

## Демоверсия экзамена “Математические методы в физике”

Ответом к заданиям 1-15 является целое число или десятичная дробь. Единицы изменений писать не нужно.

1. Вычислите  $7\frac{9}{13} : \frac{5}{13}$

Ответ \_\_\_\_\_

2. Найдите значение выражения  $x + \sqrt{x^2 + 24x + 144}$  при  $x \leq 12$

Ответ \_\_\_\_\_

3. Вычислите  $\frac{{}^{28}\sqrt{3} \cdot {}^{21}\sqrt{3}}{{}^{12}\sqrt{3}}$

Ответ \_\_\_\_\_

4. Вычислите  $0,75^{\frac{1}{8}} \cdot 4^{\frac{1}{4}} \cdot 12^{\frac{7}{8}}$

Ответ \_\_\_\_\_

5. Вычислите  $\frac{\log_2 80}{3 + \log_2 10}$

Ответ \_\_\_\_\_

6. Вычислите  $\frac{13 \sin 152^\circ}{\cos 76^\circ \cdot \cos 14^\circ}$

Ответ \_\_\_\_\_

7. Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$  и  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

Ответ \_\_\_\_\_

8. Решите уравнение  $\sqrt{30 - x} = -x$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите больший из них.

Ответ \_\_\_\_\_

9. Первые два часа автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующий час – со скоростью 100 км/ч, а затем два часа – со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ \_\_\_\_\_

10. Материальная точка движется прямолинейно по закону:  $x(t) = -t^3 + 9t^2 - 7t + 6$ , где  $x$  – расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  – время в секундах, измеренное с начала движения. Найти ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени  $t = 3$  с.

11. Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,93. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Ответ \_\_\_\_\_

12. В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет  $R_1 = 88$  Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление  $R_2$  этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями  $R_1$  Ом и  $R_2$  Ом их общее сопротивление вычисляется по формуле  $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$  (Ом), а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 24 Ом. Ответ выразите в Омах.

Ответ \_\_\_\_\_

13. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  – высота,  $AC = 25$ ,  $AH = 20$ . Найдите  $\cos B$ .

Ответ \_\_\_\_\_

14. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $BD_1 = 5$ ;  $CC_1 = 3$ ;  $B_1 C_1 = \sqrt{7}$ . Найти длину ребра  $AB$ .

Ответ \_\_\_\_\_

15. В цилиндрический сосуд налили  $2000 \text{ см}^3$  воды. Уровень воды при этом достигает высоты 12 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 9 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .

Ответ \_\_\_\_\_

При выполнении заданий 16-20 требуется записать полное решение и ответ.

16. Решить уравнение  $\sqrt{2} \cos^2 x = \sin \left( x + \frac{\pi}{2} \right)$ .

17. Решить неравенство  $\frac{(x^2 - 10x + 21)(x^2 - 6x - 7)}{(x^2 + 5x + 6)(x^2 - 4)} \leq 0$ .

18. Решить неравенство  $|2x - 1| < 3$ .

19. Решить систему уравнений  $\begin{cases} 2x + y = 3, \\ 5x - 4y = 1 \end{cases}$ .

20. Найти все значения  $a$ , при которых уравнение  $(x - 1) \arccos a = 0$  имеет единственное решение.