через структуру с двойной квантовой ямой (квантовой точкой) на основе GaAs [54], а недавно – и на основе InAs [55]. Модуляция величины тока в этих экспериментах связывается с осцилляциями Раби, когда в зависимости от проекции спина электрона в соседних ямах ток через структуру меняет свою амплитуду. Результаты эксперимента показали линейную связь между частотой осцилляций Раби и амплитудой периодического электрического поля, что согласуется с теоретическими представлениями в области малых амплитуд возмущающего электрического поля [53].

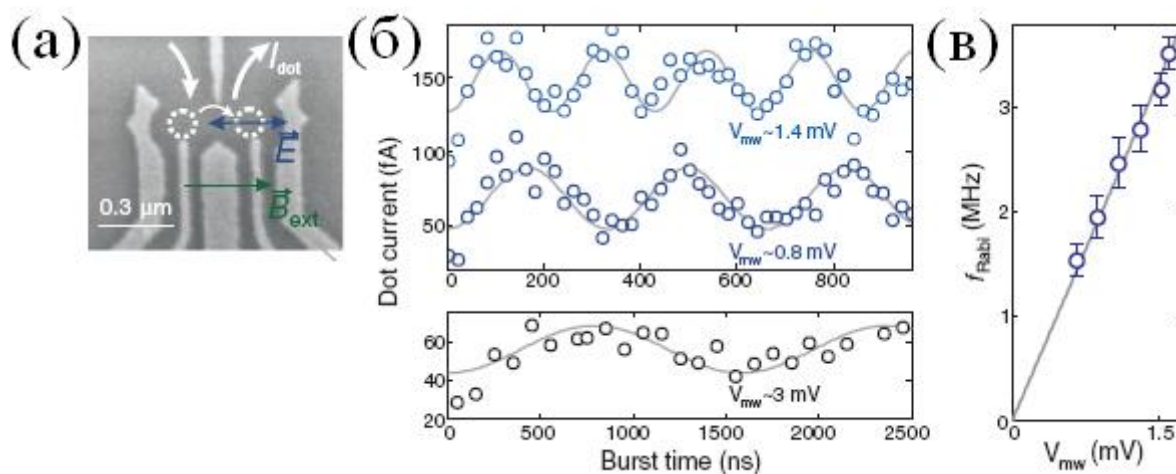


Рис.27. Результаты экспериментальной работы [54] об исследовании осцилляций Раби в двойной квантовой яме с СОВ. (а) Схема исследуемой структуры с двойной квантовой ямой на основе GaAs (с двойной квантовой точкой, области квантовых точек показаны кружками), (б) результаты по наблюдению модулированного во времени пропускания тока и (в) следующая из неё зависимость частоты Раби осцилляций спина. Модуляция величины тока связывается с переверотом спина при осцилляциях Раби, когда в зависимости от проекции спина электрона в соседних ямах ток через структуру меняет свою амплитуду. Результаты эксперимента показали линейную связь (на рис.(в)) между частотой осцилляций Раби и амплитудой периодического электрического поля.

Несмотря на качественную простоту явлений типа осцилляций Раби, их количественная теория в широких классах наноструктур, особенно в сильных электрических полях, к настоящему времени ещё не построена. В этой главе будут описаны несколько оригинальных работ, посвящённых динамике зарядовых и спиновых степеней свободы в системе из одномерной двойной квантовой ямы со спин-орбитальным взаимодействием в магнитном поле, что моделирует структуру из двух близко расположенных и взаимодействующих друг с другом квантовых точек. Такая геометрия является весьма популярной и перспективной при построении элементов будущих квантовых компьютеров (кубитов). Для

того, чтобы лучше понять динамику средних значений электронных и спиновых переменных величин, вначале в параграфе 6.1 будет рассказано о квазиклассической модели динамики в широкой двойной яме с высоким барьером, где квантовые эффекты туннелирования пренебрежимо малы. Далее в параграфе 6.2 будут изложены основные результаты задачи об динамике заряда и спина в более узкой двойной квантовой яме с низким барьером, где вся эволюция носит существенно квантовый характер, и рассматривается вначале на примере динамики под действием коротких и мощных импульсов электрического поля. Наконец, в параграфах 6.3 – 6.5 будут рассмотрены некоторые недавние результаты активно разрабатываемой в настоящее время области задач с периодическим внешним электрическим полем, где на основе теории Флоке оказывается возможным показать наличие и установить свойства осцилляций Раби при различных параметрах наноструктуры и внешнего электрического поля.

### 6.1. Квазиклассическое описание связанной динамики заряда и спина

В этом параграфе мы обсудим постановку задачи и основные результаты нашей работы [56], посвящённой изучению квазиклассической пространственной и спиновой динамики в одномерной системе из двух квантовых точек при наличии СО-взаимодействия Дрессельхауза в форме вклада в гамильтониан  $\beta\sigma_x k_x$ , при наличии постоянного магнитного поля  $B_z$  и переменного электрического поля  $E(t)$ . Гамильтониан задачи в этом случае в системе единиц с  $\hbar = 1$  будет иметь следующий вид:

$$H_{1D} = \frac{k_x^2}{2m} + \beta\sigma_x k_x + \frac{1}{2} g\mu_B \sigma_z B_z + U(x) - eE(t)x, \quad (6.1)$$

где одномерный потенциал системы двух квантовых точек с высотой барьера между ними  $U_0 = 25$  мэВ и расстоянием между их центрами  $2d = 200\sqrt{2}$  нм выбран нами в виде

$$U(x) = U_0 \left( -2(x/d)^2 + (x/d)^4 \right), \quad (6.2)$$

а его форма показана на рис.28. Частота малых колебаний вблизи дна одиночной потенциальной ямы в таком потенциале  $\omega_0 = 2\pi \cdot 0.79 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ , что отвечает интенсивно изучаемому в настоящее время терагерцовому диапазону в наноструктурах.

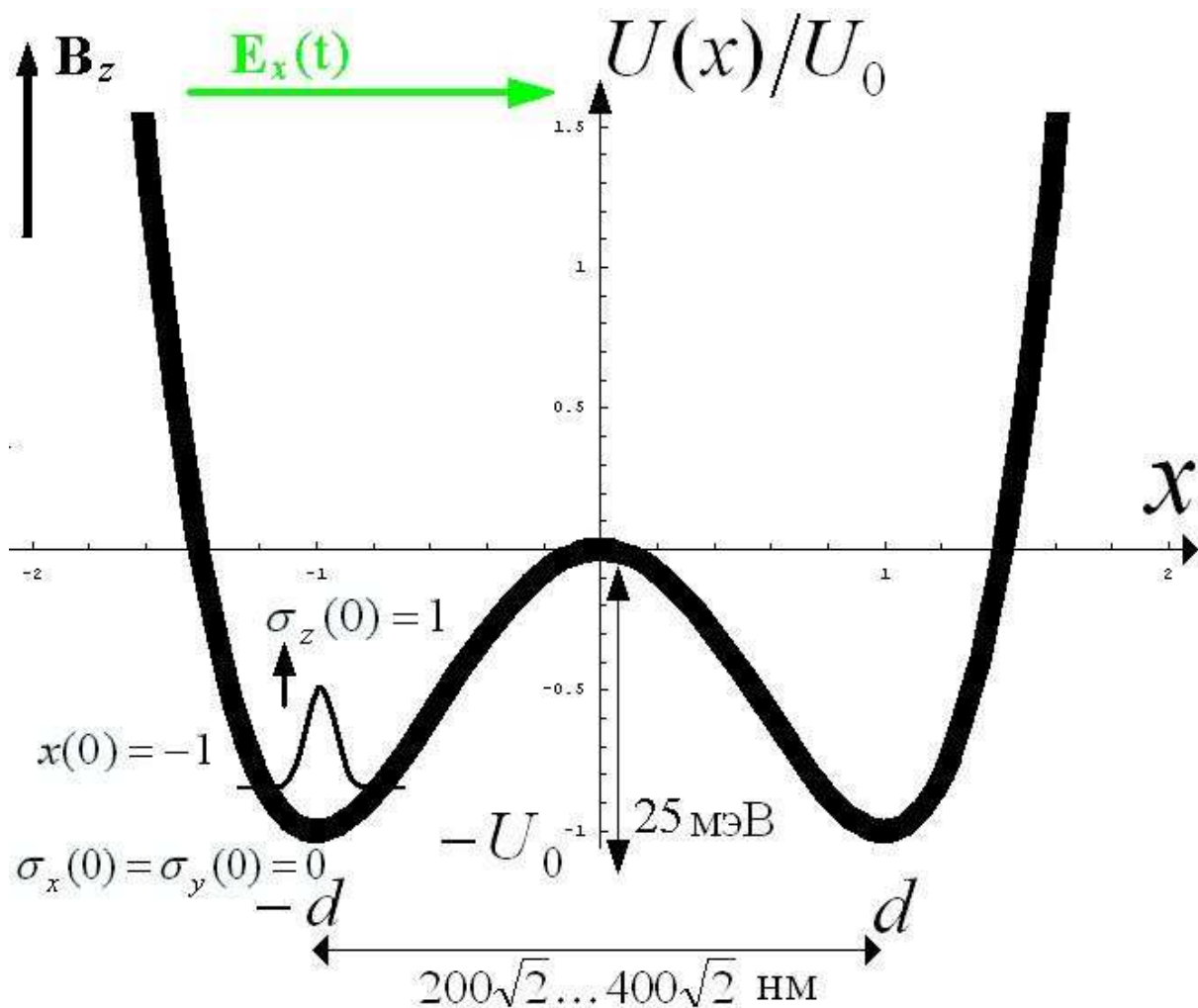


Рис.28. Схема одномерного потенциала (6.2), моделирующего систему двух взаимодействующих квантовых точек. Минимумы одиночных квантовых ям находятся на расстоянии  $2d$  друг от друга, высота барьера  $U_0 = 25$  мэВ. Система помещена в однородное магнитное поле  $B_z = 4$  Тл и переменное электрическое поле  $E_x(t)$  с амплитудой  $2 \dots 3$  кВ/см и частотой, равной частоте зеемановского спинового резонанса  $\omega = \omega_L = 2\pi \cdot 25 \cdot 10^9$  с $^{-1}$ , либо частоте колебаний вблизи дна одиночной ямы (при  $2d = 200\sqrt{2}$  нм)  $\omega = \omega_0 = 2\pi \cdot 0.79 \cdot 10^{12}$  с $^{-1}$ . Начальное положение частицы на дне левой ямы  $x(0) = -1$  с проекцией спина  $\sigma_z(0) = 1$ ,  $\sigma_x(0) = \sigma_y(0) = 0$ .

Если параметры нашей системы таковы, что характерный пространственный масштаб изменения потенциальной энергии много больше типичной длины волны де Бройля для электрона, а барьер для двойной квантовой ямы настолько широкий и высокий, что туннелирование через него сильно подавлено, то мы можем воспользоваться для описания динамики средних значений наблюдаемых

физических величин квазиклассическим приближением [6]. Эволюция среднего значения наблюдаемой величины  $X(t)$ , которой отвечает оператор  $X$ , в этом случае определяется коммутатором

$$\frac{dX}{dt} = i [H_{1D}, X], \quad (6.3)$$

что при учете релаксации импульса с характерным временем  $\tau_p$  приводит нас к следующей системе уравнений движения для пространственных и спиновых степеней свободы электрона с гамильтонианом (6.1):

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = \frac{p_x}{m} + \beta \sigma_x \\ \dot{p}_x = -\frac{\partial U}{\partial x} + eE(t) - \frac{p_x}{\tau_p} \\ \dot{\sigma}_x = -g\mu_B B_z \sigma_y \\ \dot{\sigma}_y = -2\beta p_x \sigma_z + g\mu_B B_z \sigma_x \\ \dot{\sigma}_z = 2\beta p_x \sigma_y \end{array} \right. \quad (5.4)$$

При рассматриваемых нами параметрах структуры (рис.28) число уровней энергии в яме ниже уровня барьера велико,  $N \geq 10$ , а поскольку барьер достаточно широкий, то туннелирование между левой и правой ямами, моделирующими квантовые точки, сильно подавлено. Эти обстоятельства позволяют нам использовать квазиклассический подход, основанный на исследовании системы уравнений (6.4). Мы рассматривали различные режимы эволюции решений системы (6.4) с начальными условиями

$$x(0) = -1 \text{ и } \sigma_x(0) = \sigma_y(0) = 0, \quad \sigma_z(0) = 1, \quad (6.5)$$

что отвечает положению частицы в левой квантовой яме со спином, направленным вверх. Вначале мы рассматривали воздействие электрического поля  $E(t)$  на частоте зеемановского спинового резонанса

$\omega_L = |g|\mu_B B_z$ , где в магнитном поле  $B_z = 4$  Тл и при  $\tau_p = 5$  пс для системы на основе GaAs с  $m = 0.067m_0$ , g-фактором электрона  $g = -0.45$  величина  $\omega = \omega_L = 2\pi \cdot 2.5 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ , а параметр Дрессельхауза имеет значение  $\beta = 0.2 \cdot 10^{-9} \text{ эВ} \cdot \text{см}$ . Было обнаружено, что частота Раби  $\Omega$  может быть найдена как

$$\Omega = \beta p_0, \quad \text{где} \quad p_0 = \frac{eE_0\omega_L}{\omega_0^2}. \quad (6.6)$$

Среднее значение проекции спина  $\sigma_z(t)$  осциллирует с частотой Раби (6.6), которая, таким образом, оказывается связанной с величиной максимального импульса частицы, что может быть использовано для установления новых механизмов управления спином и передачи информации. На рис.29(а) показан пример эволюции  $\sigma_z(t)$  на частоте Раби при частоте внешнего электрического поля, равной частоте зеемановского спинового резонанса  $\omega = \omega_L = 2\pi \cdot 2.5 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ , а на рис.29(б) изображен фазовый портрет для проекций спина  $\sigma_y$  и  $\sigma_z$  т.е. график их динамики, построенный в системе координат  $(\sigma_y(t), \sigma_z(t))$  для амплитуды электрического поля  $E_0 = 2.55 \text{ кВ/см}$ , когда электрон совершает колебания в потенциальной яме левой квантовой точки. Нами было обнаружено, что характер динамики меняется при  $E_0 = 2.6 \text{ кВ/см}$ , когда электрон уже может преодолеть потенциальный барьер. Во всех случаях вклад на частоте Раби в спектре ярко выражен при построении Фурье-преобразования  $|\sigma_z(\omega)|^2$ , показанного на вставке к рис.29(в).

Вторым важным и интересным случаем резонансной динамики является орбитальный резонанс, когда внешнее электрическое поле  $E(t)$  имеет частоту, равную частоте малых колебаний вблизи дна одиночной ямы  $\omega = \omega_0 = 2\pi \cdot 0.79 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$  (при значении параметра  $2d = 200\sqrt{2} \text{ нм}$ ). Расчёты показывают, что в этом случае для электрона оказывается возможным преодолеть потенциальный барьер с переворотом спина при тех же значениях электрического поля и в более широкой структуре с  $2d = 400\sqrt{2} \text{ нм}$ , как это показано на рис.30(а), где спектр  $|\sigma_z(\omega)|^2$  осцилляций проекции спина  $\sigma_z(t)$  имеет пик на частоте  $\omega_0 = 2\pi \cdot 0.395 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$  (вставка). Отметим, что фазовый портрет для динамики спиновых проекций  $(\sigma_y(t), \sigma_z(t))$  на рис.30(б) демонстрирует асимметрию, связанную с несимметричным характером потенциала  $U(x)$  относительно центра одиночной квантовой ямы (см. рис.28). Это обстоятельство наглядно иллюстрирует связанный характер эволюции пространственных и спиновых степеней свободы в наноструктурах с СОВ.

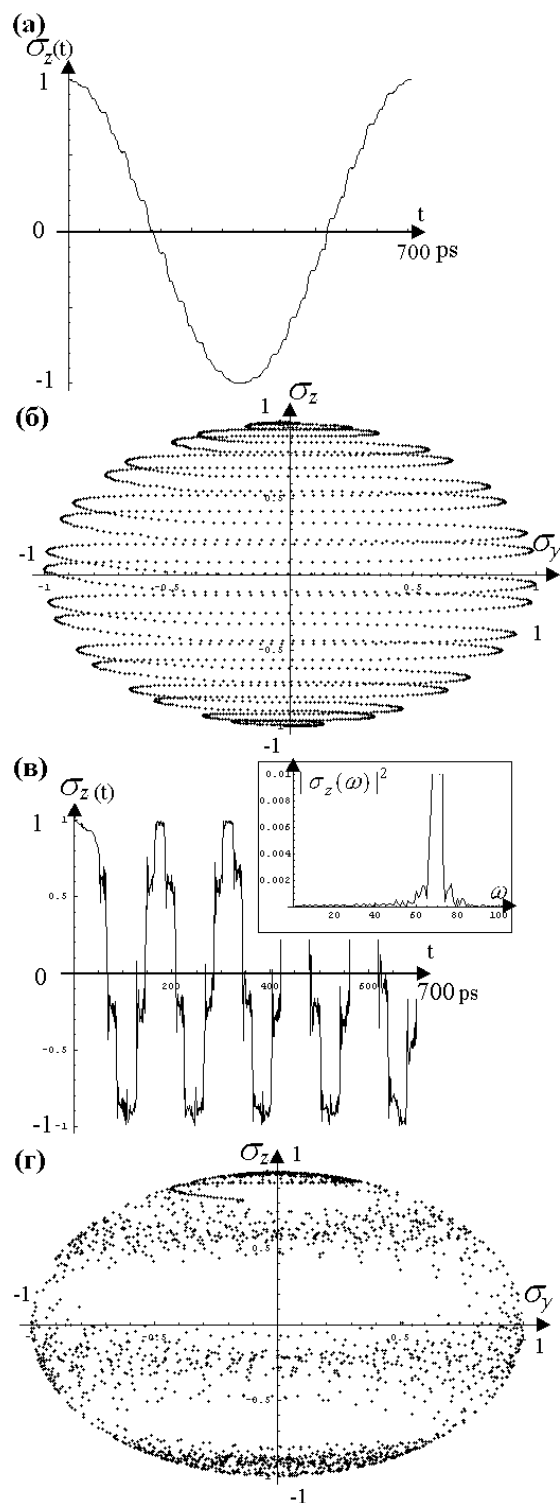


Рис.29. Решения уравнений динамики (6.4) для зеемановского спинового резонанса при  $\omega = \omega_L = 2\pi \cdot 25 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ : (а) эволюция  $\sigma_z(t)$  с частотой Раби, (б) фазовый портрет  $(\sigma_y(t), \sigma_z(t))$  для  $E_0 = 2.55 \text{ кВ/см}$ , когда электрон совершает колебания в потенциальной яме, отвечающей левой квантовой точке; (в, г) то же для  $E_0 = 2.6 \text{ кВ/см}$ , когда электрон преодолевает барьер. Пик на частоте Раби виден на Фурье-преобразовании для  $\sigma_z(t)$  (вставка). Эволюция компонент спина на рис.(г) постепенно начинает принимать хаотический характер.

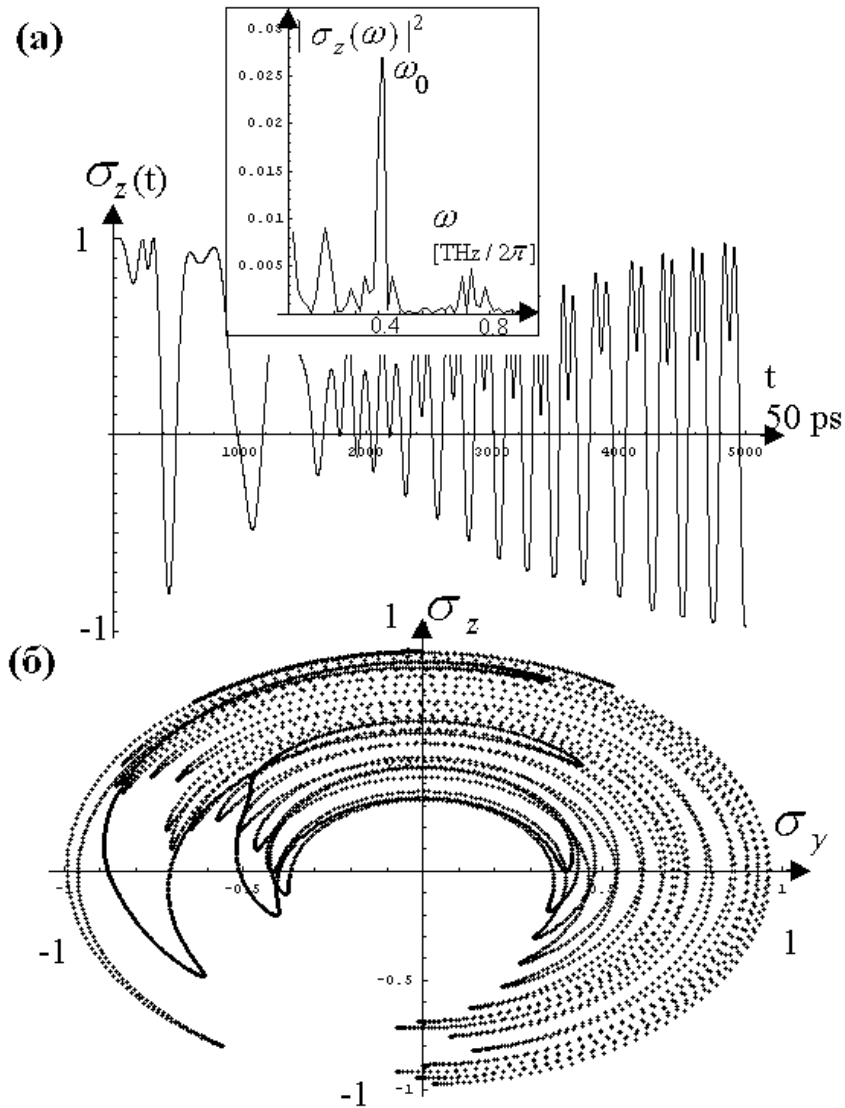


Рис.30. Решения уравнений динамики (6.4) для орбитального резонанса при значении частоты внешнего поля, равной частоте малых колебаний вблизи дна одиночной ямы,  $\omega = \omega_0$ . (а) эволюция  $\sigma_z(t)$  при  $\omega = \omega_0 = 2\pi \cdot 0.79 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$ . Спектр колебания имеет пик на частоте колебаний вблизи дна ямы (вставка). (б) фазовый портрет  $(\sigma_y(t), \sigma_z(t))$  для  $E_0 = 2.0 \text{ кВ/см}$  в более широкой структуре с  $2d = 400\sqrt{2} \text{ нм}$  с  $\omega_0 = 2\pi \cdot 0.395 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$ . Как и на рис.29, наблюдается постепенный переход к хаотическому режиму спиновой динамики. Фазовый портрет  $(\sigma_y(t), \sigma_z(t))$  на рис.(б) демонстрирует асимметрию, связанную с несимметричным характером потенциала относительно центра одиночной квантовой ямы (см. рис.28).

Ещё одним важным свойством любой динамической системы является её реакция на короткие импульсы внешнего возмущения. Нами исследовалось воздействие на систему коротких импульсов

электрического поля следующего вида: длительность  $\Delta t = (2\dots 12) \cdot 2\pi/\omega_0$ , имеется частота заполнения  $\omega_0$ :

$$E(t) = E_0 \sin(\omega_0 t) e^{-\frac{(t-2\Delta t)^2}{\Delta t^2}}. \quad (6.7)$$

Было обнаружено сильное влияние на конечные (т.е. на больших временах после релаксации импульса) значения координаты и спина как внешнего магнитного поля, таки и СОВ, причём в зависимости от длительности импульса и величины магнитного поля конечные значения координаты  $x(t)$  и проекции спина  $\sigma_z(t)$  могут варьироваться в широких пределах, как это видно на рис.31. Данный результат весьма важен для реализации схем совместного управления пространственными и спиновыми степенями свободы в экспериментах и технологических приложениях, когда требуется быстро осуществить управляющее воздействие на систему через короткие импульсы внешнего электрического поля.

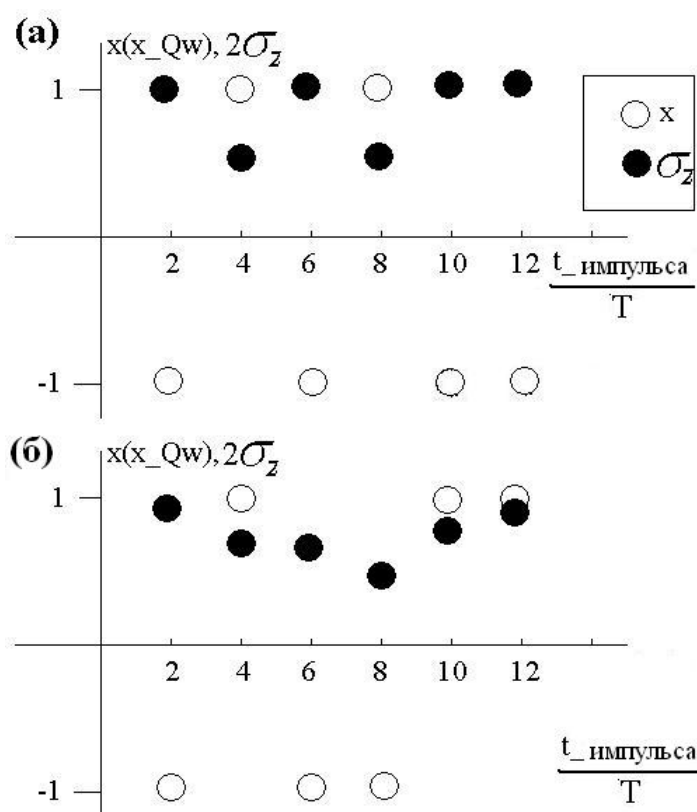


Рис.31. Значения координаты и проекции спина  $2\sigma_z$  на больших временах после окончания действия импульса (6.7) при различных значениях длительности импульса. (а) магнитное поле отсутствует; (б) магнитное поле  $B_z = 4$ Тл. Видно, что при наличии СО-взаимодействия Дрессельхауза магнитное поле влияет как на динамику спина, так и на эволюцию пространственной степени свободы.



Таким образом, рассмотренные в этом параграфе особенности связанной динамики пространственных и спиновых степеней свободы для электрона в двойной квантовой яме с СОВ подчеркивают важность учёта эффектов СОВ-взаимодействия при поиске новых возможностей управления эволюцией спина электрона в наноструктурах. В частности, возможно управляемое воздействие на спин электрона в системе двух взаимодействующих квантовых точек при помощи изменения амплитуды и частоты лишь внешнего электрического поля при постоянном магнитном поле.

## **6.2. Квантовые состояния и динамика в импульсном электрическом поле в двойной квантовой яме со спин-орбитальным взаимодействием**

Рассмотренные выше в квазиклассическом приближении особенности связанной эволюции заряда и спина в двойной квантовой яме со спин-орбитальным взаимодействием позволяют перейти далее к точной квантовой модели динамики. В этом параграфе мы расскажем об основных результатах нашей работы [57], где уже описанная выше двойная квантовая яма с сильным СОВ будет рассматриваться для случая, когда процессы туннелирования и переворота спина одинаково существенны.

Предварительно нам необходимо решить обычную задачу квантовой механики о расчёте квантовых состояний в исследуемой структуре, т.е. найти уровни энергии и волновые функции. Мы будем рассматривать далее двойную квантовую яму на основе GaAs, характеризующуюся по сравнению с предыдущим параграфом менее широким и высоким барьером, обеспечивающим эффективное туннелирование. Такая структура моделирует систему двух взаимодействующих квантовых точек, где учитываются вклады в СОВ от слагаемых Рашба и Дрессельхауза, а также различные режимы внешнего электрического поля в качестве управляющего воздействия. В гамильтониане  $H_0$  одномерной системы с двойной квантовой ямой с потенциалом (6.2) теперь двойная квантовая яма будет иметь значительно более низкую высоту барьера  $U_0 = 10$  мэВ, а расстояние между центрами одиночных ям будет также значительно меньше,  $2d = 50\sqrt{2}$  нм. В этом случае структура уже является туннельно прозрачной, и её описание с самого начала должно быть строго квантовым. Мы учитываем наличие СОВ Дрессельхауза в форме  $\beta\sigma_x k_x$  и СОВ Рашба в виде  $\alpha\sigma_y k_x$  (всюду  $\hbar = 1$ ), а также постоянное магнитное поле  $B_z$ , т.е.

$$H_{1D} = \frac{k_x^2}{2m} + U(x) + \frac{1}{2} g\mu_B \sigma_z B_z + (\alpha\sigma_y + \beta\sigma_x)k_x. \quad (6.8)$$

Схематически пространственный вид рассматриваемого потенциала и нескольких нижних энергетических уровней показан на рис.32, где по сравнению с рис.28 явно указано положение нижних уровней энергии в данной структуре. Минимумы одиночных квантовых ям находятся на расстоянии  $2d$  друг от друга, высота барьера  $U_0 = 10$  мэВ, и вся структура помещена в однородное магнитное поле  $B_z = 2$  Т. На вставке в левом верхнем углу показана схематично форма и направление приложенного импульса электрического поля.

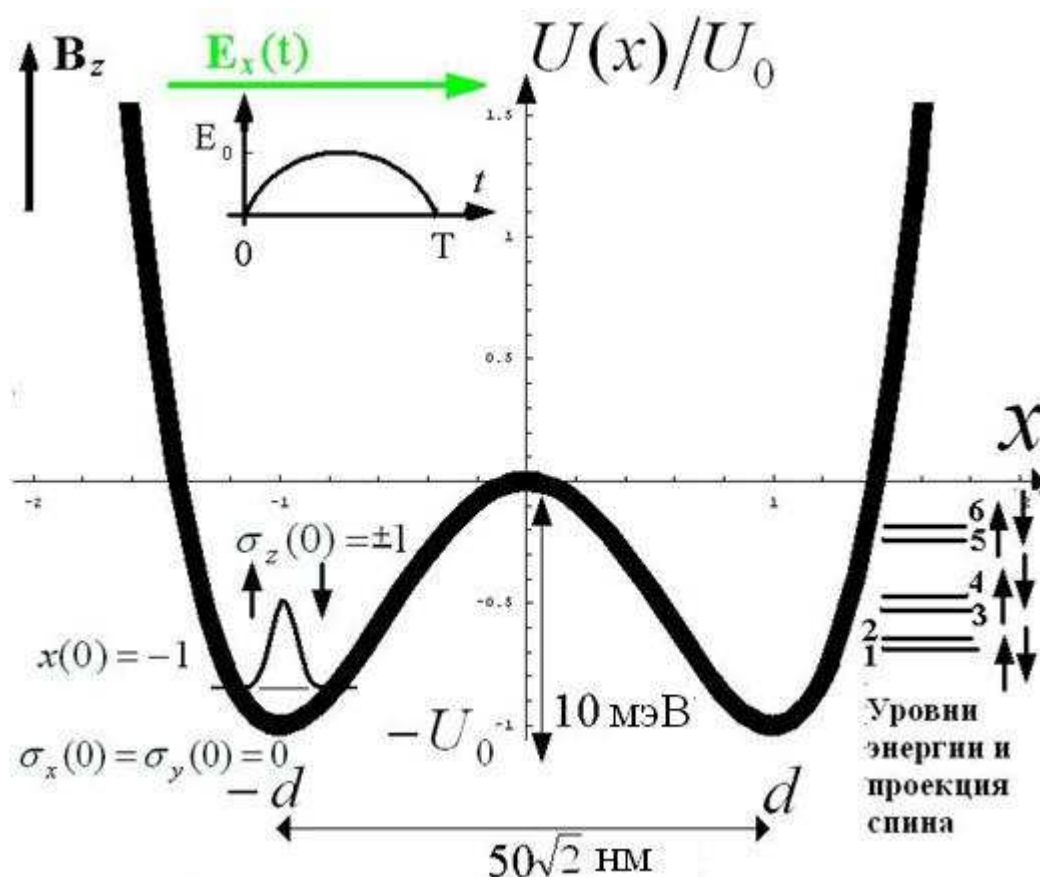


Рис.32. Схема одномерного потенциала двух взаимодействующих квантовых точек. Минимумы одиночных квантовых ям находятся на расстоянии  $2d$  друг от друга, высота барьера  $U_0 = 10$  мэВ. Система помещена в однородное магнитное поле  $B_z = 2$  Т и подвергается воздействию электрического импульса вида  $E(t) = E_0 \sin(\pi t/T)$  при  $0 < t < T$ .

Внешнее воздействие в форме переменного электрического поля  $E(t)$  определяет возмущающую часть гамильтониана  $V = -e E(t) x$  для полного гамильтониана задачи  $H = H_0 + V$ . Мы будем исследовать эволюцию

системы в базисе 2-компонентных спиноров  $\psi_n(x)$  гамильтониана  $H_0$  с уровнями энергии  $E_n$ . В этом представлении от уравнения Шрёдингера для волновой функции

$$\psi(x, t) = \sum_n c_n(t) e^{-i \frac{E_n t}{\hbar}} \psi_n(x), \quad (6.9)$$

представляемой согласно обычным правилам квантовой механики [6] как ряд по собственным функциям  $\psi_n(x)$ , мы переходим к системе уравнений эволюции для коэффициентов  $c_n(t)$ , ограничивая размер базиса в численных расчётах реально вовлекаемым в динамику числом уровней  $E_n$ . Рассчитанная эволюция спинорной волновой функции под действием внешнего поля позволяет изучить динамику всех представляющих интерес физических величин, в особенности плотности вероятности

$$\rho(x, t) = \psi^\dagger(x, t) \psi(x, t) \quad (6.10)$$

и распределения любой спиновой проекции

$$S_i(x, t) = \psi^\dagger(x, t) \sigma_i \psi(x, t), \quad (6.11)$$

которые могут быть измерены в экспериментах. Мы исследуем также динамику этих величин, проинтегрированных по области одной из квантовых ям. Так, для наблюдаемых плотности вероятности и проекции спина в правой яме мы получим соответственно

$$\rho_R(t) = \int_0^\infty \rho(x, t) dx, \quad S_{iR}(t) = \int_0^\infty S_i(x, t) dx. \quad (6.12)$$

Можно рассматривать различные режимы эволюции этих наблюдаемых величин с начальными условиями, отвечающими волновому пакету, локализованному в левой яме с проекцией спина, направленной вверх или вниз. На рис.33 для начальной проекции спина вверх и на рис.34 для начальной проекции спина вниз показана их эволюция под действием импульса с различной амплитудой вида

$$E(t) = E_0 \sin(\pi t/T), \quad 0 < t < T, \quad T = 25 \text{ ps}. \quad (6.13)$$

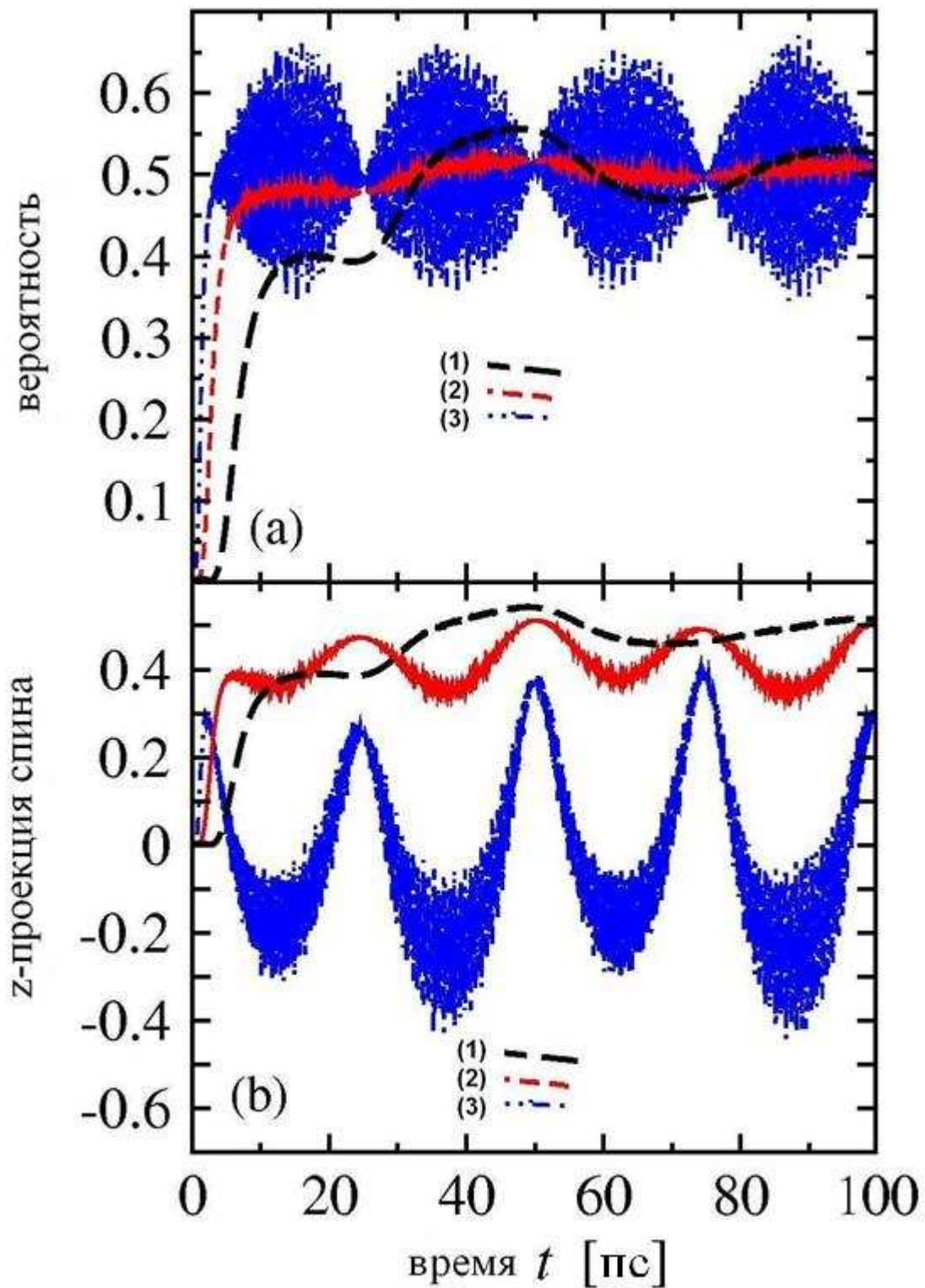


Рис.33. Эволюция плотности заряда (сверху) и проекций спина в правой яме под действием электрического импульса различной мощности ((1)  $E_0 = 0.18$  kV/cm – черная пунктирная линия, (2)  $E_0 = 0.7$  kV/cm – красная линия и (3)  $E_0 = 2.8$  kV/cm – синяя линия), когда начальное состояние со спином вверх было в левой яме. Видна возможность управляемого переворота спина при межъямном перебросе волнового пакета.

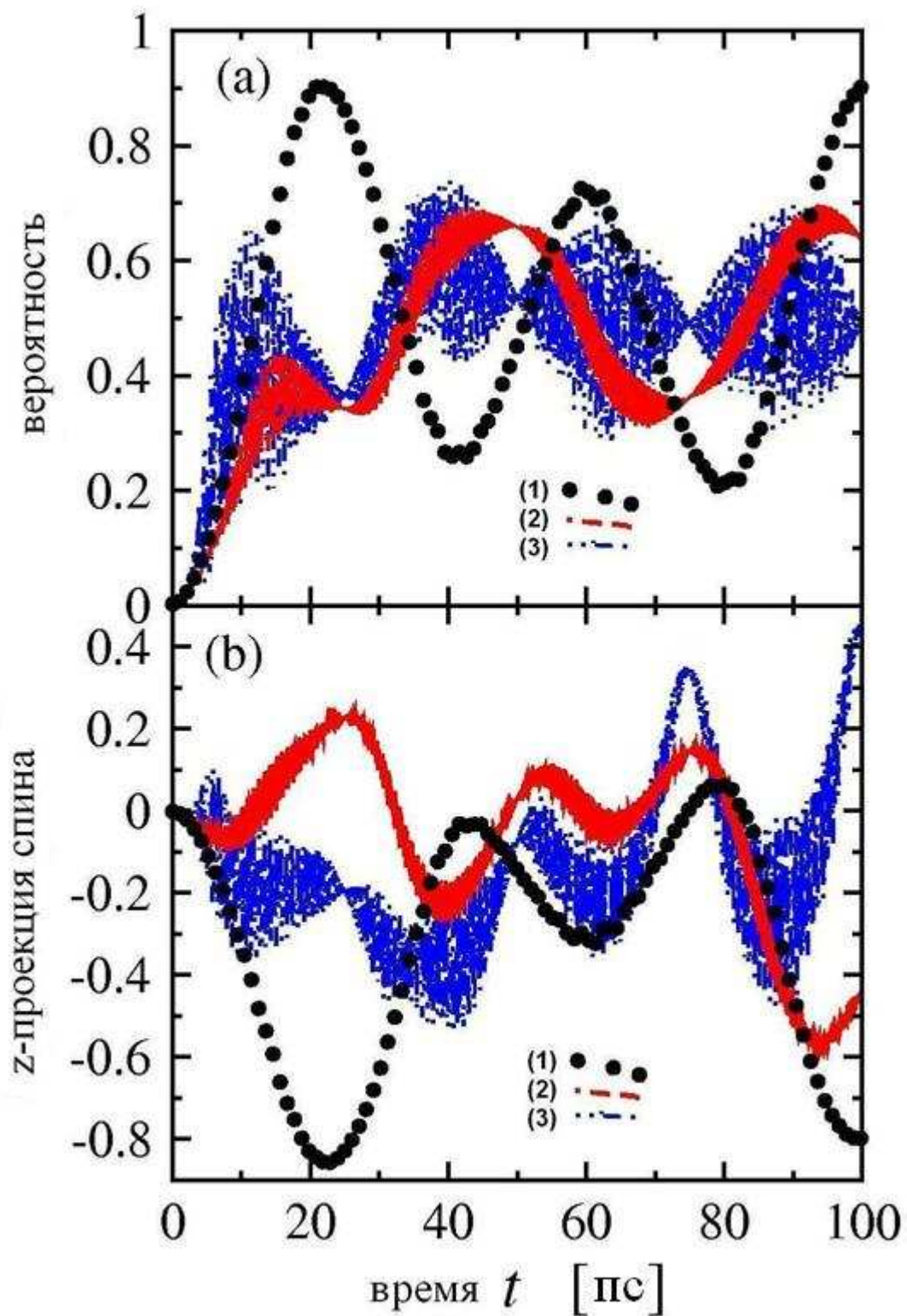


Рис.34. То же, что и на рис.33, но для начального состояния в левой яме с проекцией спина, направленной вниз. Показана эволюция плотности заряда (сверху) и проекций спина в правой яме под действием различной мощности ((1)  $E_0 = 0.18$  кВ/см – черная пунктирная линия, (2)  $E_0 = 0.7$  кВ/см – красная линия и (3)  $E_0 = 2.8$  кВ/см – синяя линия). Видна возможность управляемого переворота спина при межъямном переборе волнового пакета.

Результаты, показанные на рис.33 и рис.34, говорят о том, что при помощи одного импульса электрического поля возможен переброс частицы в соседнюю яму с одновременным переворотом спина. Можно сделать вывод, что достаточно мощный короткий импульс с небольшим омическим выделением тепла в структуре обеспечивает возможность управляемого переворота спина. При этом следует подчеркнуть, что различные начальные спиновые состояния, как это видно из сравнения графиков на рис.33 и рис.34, приводят, вообще говоря, к различной эволюции как зарядовой, так и спиновой плотности. Этот результат лишний раз иллюстрирует тесную взаимосвязь динамики заряда и спина в наноструктурах с сильным СОВ.

Свойства эволюции данной квантовомеханической системы хорошо иллюстрирует рис.35, на котором показана эволюция коэффициентов волновой функции в гильбертовом пространстве базисных состояний для случая (2) на рис.34 с  $E_0 = 0.7$  кВ/см и начальным спином, направленным вниз. На рис.35 видно, что действие импульса приводит к уменьшению вклада состояний уровней 2 и 4 со спином вниз и увеличению вклада от уровня 1 со спином вверх, т.е. к наблюдаемому перевороту спина.

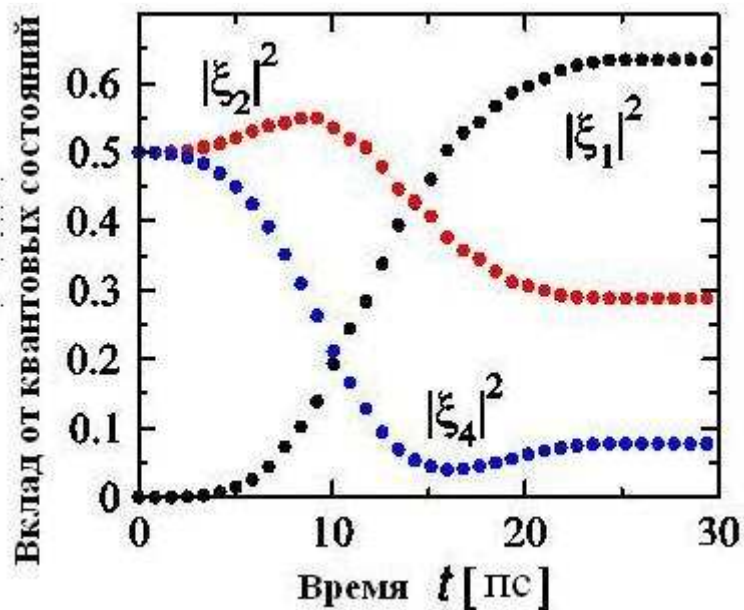


Рис.35. Эволюция компонент квантового состояния в гильбертовом пространстве базисных функций для кривой эволюции (2) на рис.34. Наблюдается рост вклада от состояния 1 со спином вверх и уменьшение вклада от состояний 2 и 4 со спином вниз, т.е. происходит управляемый переворот спина электрическим полем.

Кроме интегральных характеристик, представляет интерес и более детальное пространственное распределение плотности заряда и спина. На

рис.36 показан контурный график спиновой плотности  $S_z(x, t)$  в области обеих ям при воздействии электрическим импульсом с  $E_0 = 2.4$  кВ/см, длительностью импульса  $T = 12$  пс (вверху) и  $T = 25$  пс (внизу), когда начальное состояние имеет проекцию спина, направленную вниз.

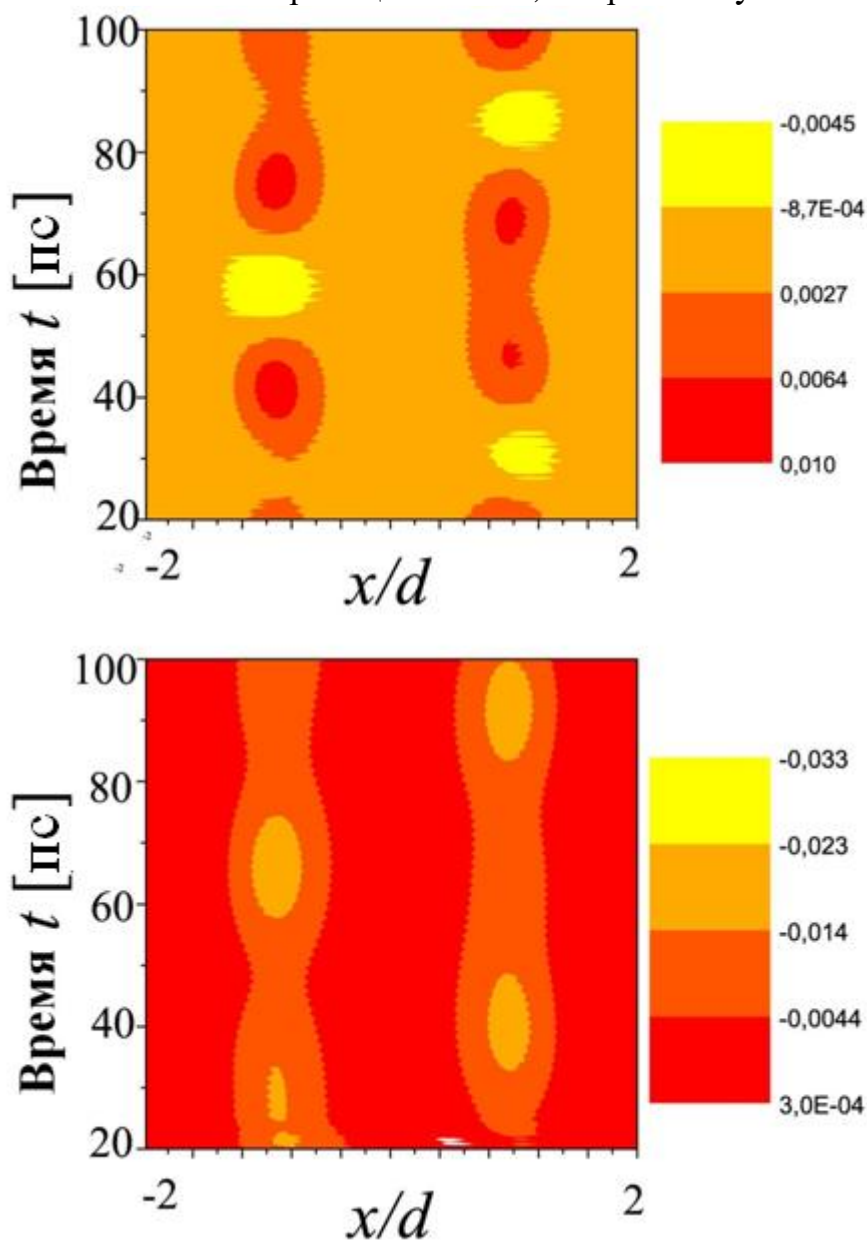


Рис.36. Контурный график спиновой плотности  $S_z(x, t)$  в двойной квантовой яме при воздействии электрическим импульсом с амплитудой  $E_0 = 2.4$  кВ/см и временем импульса  $T = 12$  пс (вверху) и  $T = 25$  пс (внизу) для начального состояния со спином вниз. Достигается эффективный переворот спина на малых временах при осуществлении переброса между ямами.

В этом случае, как показывает рис.36, происходит эффективный переворот спина на малых временах. Комбинация процессов туннелирования, переброса и переворота спина в присутствии СО-взаимодействия приводит

здесь к картине эволюции, при которой достаточно чётко выражены максимумы спиновой плотности в области центров квантовых ям, а временная эволюция носит квазипериодический характер с частотами, определяемыми геометрией структуры и величиной СО-взаимодействия.

Заканчивая обсуждение результатов данного параграфа, можно сделать вывод, что они свидетельствуют о существенном взаимном влиянии процессов межъямного переброса и спиновой динамики, управление которыми внешним электрическим полем может быть успешно реализовано в существующих классах наноструктур с сильным СОВ.

### **6.3. Динамика заряда и спина в периодическом электрическом поле в двойной квантовой яме со спин-орбитальным взаимодействием**

Одним из наиболее перспективных методов управления спином в наноструктурах с сильным спин-орбитальным взаимодействием является реализация управляемого переворота спина с помощью сравнительно слабого периодического внешнего электрического поля на частоте перехода между уровнями с различной проекцией спина, т.е. управление осцилляциями Раби [53]. Описанные в предыдущих параграфах недавние теоретические исследования динамики в мезоскопических структурах на основе GaAs с учётом СО-взаимодействия обнаружили нетривиальную связанную эволюцию заряда и спина в переменном электрическом поле, в том числе в ряде режимов близкую к хаотической как в пространственном, так и в спиновом каналах как для широких и туннельно непрозрачных двойных ям [56], так и для ям с узким и невысоким барьером, где процессы туннелирования и переворота спина сильно взаимосвязаны [57], что говорит о хороших перспективах получения новых эффектов при исследовании осцилляций Раби в подобных структурах. Основная ценность метода управлений осцилляциями Раби состоит, во-первых, в относительно слабых амплитудах требуемых электрических полей, что очень важно для создания новых высокоэффективных и экономичных приложений в технологии, и, во-вторых, в хорошо отработанной технологии применения простых источников гармонического по времени электрического сигнала в любых компонентах электронной техники.

В следующих двух параграфах мы рассмотрим некоторые наши недавние результаты теоретического исследования осцилляций Раби в двойной квантовой яме с СОВ, которое представлено слагаемыми Рашба и Дрессельхауза в структуре на основе GaAs в магнитном поле, где процессы туннелирования и переворота спина одинаково существенны и которая уже рассматривалась нами при описании задачи об импульсной динамике в предыдущем параграфе. Периодическое электрическое поле можно



задавать в виде простой функции  $E(t) = E_0 \sin(\omega t)$  где  $\omega$  – частота зеемановского резонанса, т.е. в этом случае энергия кванта  $\hbar\omega$  равна расстоянию между уровнями зеемановского дублета. Предварительно для описания квантовой динамики в периодических полях нам потребуются обсудить основные понятия из теории Флоке.

#### 6.4. Методы теории Флоке для исследования периодической динамики

Если гамильтониан квантовой системы содержит периодическое во времени внешнее воздействие, т.е. является оператором с периодическими коэффициентами, то для исследования квантовых состояний в такой задаче можно применить методы, известные как теория Флоке. Эти методы используются для решения широкого класса задач с периодическими возмущениями, в том числе и в квантовой механике [46, 47].

Поскольку энергия при наличии в гамильтониане периодического возмущения  $V(t) = V(t + T)$  с периодом  $T$  не сохраняется, то энергия уже не является хорошим квантовым числом, которым можно классифицировать решения уравнения Шрёдингера. В таких задачах квантовые состояния описываются другой скалярной величиной, играющей роль энергии – так называемая квазиэнергией  $\varepsilon_Q$ , и могут быть для одномерной задачи записаны в следующей форме:

$$\psi_Q(x, t) = \exp\left(-\frac{i\varepsilon_Q t}{\hbar}\right) u_Q(x, t), \quad (6.14)$$

где функция  $u_Q(x, t)$  является периодической с периодом внешнего возмущения,  $u_Q(x, t) = u_Q(x, t + T)$ . Такое представление решений уравнения Шрёдингера по форме напоминает волновую функцию в зонной теории твёрдых тел с блоховской периодической функцией, только теперь роль периодической кристаллической решётки в пространстве играет периодическое возмущение во времени, а вместо квазиимпульса у нас имеется квазиэнергия, все физически различные значения которой, следовательно, располагаются внутри одного интервала  $-\frac{\pi\hbar}{T} \leq \varepsilon_Q \leq \frac{\pi\hbar}{T}$ . Известно, что квазиэнергетические функции  $\psi_Q(x, t)$  являются собственными функциями оператора эволюции  $U(T)$  на один период, с собственными значениями, определяемыми квазиэнергией:

$$U(T)\psi_Q(x, t) = \exp\left(-\frac{i\varepsilon_Q T}{\hbar}\right) u_Q(x, t). \quad (6.15)$$

В матричном представлении, в базисе собственных функций  $\psi_n$  гамильтониана  $H_0$ , оператор эволюции  $U(T)$  может быть построен

следующим образом [47]. Пусть начальное состояние представляет собой одно из собственных состояний  $n = n_0$ , т.е. вектор-столбец в пространстве функций  $\varphi_n$ , имеющий лишь одну ненулевую компоненту  $c_n(0) = \delta_{nn_0}$ . С таким начальным состоянием надо рассчитать эволюцию системы с учётом периодического возмущения только на одном его периоде, и полученный при этом вектор-столбец  $c_n(T)$  будет представлять собой столбец искомой матрицы эволюции  $U(T)$  с индексом  $n_0$ . Далее эту процедуру необходимо повторить столько раз, сколько базисных состояний включено в рассмотрение, в результате чего будет получена прямоугольная унитарная матрица эволюции на одном периоде  $U(T)$ . Следует отметить, что такая процедура построения матрицы эволюции требует точного и затратного по времени расчёта квантовой динамики только на одном ограниченном по времени участке  $0 \leq t \leq T$ , что позволяет в каждой конкретной задаче выбирать численную сетку, обеспечивающую нужную точность процедуры решения системы дифференциальных уравнений для коэффициентов разложения по базису.

После расчёта матрицы эволюции на одном периоде  $U(T)$  её можно диагонализировать, т.е. найти её собственные значения и собственные векторы. Если расчёт эволюции на одном периоде  $0 \leq t \leq T$  произведён точно, то матрица  $U(T)$  должна получиться унитарной, т.е. её собственные значения  $\exp(-i\varepsilon_Q T/\hbar)$  должны располагаться на единичной окружности в комплексной плоскости, а собственные векторы  $A_n^Q$  будут образовывать ортонормированный базис. Отметим, что матрица эволюции на одном периоде может быть записана в виде

$$U_{nn'}(T) = \sum_Q A_n^Q (A_{n'}^Q)^* \exp\left(-\frac{i\varepsilon_Q T}{\hbar}\right). \quad (6.16)$$

Большое преимущество метода Флоке состоит в том, что в силу унитарности матрицы эволюции и свойств ортонормированной системы её собственных векторов можно с помощью простой алгебраической процедуры найти явный вид оператора эволюции и через произвольное число  $N$  периодов внешнего возмущения, т.е. в дискретные моменты времени  $NT$ :

$$U_{nn'}(NT) = \sum_Q A_n^Q (A_{n'}^Q)^* \exp\left(-\frac{i\varepsilon_Q NT}{\hbar}\right). \quad (6.17)$$

Особенно важно то, что при использовании последней формулы производится конечное число алгебраических операций, не ухудшающих точность численного расчёта. Далее, зная явный вид (6.17) матрицы  $U_{nn'}(NT)$ , мы можем найти решение для вектора состояний  $c_n(NT)$  для

любого начального вектора состояний  $c_n(0)$  в любые дискретные моменты времени  $NT$ :

$$c_n(NT) = \sum_{n'} U_{nn'}(NT) c_{n'}(0). \quad (6.18)$$

Таким образом, теория Флоке позволяет найти решение уравнения Шрёдингера, т.е. волновую функцию

$$\psi(NT) = \sum_n c_n(NT) \exp\left(-\frac{iE_n NT}{\hbar}\right) \psi_n \quad (6.19)$$

в дискретные моменты времени  $t = NT$  с помощью решения уравнений динамики только на одном периоде возмущения  $0 \leq t \leq T$ , и в дальнейшем находить решения через конечное число алгебраических операций. Знание волновой функции  $\psi(NT)$  из выражения (6.19) позволяет рассчитать эволюцию в дискретные моменты времени для всех зависящих от неё физических величин, в том числе для зарядовой и спиновой плотности.

## 6.5. Управление осцилляциями Раби

В качестве примера рассмотренных выше методов теории Флоке рассмотрим некоторые недавние результаты исследования эволюции наблюдаемых средних значений проекций спина для различных внешних магнитных полей и внешних периодических электрических полей в уже обсуждавшейся структуре с двойной квантовой ямой. Результаты, обсуждаемые в этом параграфе, получены автором совместно со студентом Л.В. Гуляевым.

Ниже приведены несколько результатов, иллюстрирующих динамику спина для поля  $E_{x0} = 71$  В/см для  $H_z = 1.73$  Тл при нахождении электрона в начальный момент в основном состоянии. Вначале на рис.37 показана динамика системы в гильбертовом пространстве функций  $\psi_n$ , т.е. эволюция коэффициентов  $c_n(NT)$ , которая говорит нам о периодическом характере эволюции в пространстве базисных состояний, что должно иметь отражение и в периодическом характере динамики физических наблюдаемых величин.

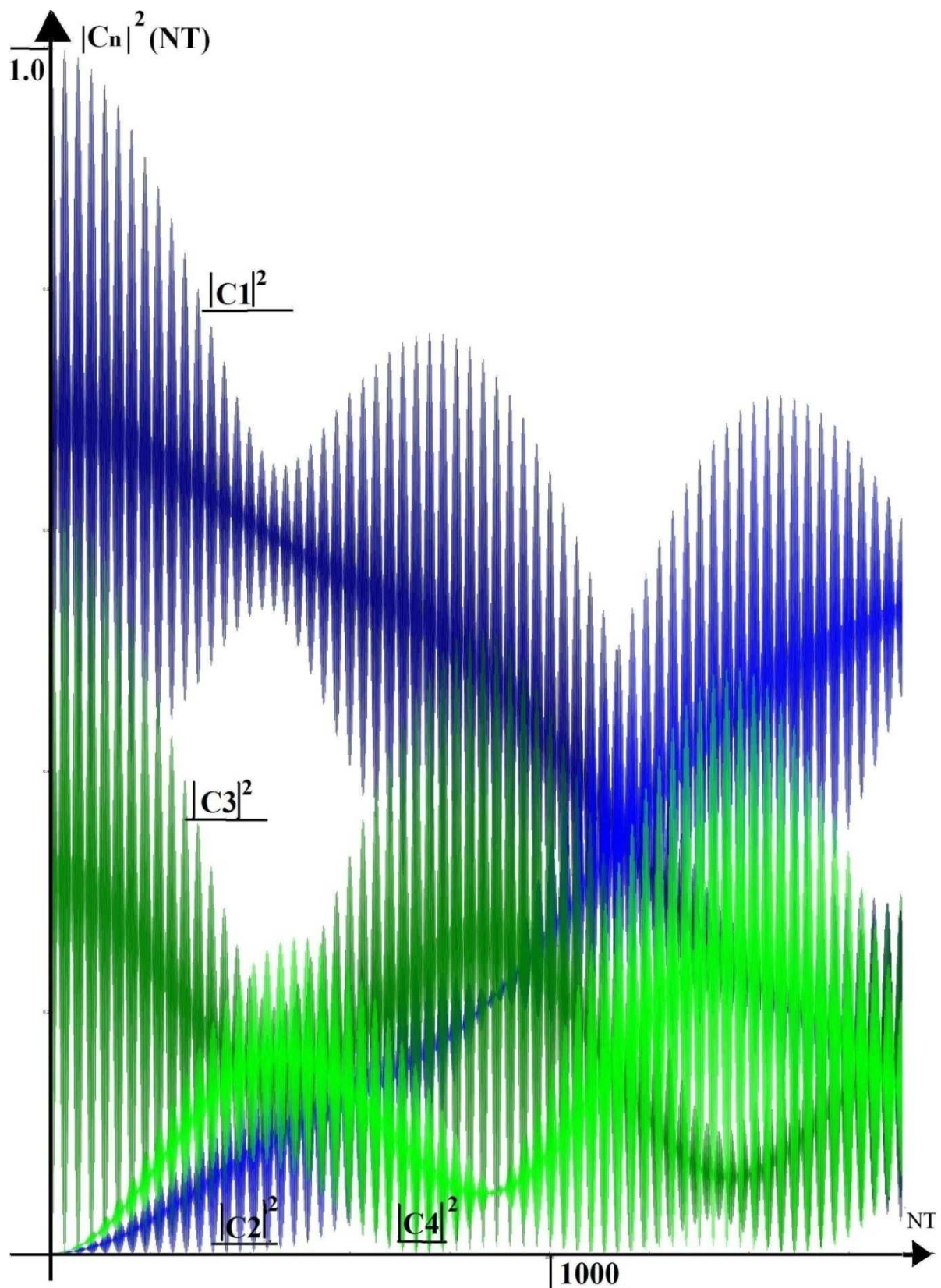


Рис.37. Эволюция коэффициентов  $c_n(NT)$ , определяющая динамику системы в гильбертовом пространстве функций  $\psi_n$  в слабом электрическом поле с амплитудой  $E_{x0} = 71$  В/см на частоте зеемановского резонанса  $\omega_z = 7 \cdot 10^{10}$  с<sup>-1</sup> между состояниями в двойной квантовой яме при значении магнитного поля  $H_z = 1.73$  Тл. Можно наблюдать периодический характер эволюции в пространстве базисных состояний.

Далее на рис.38 показан результат для управляемого переворота спина в слабом электрическом поле для динамики в пространстве базисных состояний, показанной на рис.37. Видно, что приложенное периодическое электрическое поле позволяет эффективно манипулировать спиновой степенью свободы, что является одной из главных задач спинтроники. Можно наблюдать эффективный переворот спина на временах порядка 1000 периодов внешнего поля при весьма слабой амплитуде электрического поля, отвечающей падению напряжения порядка 1 мВ в наноструктуре с характерными размерами около 100 нм, что согласуется с экспериментальными данными для структуры, показанной на рис.27 [54].

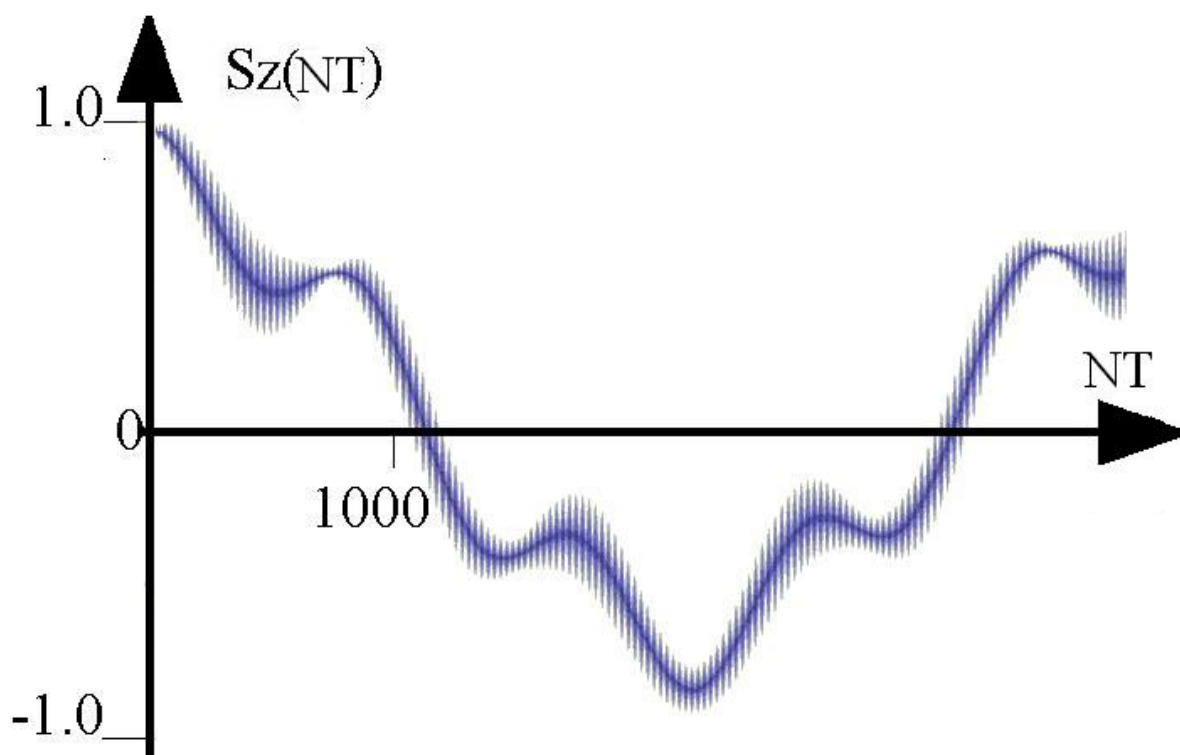


Рис.38. Управляемый переворот спина в слабом электрическом поле для динамики в пространстве базисных состояний, показанной на рис.37. Можно наблюдать эффективный переворот спина на временах порядка 1000 периодов внешнего поля, что согласуется с экспериментальными данными для структуры, показанной на рис.27 [54].

Обсуждаемые в этом параграфе теоретические результаты свидетельствуют о возможности реализации управляемого переворота спина при возбуждении осцилляций Раби с характерными частотами от 10 до 100 МГц при сравнительно слабых амплитудах внешнего электрического поля от 50 до 500 В/см на частотах спинового резонанса в области 10 ГГц, что представляет несомненный интерес для последующей экспериментальной, а возможно, и технологической реализации предсказываемых эффектов, в том числе в принципиально новых схемах обработки информации и квантовых вычислений.

## Вопросы и задачи к главе 6

- 6.1. Каковы условия применимости квазиклассического приближения для вывода и использования системы (6.4), определяющей динамику средних наблюдаемых значений?
- 6.2. Каких качественных изменений можно ожидать от динамических свойств средних значений проекций спина на рис.29 и рис.30, если в спин-орбитальном взаимодействии учесть не только слагаемое Рашба, но и вклад от слагаемого Дрессельхауза?
- 6.3. Что определяет характерные времена быстрых и медленных осцилляций электронной и спиновой плотности на рис.34 и рис.35 в задаче о квантовой динамике?
- 6.4. Каковы пределы применимости теории Флоке при описании динамики и результатов реальных экспериментов в периодическом электрическом поле?
- 6.5. Всегда ли феномен осцилляций Раби может быть описан в рамках двухуровневой модели? Рассмотреть для примера график динамики в гильбертовом пространстве, показанный на рис.37.

## Заключение

В данном пособии мы обсуждали лишь некоторые задачи из большого и в последние годы интенсивно развивающегося раздела физики конденсированного состояния, называемого спинтроникой. Вопросы, которые мы затронули, касались прежде всего одноэлектронных задач в двумерных и одномерных наноструктурах на основе хорошо известных полупроводников вида GaAs и InAs, где спин-орбитальное взаимодействие позволяет решать задачи управления зарядом и спином через внешние электрические поля. К настоящему времени в этой области всё ещё преобладают теоретические исследования, в особенности в вопросах динамического управления свойствами заряда и спина, где лишь в последние годы стали появляться и экспериментальные результаты [54, 55]. Задачи о получении надёжно воспроизводимых в экспериментах результатов как для статических, так и в особенности для динамических явлений в наноструктурах со спин-орбитальным взаимодействием, до сих пор представляют большой интерес для всех специалистов, работающих в области спинтроники, и требуют продолжения активных исследований.

Известно, что наноструктуры, построенные на полупроводниках вида GaAs и InAs, обладают хорошо заметным в экспериментах, но в том же время всё ещё слишком малым по величине спин-орбитальным взаимодействием, чтобы их можно было применять в устройствах, работающих при комнатной температуре. Задача создания структур и выяснения их свойств для материалов, в которых спин-орбитальное взаимодействие настолько велико, что связанные с ним эффекты можно наблюдать и использовать при комнатных температурах, представляет собой серьёзный вызов и интересную задачу как для теоретиков, так и для экспериментаторов. К настоящему времени здесь также достигнут определённый прогресс, в том числе в изготовлении, экспериментальном исследовании и теоретическом описании структур вида «висмут на кремнии» со спиновым расщеплением в сотни мэВ [24], что делает дальнейшие исследования таких систем весьма перспективным для спинтроники.

В заключение можно выразить уверенность, что упомянутые в данном пособии несколько групп задач представляют собой лишь первые шаги в дальнейшем исследовании и постановке удивительных свойств наноструктур со спин-орбитальным взаимодействием на службу нанотехнологиям, информатике и другим областям науки и техники.

## Литература

- [1] В.Л. Бонч-Бруевич, С.Г. Калашников, *Физика полупроводников*, Москва, Наука, 1990 – 672с.
- [2] I. Žutić, J. Fabian, and S. Das Sarma, “Spintronics: Fundamentals and applications”, *Review of Modern Physics*, 2004, V.76, p.323.
- [3] В.Я. Демиховский, *Низкоразмерные структуры спинтроники*, Нижний Новгород, издательство ННГУ, 2007 – 126с.
- [4] Ю.А. Данилов, Е.С. Демидов, А.А. Ежевский, *Основы спинтроники*, Нижний Новгород, 2009 – 173с.
- [5] M.W. Wu, J.H. Jiang, and M.Q. Weng, “Spin dynamics in semiconductors”, *Physics Reports*, 2010, V.493, p.61.
- [6] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория (Теоретическая физика, т.III)*, Москва, Наука, 1974 – 752с.
- [7] В.Б. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский, *Квантовая электродинамика (Теоретическая физика, т.IV)*, Москва, Наука, 1989 – 728с.
- [8] Э.И. Рашба, “Свойства полупроводников с петлей экстремума. 1. Циклотронный и комбинированный резонанс в магнитном поле, перпендикулярном плоскости петли”, *Физика твёрдого тела*, 1960, Т.2, с.1224.
- [9] G. Dresselhaus, “Spin-Orbit Coupling Effects in Zinc Blende Structures”, *Physical Review*, 1955, V.100, p.580.
- [10] S. Datta and B. Das, “Electronic analog of the electro-optic modulator”, *Applied Physics Letters*, 1990, V.56, p.665.
- [11] M. Khodas, A. Shekhter, and A.M. Finkel’stein, “Spin Polarization of Electrons by Nonmagnetic Heterostructures: The Basics of Spin Optics”, *Physical Review Letters*, 2004, V.92, p.086602.
- [12] S. Murakami, N. Nagaosa, S.C. Zhang, “Dissipationless Quantum Spin Current at Room Temperature”, *Science*, 2003, V.301, p.1348; J. Wunderlich, B. Kaestner, J. Sinova, and T. Jungwirth, “Experimental Observation of the Spin-Hall Effect in a Two-Dimensional Spin-Orbit Coupled Semiconductor System”, *Physical Review Letters*, 2005, V.94, p.047204.
- [13] В.Я. Демиховский, Г.А. Вугальтер, *Физика квантовых низкоразмерных структур*, Москва, Логос, 2000 – 248с.
- [14] J.B. Miller, D.M. Zumbühl, C.M. Marcus, Y.B. Lyanda-Geller, D. Goldhaber-Gordon, K. Campman, and A.C. Gossard, “Gate-Controlled Spin-Orbit Quantum Interference Effects in Lateral Transport”, *Physical Review Letters*, 2003, V.90, p.076807.
- [15] S. Giglberger, L.E. Golub, V.V. Bel’kov, S.N. Danilov, D. Schuh, C. Gerl, F. Rohlfing, J. Stahl, W. Wegscheider, D. Weiss, W. Prettl, and S.D. Ganichev, “Rashba and Dresselhaus spin splittings in semiconductor



- quantum wells measured by spin photocurrents”, *Physical Review B*, 2007, V.75, p.035327.
- [16] A.V. Moroz and C.H.W. Barnes, “Effect of the spin-orbit interaction on the band structure and conductance of quasi-one-dimensional systems”, *Physical Review B*, 1999, V.60, p.14272.
- [17] M. Governale and U. Zulicke, “Spin accumulation in quantum wires with strong Rashba spin-orbit coupling”, *Physical Review B*, 2002, V.66, p.073311.
- [18] Yu.A. Bychkov and E.I. Rashba, “Oscillatory effects and the magnetic-susceptibility of carriers in inversion-layers”, *Journal of Physics C*, 1984, V.17, p.6039; X.F. Wang and P. Vasilopoulos, “Magnetotransport in a two-dimensional electron gas in the presence of spin-orbit interaction”, *Physical Review B*, 2003, V.67, p.085313; M.-C. Chang, “Effect of in-plane magnetic field on the spin Hall effect in a Rashba-Dresselhaus system”, *Physical Review B*, 2005, V.71, p.085315; M. Zarea, “Landau level mixing by full spin-orbit interactions”, *Physical Review B*, 2005, V.72, p.085342.
- [19] X.F. Wang, P. Vasilopoulos, and F.M. Peeters, “Spin-current modulation and square-wave transmission through periodically stubbed electron waveguides”, *Physical Review B*, 2002, V.65, p.165217.
- [20] X.F. Wang, “Spin transport of electrons through quantum wires with a spatially modulated Rashba spin-orbit interaction”, *Physical Review B*, 2004, V.69, p.035302.
- [21] P. Kleinert, V.V. Bryksin, and O. Bleibaum, “Spin accumulation in lateral semiconductor superlattices induced by a constant electric field”, *Physical Review B*, 2005, V.72, p.195311.
- [22] V.Ya. Demikhovskii, D.V. Khomitsky, “Spin-orbit lateral superlattices: energy bands and spin polarization in 2DEG”, *Письма в ЖЭТФ*, 2006, Т.83, №8, с.399.
- [23] В.Я. Демиховский, Д.В. Хомицкий, А.А. Перов, “Периодические структуры со спин-орбитальным взаимодействием”, *Физика низких температур*, 2007, Т.33, с.165.
- [24] E. Frantzeskakis, S. Pons, and M. Grioni, “Band structure scenario for the giant spin-orbit splitting observed at the Bi/Si(111) interface”, *Physical Review B*, 2010, V.82, p.085440.
- [25] D.V. Khomitsky, “Scattering on the lateral one-dimensional superlattice with spin-orbit coupling”, *Physical Review B*, 2007, V.76, p.033404.
- [26] D. Grundler, “Large Rashba Splitting in InAs Quantum Wells due to Electron Wave Function Penetration into the Barrier Layers”, *Physical Review Letters*, 2000, V.84, p.6074.
- [27] J.T. Olesberg, H. Lau Wayne, Michael E. Flattè, C. Yu, E. Altunkaya, E.M. Shaw, T.C. Hasenberg, and Thomas F. Boggess, “Interface contributions to spin relaxation in a short-period InAs/GaSb superlattice”, *Physical Review B*, 2001, V.64, p.201301(R).

- [28] V.V. Bryksin and P. Kleinert, “Theory of electric-field-induced spin accumulation and spin current in the two-dimensional Rashba model”, *Physical Review B*, 2006, V.73, p.165313.
- [29] Y. Qi, Z.-G. Yu, and M.E. Flattè, “Spin Gunn Effect”, *Physical Review Letters*, 2006, V.96, p.026602.
- [30] В.Я. Демиховский, Д.О. Филатов, «Исследование электронных состояний в низкоразмерных структурах методами сканирующей зондовой микроскопии», Нижний Новгород, издательство ННГУ, 2007 – 89с.
- [31] D.V. Khomitsky, “Electric field-induced spin textures in a superlattice with Rashba and Dresselhaus spin-orbit coupling”, *Physical Review B*, 2009, V.79, p.205401.
- [32] S.D. Ganichev, V.V. Bel’kov, P. Schneider, E.L. Ivchenko, S.A. Tarasenko, W. Wegscheider, D. Weiss, D. Schuh, E.V. Beregulin, and W. Prettl, “Resonant inversion of the circular photogalvanic effect in *n*-doped quantum wells”, *Physical Review B*, 2003, V.68, p.035319.
- [33] R.D.R. Bhat, F. Nastos, Ali Najmaie, and J.E. Sipe, “Pure Spin Current from One-Photon Absorption of Linearly Polarized Light in Noncentrosymmetric Semiconductors”, *Physical Review Letters*, 2005, V.94, p.096603.
- [34] D.V. Khomitsky, “Manipulating the spin texture in a spin-orbit superlattice by terahertz radiation”, *Physical Review B*, 2008, V.77, p.113313.
- [35] A.A. Perov, L.V. Solnyshkova, and D.V. Khomitsky, “Terahertz dynamical conductivity, Kerr and Faraday angles, and radiation-induced spin textures in two-dimensional electron gas with spin-orbit coupling subjected to high magnetic field and periodic potential”, *Physical Review B*, 2010, V.82, p.165328.
- [36] V.Ya. Demikhovskii and A.A. Perov, “Hall conductance of a two-dimensional electron gas with spin-orbit coupling in the presence of a lateral periodic potential”, *Physical Review B*, 2007, V. 75, p. 205307.
- [37] А.А. Перов, Л.В. Солнышкова, «Магнитные блоховские состояния и транспорт носителей в двумерных полупроводниковых решеточных структурах со спин-орбитальным взаимодействием», *Письма в ЖЭТФ*, 2008, т.88, вып.9, с.717.
- [38] А.А. Перов, Л.В. Солнышкова, «Магнитопоглощение электромагнитного излучения в двумерном электронном газе с спин-орбитальным взаимодействием Рашбы в гетероструктурах с поверхностной сверхрешеткой», *Физика и техника полупроводников*, 2009, т.43, вып.2, с.214.
- [39] F. Zhang, H.Z. Zheng, Y. Ji, J. Liu, and G.R. Li, “Electrical control of dynamic spin splitting induced by exchange interaction as revealed by time-resolved Kerr rotation in a degenerate spin-polarized electron gas”, *Europhysics Letters*, 2008, V.83. p.47006.

- [40] В.А. Волков, С.А. Михайлов, «Квантование вращения Фарадея в системах с квантовым эффектом Холла», Письма в ЖЭТФ, 1985, Т.41, вып.9., с.389.
- [41] P.M. Oppeneer, T. Maurer, J. Sticht, and J. Kubler, “Ab initio calculated magneto-optical Kerr effect of ferromagnetic metals: Fe and Ni”, Physical Review B, 1992, V. 45, p.10924.
- [42] M.-H. Kim, G. Acbas, M.-H. Yang, I. Ohkubo, H. Christen, D. Mandrus, M.A. Scarpulla, O.D. Dubon, Z. Schlesinger, P. Khalifah, and J. Cerne, “Determination of the infrared complex magnetoconductivity tensor in itinerant ferromagnets from Faraday and Kerr measurements”, Physical Review B, 2007, V.75, p.214416.
- [43] А.А. Перов, Л.В. Солнышкова, «Магнитотранспорт и оптика полупроводниковых решёточных структур спинтроники», учебно-методическое пособие. – Н. Новгород, Нижегородский госуниверситет, 2010. – 44с.
- [45] G. Burkard, D. Loss, and D. P. DiVincenzo, “Coupled quantum dots as quantum gates”, Physical Review B, 1999, V.59, p.2070.
- [46] Х.-Ю. Штокман, *Квантовый хаос: введение* (пер. с англ. А.И. Малышева под ред. В.Я. Демиховского), М., Физматлит, 2004. – 376с.
- [47] V.Ya. Demikhovskii, F.M. Izrailev, and A.I. Malyshev, “Quantum Arnold’s diffusion in a simple nonlinear system”, Physical Review E, 2002, V.66, p.036211.
- [48] L.E. Reichl and W.M. Zheng, “Field-induced barrier penetration in the quartic potential”, Physical Review A, 1984, V.29, p.2186.
- [49] W.A. Lin and L.E. Ballentine, “Quantum tunneling and regular and irregular quantum dynamics of a driven double-well oscillator”, Physical Review A, 1992, V.45, p.3637.
- [50] L.E. Ballentine, “Quantum-to classical limit in a Hamiltonian system”, Physical Review A, 2004, V.70, p.032111.
- [51] P. Stano and J. Fabian, “Spin-orbit effects in single-electron states in coupled quantum dots”, Physical Review B, 2005, V.72, p.155410.
- [52] C.L. Romano, P.I. Tamborenea, and S.E. Ulloa, “Spin relaxation rates in quasi-one-dimensional coupled quantum dots”, Physical Review B, 2006, V.74, p.155433.
- [53] E.I. Rashba and A.L. Efros, “Orbital Mechanisms of Electron-Spin Manipulation by an Electric Field”, Physical Review Letters, 2003, V.91, p.126405; E.I. Rashba, “Theory of electric dipole spin resonance in quantum dots: Mean field theory with Gaussian fluctuations and beyond”, Physical Review B, 2008, V.78, p.195302.
- [54] K.C. Nowack, F.H.L. Koppens, Yu.V. Nazarov, L.M.K. Vandersypen, “Coherent Control of a Single Electron Spin with Electric Fields”, Science, 2007, V.318, p.1430.

- [55] S. Nadj-Perge, S.M. Frolov, E.P.A.M. Bakkers, and L.P. Kouwenhoven, “Spin-orbit qubit in a semiconductor nanowire”, E-print: [xxx.lanl.gov/1011.0064](http://xxx.lanl.gov/1011.0064) (2010).
- [56] D.V. Khomitsky and E.Ya. Sherman, “Nonlinear spin-charge dynamics in a driven double quantum dot”, *Physical Review B*, 2009, V.79, p.245321.
- [57] D.V. Khomitsky and E.Ya. Sherman, “Pulse-pumped double quantum dot with spin-orbit coupling”, *Europhysics Letters*, 2010, V.90, p.27010.

## Содержание

Предисловие.....	3
Введение.....	5
Глава 1. Квантовые состояния в двумерном электронном газе со спин-орбитальным взаимодействием.....	12
1.1. Различные вклады в спин-орбитальное взаимодействие.....	12
1.2. Нахождение энергии и собственных функций.....	13
1.3. Структура энергетического спектра и спиновой поляризации.....	15
Вопросы и задачи к главе 1.....	20
Глава 2. Квантовые состояния и спиновая поляризация в сверхрешётке со спин-орбитальным взаимодействием.....	21
2.1. Энергетический спектр и блоховские спиноры.....	21
2.2. Симметрия волновых функций и спиновая чётность.....	26
2.3. Спиновая поляризация в зоне Бриллюэна.....	27
2.4. Квантовые состояния в системе с модуляцией параметра Рашба и постоянным параметром Дрессельхауза.....	28
Вопросы и задачи к главе 2.....	32
Глава 3. Поведение спиновой плотности при рассеянии на пространственных неоднородных потенциалах.....	33
3.1. Рассеяние на пространственном скачке параметров спин-орбитального взаимодействия. Постановка задачи .....	33
3.2. Уравнения задачи рассеяния.....	34
3.3. Угловые зависимости интенсивностей в прошедшей волне.....	36
3.4. Задача о распределении спиновой плотности при рассеянии на сверхрешётке со спин-орбитальным взаимодействием .....	38
Вопросы и задачи к главе 3.....	42
Глава 4. Управление спиновыми текстурами с помощью постоянного тока.....	43
4.1. Расчёт функции распределения для спинорных квантовых состояний в постоянном электрическом поле.....	44
4.2. Генерация и управление спиновой плотностью при протекании электрического тока в сверхрешётке со спин-орбитальным взаимодействием.....	47
Вопросы и задачи к главе 4.....	51

Глава 5. Магнитооптические свойства сверхрешёток со спин-орбитальным взаимодействием.....	52
5.1. Генерация неравновесной спиновой плотности в сверхрешётке при воздействии электромагнитным излучением.....	52
5.2. Двумерная сверхрешётка в магнитном поле: расчёт углов вращения Керра, Фарадея, и индуцированной спиновой плотности.....	57
Вопросы и задачи к главе 5.....	63
Глава 6. Пространственная и спиновая динамика в двойной квантовой яме со спин-орбитальным взаимодействием .....	64
6.1. Квазиклассическое описание связанной динамики заряда и спина.....	66
6.2. Квантовые состояния и динамика в импульсном электрическом поле в двойной квантовой яме со спин-орбитальным взаимодействием.....	73
6.3. Управление динамикой заряда и спина внешним периодическим электрическим полем в двойной квантовой яме со спин-орбитальным взаимодействием.....	80
6.4. Методы теории Флоке для исследования периодической динамики.....	81
6.5. Управление осцилляциями Раби.....	83
Вопросы и задачи к главе 6.....	86
Заключение .....	87
Литература.....	88