

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный  
Университет им. Н.И. Лобачевского»

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ  
В МАГИСТРАТУРУ ИНСТИТУТА  
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ**

Нижний Новгород  
2024 г.

## 1. ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ

**Цель** вступительных испытаний - выявление уровня компетентности абитуриента в области высшей математики, кибернетики и механики.

Вступительное испытание по математике проводится в **письменной форме** (возможен **дистанционный формат**). Задания представляют собой блок задач по различным дисциплинам.

Часть 1 включает 3 задачи базового уровня в форме открытого теста. В каждой задаче необходимо дать один или несколько числовых ответов или выбрать ответы из нескольких вариантов. Часть 2 содержит 5 задач повышенной сложности, требующих развёрнутого ответа. Из 5 задач второй части абитуриент должен выбрать и решить не более 2.

**Продолжительность** вступительного испытания составляет 3 астрономических часа.

## 2. ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Программа составлена на базе образовательного минимума содержания ФГОС по направлениям «Математика», «Прикладная математика и информатика», «Механика и математическое моделирование», «Фундаментальная информатика и информационные технологии», «Прикладная информатика», «Программная инженерия», включая дисциплины из обязательной части образовательных программ.

### *Математический анализ*

Пределы последовательностей и функций. Первый и второй замечательные пределы и следствия из них. Эквивалентные бесконечно-малые величины. Раскрытие основных неопределенностей, правила Лопитала.

Непрерывность функций одной и нескольких переменных (в точке, на множестве). Совокупная и покоординатная непрерывность. Теоремы о непрерывных функциях.

Производная и дифференциал функции одной переменной. Критерий дифференцируемости функции.

Дифференцируемость функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциал функции. Производная по направлению.

Необходимые и достаточные условия локального экстремума функции нескольких переменных. Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод неопределенных множителей Лагранжа.

Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица неопределенных интегралов для элементарных функций.

Основные приемы интегрирования функций (метод замены переменной, метод интегрирования по частям, метод разложения на элементарные дроби).

Определенный интеграл и его свойства.

Вычисление площадей плоских областей и объемов тел. Длина плоской кривой в различных координатах.

Основные теоремы для криволинейных и поверхностных интегралов. Формулы Грина, Остроградского- Гаусса, Стокса.

Степенные ряды. Разложение функций в степенные ряды. Функциональные ряды, Ряд и интеграл Фурье.

### *Алгебра и геометрия*

Понятие алгебраической системы. Полугруппы, группы, кольца и поля. Гомоморфизмы и изоморфизмы алгебраических систем.

Линейные векторные пространства. Линейная независимость систем векторов. Ранг систем векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в базисе, изменение координат при изменении базиса.

Детерминант матрицы, его свойства и способы вычисления. Матричные операции. Кольцо квадратных матриц. Способы обращения матриц. Теорема о ранге произведения матриц.

Системы линейных алгебраических уравнений. Правило Крамера, метод Гаусса, условие совместности и разрешимости. Представление общего решения в виде линейного многообразия.

Линейные преобразования конечномерного линейного векторного пространства и их матричное представление. Собственные числа и векторы линейного преобразования, методы их вычисления. Отношение подобия матриц. Диагонализируемые матрицы.

Билинейные и квадратичные формы и их матричное представление. Каноническое представление положительно определенной квадратичной формы.

Евклидовы и унитарные пространства. Процесс ортогонализации системы векторов. Аффинная и ортогональная классификация кривых и поверхностей второго порядка.

### ***Дифференциальные уравнения***

Дифференциальные уравнения первого порядка. Приемы интегрирования простейших дифференциальных уравнений (уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли, в полных дифференциалах и приводимые к ним, уравнения Лагранжа и Клеро).

Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков и методы их решения.

Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и методы их решения.

Устойчивость решений дифференциальных уравнений. Теоремы Ляпунова об устойчивости, неустойчивости, устойчивости по первому приближению.

Автономные динамические системы 2-го порядка. Состояния равновесия, их тип и характер устойчивости. Фазовый портрет.

### ***Дискретная математика***

Основные понятия теории множеств. Алгебра множеств. Бинарные отношения и их свойства. Отношения эквивалентности и порядка и их свойства.

Понятие мощности множества. Основные комбинаторные конфигурации и подсчёт их количества. Принцип включений-исключений.

Основные понятия теории графов. Способы представления графов. Метрические характеристики графов. Важнейшие классы графов (деревья, двудольные графы, планарные графы). Теоремы Кёнига и Понтрягина-Куратовского.

Логические функции и способы их представления (таблицы, формулы, схемы). ДНФ, КНФ, Полином Жегалкина. Суперпозиция функций и замыкание множества функций. Полные системы функций. Теорема сведения. Критерий Поста. Предполные классы. Базисы.

Постановка задачи оптимального кодирования. Сведение общей задачи оптимального кодирования к задаче построения оптимального префиксного кода. Алгоритм Хаффмана.

### ***Методы программирования***

Системы программирования. Библиотеки программ. Визуальный подход к разработке программ. Интегрированные среды разработки программ (на примере конкретной системы – Microsoft Visual Studio, Borland C++ или Borland Pascal). Основные функции интегрированной среды. Средства для отладки программ.

Стандартные типы данных и их внешнее и внутреннее представление в памяти ЭВМ. Структурированные типы данных (массивы, множества, структуры/записи, перечисления, объединения).

Базовые элементы структурного программирования – составные операторы, циклы, условные операторы, операторы выбора (переключатели). Внутренние и внешние процедуры (функции). Элементы модульного программирования. Работа с библиотеками программ (модулей).

Основные понятия объектно-ориентированного программирования. Объявление класса и разграничение уровней доступа к данным и процедурам. Конструкторы и деструкторы. Переопределение функций и операций. Наследование.

Понятие структуры данных. Примеры линейных структур. Динамические структуры данных. Примеры и способы их реализации.

Статическое и динамическое распределение памяти. Языковые средства управления динамическим распределением памяти. Управление свободной памятью при использовании сцепления (списки).

Управление распределением памяти. Локальные и глобальные переменные. Области видимости и время жизни переменных. Статическое и динамическое распределение памяти. Указатели.

Организация доступа по имени (таблицы). Способы организации таблиц. Оценка эффективности.

Методы работы с внешней памятью. Файлы. Языковые средства для работы с файлами (открытие/закрытие, чтение/запись, перемещение указателя).

### ***Методы вычислений***

Аппроксимация функций. Методы приближенного вычисления функций (интерполяция, сплайн-интерполяция, наилучшие приближения).

Численное дифференцирование и интегрирование. Численные методы решения задач линейной алгебры (решение систем линейных уравнений, методы отыскания собственных значений). Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (методы типа Рунге-Кутты). Численные методы интегрирования непрерывных функций.

### ***Теория вероятностей и математическая статистика***

Основные этапы построения вероятностной модели статистически устойчивого эксперимента. Различные подходы к определению вероятности. Условная вероятность. Теоремы о вероятностях (сложения, умножения, полной вероятности).

Случайные одномерные величины, функции распределения. Классификация случайных величин. Числовые характеристики случайных величин. Типовые законы распределения случайных величин.

Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание, условное математическое ожидание, дисперсия, мода, медиана.

Случайные многомерные величины, многомерные законы распределения, условные законы распределения. Ковариация случайных величин и коэффициент корреляции.

Неравенство Чебышева, закон больших чисел и предельные теоремы для сумм независимых случайных величин.

Основные понятия математической статистики и выборочные характеристики. Оценивание математического ожидания, дисперсии, вероятности, статистическая функция распределения. Свойства статистических оценок. Методы получения точечных оценок параметров распределений. Проверка простой гипотезы согласия с использованием критерия «хи-квадрат».

### ***Методы оптимизации***

Линейное программирование, симплекс метод и варианты его конкретизации, теорема двойственности.

Задачи динамического программирования. Метод рекуррентных уравнений Беллмана.

Условия оптимальности в гладких выпуклых задачах математического программирования. Теоремы Лагранжа, Каруша-Куна-Таккера.

### ***Дифференциальная геометрия и топология***

Теория кривых и поверхностей. Кривизна и кручение гладкой кривой, формулы Френе. Первая и вторая квадратичные формы поверхности, теорема Менье о кривизне кривой на поверхности, главные кривизны, гауссова и средняя кривизны.

Элементы топологии. Определение топологического пространства, подпространство, непрерывные отображения, теорема Вейерштрасса о непрерывной функции на компактном множестве, произведение топологических пространств. Дифференцируемые многообразия, топологические многообразия, классификация двумерных замкнутых поверхностей.

## ***Теоретическая механика***

Теоремы об изменении и законы сохранения импульса, кинетического момента и кинетической энергии системы.

Плоскопараллельное движение твёрдого тела. Скорость и ускорение точек плоской фигуры. Движение точки в центральном поле сил.

Уравнения Лагранжа-2го рода в обобщённых координатах. Вариационный принцип Гамильтона-Остроградского. Канонические уравнения движения – уравнение Гамильтона.

Малые колебания механических систем. Теоремы об устойчивости и неустойчивости движения по первому приближению. Резонанс.

### **3. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ**

**Часть 1** включает 3 задачи. Каждая из них может содержать несколько (до 5) вопросов в форме теста (выбор из нескольких вариантов ответов, один из которых верный) или открытого теста (необходимо вписать ответ, как правило, числовой). Вопросы могут оцениваться в разное число баллов, при этом сумма баллов по каждой задаче равна 20.

**Максимальное число баллов** за все задания части 60.

**Часть 2** содержит 5 заданий, из которых нужно решить 2 на выбор. Решение каждого из выбранных заданий даёт до 20 баллов. В случае, если решено более 2 задач повышенного уровня, если нужные задачи явно не указаны абитуриентом, проверяются те, номера которых идут раньше; решение остальных задач не оценивается. Критерии оценивания зависят от дисциплины, которой соответствует данная задача:

#### ***Математический анализ, Алгебра и геометрия, Дифференциальные уравнения, Методы оптимизации, Методы вычислений***

Задача содержит от 2 до 5 вопросов. Оценивается полное решение. Сумма баллов по всем вопросам 20 (от 4 до 10 за каждый вопрос). За арифметические ошибки ставится не более половины от максимального числа баллов.

#### ***Методы программирования***

Задача состоит в написании алгоритма и кода, реализующего данный алгоритм на одном из языков программирования: C, C++, C#, Java.

20 баллов: представлена программа, реализующая корректный и эффективный алгоритм решения поставленной задачи, отсутствуют существенные алгоритмические и синтаксические ошибки.

18-19 баллов: представлена программа, реализующая корректный и эффективный алгоритм решения поставленной задачи, допущены алгоритмические и/или синтаксические ошибки, которые могли бы быть исправлены автором при отладке программы.

15-18 баллов: представлена программа, использующая корректный алгоритм решения поставленной задачи, но реализованный неэффективным образом, допущены алгоритмические и/или синтаксические ошибки, которые могли бы быть исправлены автором при отладке программы.

10-15 баллов: алгоритм решения задачи представлен, но программный код реализован не полностью, или в представленном коде присутствуют существенные алгоритмические и/или синтаксические ошибки.

5-10 баллов: представлен алгоритм решения задачи, но программный код не приведен, или приведен с принципиальными ошибками.

0-5 баллов: представленный алгоритм и/или программный код не является решением предложенной задачи.

### ***Теория вероятностей и математическая статистика***

Задача содержит два или три вопроса. Оценивается полное решение. В схеме двух вопросов максимально 10 баллов за первый вопрос и 10 баллов за второй вопрос. В схеме трех вопросов максимально 10 баллов за первый вопрос, 6 баллов за второй вопрос, 4 балла за третий вопрос. За ошибки и неверные утверждения в решении, за неполное решение итоговые баллы уменьшаются. Если представлен только ответ, без решения, то выставляется не больше двух баллов за один ответ.

### ***Дискретная математика***

Задача содержит 4 или 5 вопросов. Оценивается полное решение. Сумма баллов по всем вопросам 20 (от 3 до 10 за отдельный вопрос). За ошибки в обосновании или за неполное решение итоговые баллы уменьшаются. За ошибку в ответе без обоснования (в том числе, если оно не требуется) за вопрос ставится 0 баллов. За недочёты в *рисунках* графов при верном решении баллы не снижаются.

### ***Дифференциальная геометрия и топология***

Задача содержит 1 или 2 вопроса. Оценивается полное решение. В схеме двух вопросов максимально 10 баллов за каждый вопрос. За ошибки в вычислениях ставится не более половины от максимального числа баллов. За ошибки в обосновании или за неполное решение итоговые баллы уменьшаются.

### ***Теоретическая механика***

Задача содержит 3 или 4 вопроса. Оценивается полное решение. Сумма баллов по всем вопросам 20 (от 4 до 7 за каждый вопрос).

**Максимальное число баллов** за все задания части 40.

**Максимальное количество баллов за всю работу** – 100.

**Минимальное количество баллов**, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания – 39.

## **4. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1. Ильин В. А. Основы математического анализа : учебник / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. — 6-е изд., стер. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. — 645 с.
2. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Том 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. Учебник. - 3-е изд., перераб. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 400 с.
3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учеб.пособие. М.: АСТ Астрель, 2010.- 558 с.
4. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учеб. для студентов вузов. - Изд. 12-е, испр. - М. : Физматлит, 2009. - 312 с. - ISBN 978-5-9221- 0979-6 : 305.00., 19 экз.
5. Курош А. Г. Курс высшей алгебры : учебник для вузов / Курош А. Г. - 24-е изд., стер. - СанктПетербург : Лань, 2023. - 432 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-46865-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=863501&idb=0> (дата обращения: 22.04.2024).
6. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре : учебное пособие для вузов / Беклемишева Л. А., Беклемишев Д. В., Петрович А. Ю., Чубаров И. А.; - 10-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 496 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-

5-507-48139-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=867154&idb=0>  
(дата обращения: 22.04.2024).

7. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре / Проскуряков И. В. - 16-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 476 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-9039-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=781523&idb=0> (дата обращения: 22.04.2024).

8. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. - М. ; Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2003. - 176 с. - (R&C Dynamics). - ISBN 5-93972-008-0 : 64.35., 201 экз.

9. Бибииков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений / Бибииков Ю. Н. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 304 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-1176-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=799724&idb=0> (дата обращения: 22.04.2024).

10. Степанов Вячеслав Васильевич. Курс дифференциальных уравнений : учебник. - 8-е изд., стер. - М. : Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1959. - 468 с. : ил. - 23.00.

11. Эльсгольц Лев Эрнестович. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление : учебник. - 5-е изд. - М. : Эдиториал УРСС, 2002. - 320 с. - ISBN 5-354-00135-8 : 117.00.

12. Алексеев Владимир Евгеньевич. Дискретная математика : учебное пособие / В. Е. Алексеев ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2017. - 139 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=823847&idb=0> (дата обращения: 22.04.2024).

13. Яблонский Сергей Всеволодович. Введение в дискретную математику : [учеб. пособие для вузов по специальности "Прикладная математика"]. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1986. - 384 с. : ил. - 0.95.

14. Алексеев Владимир Евгеньевич. Сборник задач по дискретной математике : учебно-методическое пособие / В. Е. Алексеев, Л. Г. Киселева, Т. Г. Смирнова ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2012. - 80 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=851232&idb=0> (дата обращения: 22.04.2024).

15. Сборник задач по дискретной математике : практикум. Ч. 2 / В. Е. Алексеев, Д. В. Захарова, Д. Б. Мокеев, Т. Г. Смирнова ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2023. - 46 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=877236&idb=0> (дата обращения: 22.04.2024).

16. Конова Е. А. Алгоритмы и программы. Язык C++ : учебное пособие для вузов / Конова Е. А., Поллак Г. А.; Конова Е. А. - 7-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 384 с. - Допущено УМО по образованию в области прикладной информатики в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся по направлению «Прикладная информатика». - Книга из коллекции Лань - Информатика. - ISBN 978-5-507-46070-0 - URL: <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=859169&idb=0> (дата обращения: 22.04.2024).

17. Воронцова И. О. Программирование на языке высокого уровня C/C++ : учебное пособие / Воронцова И. О., Груздева Л. А., Губанова Т. В. - Санкт-Петербург : СПбГУТ им. М.А. Бонч-Бруевича, 2010. - 111 с. - Книга из коллекции СПбГУТ им. М.А. Бонч-Бруевича - Информатика. URL: <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=888171&idb=0> (дата обращения: 22.04.2024).

18. Федоткин М.А. Модели в теории вероятностей. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. 608 с. <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=700568&idb=0> (дата обращения: 22.04.2024).
19. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М.: Эдиториал УРСС, 2001. - 320 с. <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=51516&idb=0> (дата обращения: 22.04.2024).
20. Зубков А.М. Севастьянов Б.А. Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей. СПб.: Лань, 2022.. - 2022. - 320 с. <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=781610&idb=0> (дата обращения: 22.04.2024).
21. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М - Численные методы: учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. вузов. - М.: Бином. Лаборатория знаний, 2003.- 632 с.
22. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука, 1989.
23. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. М.: Наука. 1988 (215).
24. Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации. М.: Наука. 1984 (160).
25. Сумин В.И. Симплекс-метод решения задач линейного программирования. Методическая разработка по курсу "Методы оптимизации". - Горький: Изд-во ГГУ, 1989
26. Погорелов А. В. Дифференциальная геометрия. – 1974. <https://archive.org/download/B-001-014-363/B-001-014-363.pdf> (дата обращения: 22.04.2024).
27. Мищенко А.С., Соловьев Ю.П., Фоменко А.Т. - Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии. - М.: Изд-во МГУ, 1981. - 183 с.
28. Журавлев В.Ф. Основы классической механики. М. Физматлит, 2001. 320 с.
29. Бугаенко Г.А., Маланин В.В., Яковлев В.И. Основы классической механики. М. Высшая школа, 1999. 306 с.
30. Мещерский И.В. Задачи по теоретической механике. С-Петербург. Изд-во «Лань», 1998.448 с.
31. Пятницкий Е.С., Трухан Н.М., Ханукаев Ю.И., Яковенко Е.Н. Сборник задач по аналитической механике. М. Наука, 1980. 320 с.