

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ В ФОРМЕ ТЕСТА  
(ДЕМОНСТРАЦИОННАЯ ВЕРСИЯ)**

I. БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

1) Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми:

$$\begin{cases} y = x - x^2, \\ y = x\sqrt{1-x}. \end{cases}$$

Вопросы:

• [Тип: числовой ответ] введите абсциссы пересечения кривых (по возрастанию):  $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  
 $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

• [Тип: выбор верного варианта] каким из следующих интегралов выражается искомая площадь?

$\int_{x_1}^{x_2} (x - x^2) dx$

$\int_{x_1}^{x_2} x\sqrt{1-x} dx$

$\int_{x_1}^{x_2} ((x - x^2) - x\sqrt{1-x}) dx$

$\int_{x_1}^{x_2} (x\sqrt{1-x} - (x - x^2)) dx$

• [Тип: числовой ответ] Введите значение площади в виде десятичной дроби:  $\underline{\hspace{2cm}}$

2) Найти размерность и базис пространства решений системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_4 = 0, \\ -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ 7x_1 - 3x_2 - 4x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$

• [Тип: эссе (письменный ответ в текстовом редакторе)]

3) Гуляя по парку, Августин и Бореслава молчали и, чтобы сгладить неловкость, подбирали прямолинейные палочки-веточки и ломали их в случайных местах на три части. С какой вероятностью и Августин из своих трех кусочков, и Бореслава из своих трех кусочков, смогут сложить каждый по треугольнику (обломки используются на полную длину)?

• [Тип: эссе (письменный ответ в текстовом редакторе)]

II. ПОВЫШЕННЫЙ УРОВЕНЬ

4) Дана матрица  $A(M_1, N_1)$  и матрица  $B(M_2, N_2)$ , элементы которых частично совпадают. Под совпадением понимается, что элементы левого верхнего угла второй матрицы  $B(i, j)$  ( $0 \leq i \leq k_1, 0 \leq j < k_2$ ) совпадают с элементами правого нижнего угла первой матрицы  $A(i, j)$  ( $t_1 \leq i < M_1, t_2 \leq j < N_1$ ). Иными словами, матрицы частично «перекрываются». Написать функцию, получающую матрицы  $A$  и  $B$ , формирующую и возвращающую матрицу  $(M_3, N_3)$ , получающуюся «дописыванием» к матрице  $A$  несовпадающей с ней части матрицы  $B$ .

- [Тип: эссе (письменный ответ в текстовом редакторе)]

5) Найти глобальное решение и вектор множителей Лагранжа в задаче математического программирования

$$\begin{aligned}(x_1 - 1)^2 + x_2^2 + (x_3 - 2)^2 &\rightarrow \min, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 &\leq 0, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 &= -6.\end{aligned}$$

- [Тип: эссе (письменный ответ в текстовом редакторе)] Напишите вид функции Лагранжа
- [Тип: эссе (письменный ответ в текстовом редакторе)] Напишите вид множителей Лагранжа
- [Тип: числовой ответ] Введите координаты вектора глобального решения:  $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $x_3 = \underline{\hspace{2cm}}$

6) Исследовать на устойчивость нулевое решение системы:

$$\begin{cases} \dot{x} = \sqrt{4 + 4y} - 2e^{x+y}, \\ \dot{y} = \sin ax + \ln(1 - 4y), \end{cases} \quad a = \text{const}$$

- [Тип: эссе (письменный ответ в текстовом редакторе)]

7) На поверхности:  $\vec{r} = \{u \cos v, u \sin v, av\}$ ,  $a = \text{const}$  найти линии, которые в каждой точке делят пополам углы между координатными линиями.

- [Тип: эссе (письменный ответ в текстовом редакторе)]

8) Выберите верные утверждения: . . .

- [Тип: множественный выбор] Сформулированы 5 определений и утверждений из области механики, проверяющие наличие у студента базовых знаний для обучения в магистратуре по соответствующему направлению

### Общий комментарий

Билет состоит из 8 практических заданий (3 задания базового уровня и 5 задания повышенного уровня). Задания базового уровня являются обязательными, задания повышенного уровня – не обязательными. Решение выбранных заданий оценивается по 100-бальной шкале: каждое задание дает до 20 баллов. Итоговая оценка формируется суммированием баллов за три базовых задания и за первые два задания решенных повышенного уровня.

Для ответа в виде эссе при записи формул достаточно использовать буквы латинского алфавита (например, переменная  $x_2$  может записываться как x2), знаки арифметических действий +, -, \* (умножение), / (деление), скобок, значка ^ для возведения в степень.