

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского»**

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

ПО ПРЕДМЕТУ

АЛГЕБРА, ГЕОМЕТРИЯ И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

**НИЖНИЙ НОВГОРОД
2022 г.**

На вступительном испытании по математике поступающий в высшее учебное заведение должен показать:

- четкое знание математических определений и теорем, предусмотренных программой, умение применять их с достаточным обоснованием при решении задач;
- умение точно и сжато выражать математическую мысль, используя соответствующую символику;
- уверенное владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой, умение использовать их при решении задач.

Настоящая программа по математике для поступающих в высшие учебные заведения в 2022 году состоит из двух разделов. В первом разделе перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть поступающий на экзамене, указаны основные формулы и теоремы, которые необходимо знать.

Во втором разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего на испытании, проводимом в письменной форме.

Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют курсу математики среднего профессионального образования по специальностям «09.02.01 Компьютерные системы и комплексы» и «09.02.07 Информационные системы и программирование». Поступающий может пользоваться всем арсеналом средств из этого курса. Однако для решения задач достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в рамках курса математики среднего профессионального образования, также могут использоваться поступающим, но при условии, что он способен их пояснить и доказывать.

В связи с обилием учебников и регулярным их переизданием отдельные утверждения первого раздела могут в некоторых учебниках называться иначе, чем в программе, или формулироваться в виде задач, или вовсе отсутствовать. Такие случаи не освобождают поступающего от необходимости знать эти утверждения.

1. ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФАКТЫ

Арифметика, алгебра и начала анализа

1. Натуральные числа (N). Делимость. Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное.
2. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
3. Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.
4. Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей. Рациональные и иррациональные числа. Проценты. Сравнение действительных чисел.
5. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.
6. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения. Равенства и тождества.
7. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень. Свойства арифметических корней n -й степени. Степень с действительным показателем.
8. Одночлен и многочлен. Многочлен от одной переменной. Алгебра многочленов.
9. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, множество значений функции.
10. График функции. Возрастание и убывание функции, периодичность, четность и нечетность. Наибольшее и наименьшее значение функции.
11. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл. Производная суммы, произведения и частного двух функций. Уравнение касательной к графику функции. Производные функций $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$; $y = \operatorname{ctg} x$; $y = x^a$ ($a \in R$); $y = a^x$; $y = \ln x$.
12. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.
13. Определение, основные свойства и графики функций: линейной $y = ax + b$, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^b$, гиперболы $y = a/x$, показательной $y = a^x$ ($a > 0$), логарифмической $y = \log_a x$, тригонометрических функций ($y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$), арифметического корня $y = \sqrt[n]{x}$. График функции $y = a|x|$.
14. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях. Решение линейных и квадратных уравнений и уравнений, приводящихся к квадратным.

Формула корней квадратного уравнения. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители. Теорема Виета.

15. Неравенства. Свойства неравенств. Доказательство неравенств. Понятие о равносильных неравенствах. Метод интервалов.

16. Системы уравнений и неравенств. Равносильность систем. Решение систем уравнений и систем неравенств.

17. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n -го члена и сумма первых n членов арифметической прогрессии. Формула n -го члена и сумма первых n членов геометрической прогрессии.

18. Логарифмы. Свойства логарифмов. Уравнения и неравенства, содержащие показательные и логарифмические функции.

19. Тригонометрические функции. Зависимость между функциями одного и того же аргумента. Формулы приведения. Синус и косинус суммы (разности) двух аргументов. Тригонометрические функции двойного и половинного аргументов. Преобразование в произведение сумм $\sin \alpha \pm \sin \beta$, $\cos \alpha \pm \cos \beta$. Преобразование произведения $\cos \alpha \cdot \cos \beta$, $\sin \alpha \cdot \sin \beta$, $\cos \alpha \cdot \sin \beta$ в суммы.

20. Решение уравнений $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$ и уравнений, к ним приводящихся. Простейшие тригонометрические неравенства.

21. Определение комплексного числа. Формы записи комплексных чисел. Геометрическое изображение комплексных чисел.

22. Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Правила вычисления неопределенных интегралов. Таблица интегралов.

23. Понятие определенного интеграла. Физический смысл определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Классы интегрируемых функций.

Геометрия

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые. Признаки параллельности прямых. Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.

2. Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразование подобия и его свойства.

3. Векторы. Операции над векторами.

4. Вычисление скалярного, смешанного, векторного произведения векторов.

5. Приложения скалярного, смешанного, векторного произведения векторов.

6. Многоугольник. Его вершины, стороны, диагонали.

7. Треугольник. Его медианы, биссектрисы, высоты. Их свойства. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Свойства равнобедренного треугольника. Сумма углов треугольника. Признаки подобия треугольников. Теорема Пифагора.

8. Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника. Признаки параллелограмма.

9. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Центральные и вписанные углы, их измерение. Касательная и секущая к окружности, их свойства. Свойства хорд окружностей. Угол между хордами. Угол между касательной и хордой, проведенной через точку касания.

10. Окружности, описанные около треугольника и вписанные в него. Существование окружностей, описанных около четырехугольника или вписанных в него.

11. Формула площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

12. Длина окружности и длина дуги окружности. Градусная и радианная мера углов и дуг окружностей. Площадь круга и площадь сектора. Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.

13. Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

14. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости. Признак параллельности плоскостей.

15. Параллельность прямой и плоскости. Признак параллельности прямой и плоскости.

16. Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости. Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.

15. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей. Теорема о перпендикулярности двух плоскостей.

16. Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.

17. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

18. Формула площади поверхности и объема параллелепипеда.

19. Формула площади поверхности и объема призмы.

20. Формула площади поверхности и объема пирамиды.

21. Формула площади поверхности и объема цилиндра.

22. Формула площади поверхности и объема конуса.

23. Формула площади поверхности сферы.

24. Формула объема шара.

2. ТРЕБОВАНИЯ К ПОСТУПАЮЩЕМУ

На испытании по математике поступающий должен уметь:

1. Выполнять (без калькулятора) действия над числами, заданными в виде десятичных или обыкновенных дробей, с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений; выполнять действия над числовыми выражениями; при необходимости можно пользоваться калькуляторами для производства вспомогательных вычислений, но не как способом доказательства; преобразовывать буквенные выражения; переводить одни единицы измерения величин в другие.
2. Сравнивать числа (без калькулятора); проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции; доказывать тождества и неравенства для буквенных выражений.
3. Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним, решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени приводящиеся к ним (в том числе с параметрами) и исследовать их решения. Сюда, в частности, относятся некоторые алгебраические уравнения и неравенства высших степеней, иррациональные уравнения и неравенства, простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
4. Исследовать функции; строить графики функций и множества точек на координатной плоскости, заданные уравнениями и неравенствами. Пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремум и при построении графиков функций.
5. Изображать геометрические фигуры на чертеже; делать дополнительные построения; строить сечения; исследовать взаимное расположение фигур; применять признаки равенства, подобия фигур и их принадлежности к тому или иному виду.
6. Пользоваться свойствами чисел, векторов, функций и их графиков, свойствами арифметической и геометрической прогрессий.
7. Пользоваться свойствами геометрических фигур, их характерных точек, линий и частей, свойствами равенства, подобия и взаимного расположения фигур.
8. Пользоваться соотношениями и формулами, содержащими модули, степени, корни, логарифмические, тригонометрические выражения, величины углов, длины, площади, объемы.
9. Составлять уравнения, системы, неравенства, исходя из условия задач; решать задачи на составление уравнений и находить значения величин исходя из условия задачи.
10. Проводить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число, скалярное, векторное, смешанное произведение), пользоваться свойствами этих операций.
11. Вычислять производные, применять при решении задач геометрический и физический смысл производной; составлять уравнение касательной к графику функции; находить точки экстремума.

12. Вычислять неопределенный и определенный интегралы, применять при решении задач физический и геометрический смысл определенного интеграла.
13. Производить действия с комплексными числами.
14. Излагать и оформлять решение логически правильно, полно и последовательно, с необходимыми пояснениями.

Составитель: доцент _____ Никифорова И.В.