

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского»**

ПРОГРАММА

**вступительного экзамена в магистратуру института
информационных технологий, математики и механики**

Директор ИИТММ, профессор, д.ф.-м.н.

Николай Юрьевич Золотых

НИЖНИЙ НОВГОРОД
2023 г.

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

Математический анализ

Пределы последовательностей и функций. Первый и второй замечательные пределы и следствия из них. Эквивалентные бесконечно-малые величины. Раскрытие основных неопределенностей, правила Лопиталя.

Непрерывность функций одной и нескольких переменных (в точке, на множестве). Совокупная и покоординатная непрерывность. Теоремы о непрерывных функциях.

Производная и дифференциал функции одной переменной. Критерий дифференцируемости функции.

Дифференцируемость функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциал функции. Производная по направлению.

Необходимые и достаточные условия локального экстремума функции нескольких переменных. Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод неопределенных множителей Лагранжа.

Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица неопределенных интегралов для элементарных функций.

Основные приемы интегрирования функций (метод замены переменной, метод интегрирования по частям, метод разложения на элементарные дроби).

Определенный интеграл и его свойства.

Вычисление площадей плоских областей и объемов тел. Длина плоской кривой в различных координатах.

Основные теоремы для криволинейных и поверхностных интегралов. Формулы Грина, Остроградского-Гаусса, Стокса.

Степенные ряды. Разложение функций в степенные ряды. Функциональные ряды, Ряд и интеграл Фурье.

Алгебра и геометрия

Понятие алгебраической системы. Полугруппы, группы, кольца и поля. Гомоморфизмы и изоморфизмы алгебраических систем.

Линейные векторные пространства. Линейная независимость систем векторов. Ранг систем векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в базисе, изменение координат при изменении базиса.

Детерминант матрицы, его свойства и способы вычисления. Матричные операции. Кольцо квадратных матриц. Способы обращения матриц. Теорема о ранге произведения матриц.

Системы линейных алгебраических уравнений. Правило Крамера, метод Гаусса, условие совместности и разрешимости. Представление общего решения в виде линейного многообразия.

Линейные преобразования конечномерного линейного векторного пространства и их матричное представление. Собственные числа и векторы линейного преобразования, методы их вычисления. Отношение подобия матриц. Диагонализируемые матрицы.

Билинейные и квадратичные формы и их матричное представление. Каноническое представление положительно определенной квадратичной формы.

Евклидовы и унитарные пространства. Процесс ортогонализации системы векторов. Аффинная и ортогональная классификация кривых и поверхностей второго порядка.

Дифференциальные уравнения

Дифференциальные уравнения первого порядка. Приемы интегрирования простейших дифференциальных уравнений (уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли, в полных дифференциалах и приводимые к ним, уравнения Лагранжа и Клеро).

Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков и методы их решения.

Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и методы их решения.

Устойчивость решений дифференциальных уравнений. Теоремы Ляпунова об устойчивости, неустойчивости, устойчивости по первому приближению.

Автономные динамические системы 2-го порядка. Состояния равновесия, их тип и характер устойчивости. Фазовый портрет.

ПОВЫШЕННЫЙ УРОВЕНЬ

Дискретная математика

Основные понятия теории множеств. Алгебра множеств. Бинарные отношения и их свойства. Отношения эквивалентности и порядка и их свойства.

Понятие мощности множества. Основные комбинаторные конфигурации и подсчёт их количества. Принцип включений-исключений.

Основные понятия теории графов. Способы представления графов. Метрические характеристики графов. Важнейшие классы графов (деревья, двудольные графы, планарные графы). Теоремы Кёнига и Понтрягина-Куратовского.

Логические функции и способы их представления (таблицы, формулы, схемы). ДНФ, КНФ, Полином Жегалкина. Суперпозиция функций и замыкание множества функций. Полные системы функций. Теорема сведения. Критерий Поста. Предполные классы. Базисы.

Постановка задачи оптимального кодирования. Сведение общей задачи оптимального кодирования к задаче построения оптимального префиксного кода. Алгоритм Хаффмана.

Методы программирования

Системы программирования. Библиотеки программ. Визуальный подход к разработке программ. Интегрированные среды разработки программ (на примере конкретной системы – Microsoft Visual Studio, Borland C++ или Borland Pascal). Основные функции интегрированной среды. Средства для отладки программ.

Стандартные типы данных и их внешнее и внутреннее представление в памяти ЭВМ. Структурированные типы данных (массивы, множества, структуры/записи, перечисления, объединения).

Базовые элементы структурного программирования – составные операторы, циклы, условные операторы, операторы выбора (переключатели). Внутренние и внешние процедуры (функции). Элементы модульного программирования. Работа с библиотеками программ (модулей).

Основные понятия объектно-ориентированного программирования. Объявление класса и разграничение уровней доступа к данным и процедурам. Конструкторы и деструкторы. Переопределение функций и операций. Наследование.

Понятие структуры данных. Примеры линейных структур. Динамические структуры данных. Примеры и способы их реализации.

Статическое и динамическое распределение памяти. Языковые средства управления динамическим распределением памяти. Управление свободной памятью при использовании сцепления (списки).

Управление распределением памяти. Локальные и глобальные переменные. Области видимости и время жизни переменных. Статическое и динамическое распределение памяти. Указатели.

Организация доступа по имени (таблицы). Способы организации таблиц. Оценка эффективности.

Методы работы с внешней памятью. Файлы. Языковые средства для работы с файлами (открытие/закрытие, чтение/запись, перемещение указателя).

Методы вычислений

Аппроксимация функций. Методы приближенного вычисления функций (интерполяция, сплайн-интерполяция, наилучшие приближения).

Численное дифференцирование и интегрирование. Численные методы решения задач линейной алгебры (решение систем линейных уравнений, методы отыскания собственных значений). Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (методы типа Рунге-Кутты). Численные методы интегрирования непрерывных функций.

Теория вероятностей и математическая статистика

Основные этапы построения вероятностной модели статистически устойчивого эксперимента. Различные подходы к определению вероятности. Условная вероятность. Теоремы о вероятностях (сложения, умножения, полной вероятности).

Случайные одномерные величины, функции распределения. Классификация случайных величин. Числовые характеристики случайных величин. Типовые законы распределения случайных величин.

Случайные многомерные величины, многомерные законы распределения. Ковариация случайных величин и коэффициент корреляции.

Неравенство Чебышева, закон больших чисел и предельные теоремы для сумм независимых случайных величин.

Основные понятия математической статистики и выборочные характеристики. Оценивание математического ожидания, дисперсии, вероятности, статистическая функция распределения. Свойства статистических оценок. Методы получения точечных оценок параметров распределений. Проверка простой гипотезы согласия с использованием критерия «хи-квадрат».

Методы оптимизации

Линейное программирование, симплекс метод и варианты его конкретизации, теорема двойственности.

Задачи динамического программирования. Метод рекуррентных уравнений Беллмана.

Условия оптимальности в гладких выпуклых задачах математического программирования. Теоремы Лагранжа, Каруша-Куна-Таккера.

Дифференциальная геометрия и топология

Теория кривых и поверхностей. Кривизна и кручение гладкой кривой, формулы Френе. Первая и вторая квадратичные формы поверхности, теорема Менье о кривизне кривой на поверхности, главные кривизны, гауссова и средняя кривизны.

Элементы топологии. Определение топологического пространства, подпространство, непрерывные отображения, теорема Вейерштрасса о непрерывной функции на компактном множестве, произведение топологических пространств. Дифференцируемые многообразия, топологические многообразия, классификация двумерных замкнутых поверхностей.

Теоретическая механика

Теоремы об изменении и законы сохранения импульса, кинетического момента и кинетической энергии системы. Теорема об изменении момента количества движения системы материальных точек. Теорема об изменении кинетической энергии системы материальных точек.

Идеальные связи. Уравнения Лагранжа в обобщенных координатах.

Плоское движение твердого тела. Скорость точек плоской фигуры. Мгновенный центр вращения. Ускорение точек плоской фигуры. Мгновенный центр ускорений. Устойчивость по Ляпунову. Теоремы об устойчивости и неустойчивости по первому приближению. Малые колебания механических систем. Уравнения возмущенного движения. Характеристический определитель. Теорема Ляпунова об устойчивости и неустойчивости по первому приближению.