

Суперкомпьютерные параллельные вычисления для задач глобальной оптимизации

Р.Г. СТРОНГИН, В.П. ГЕРГЕЛЬ, В.А. ГРИШАГИН, К.А. БАРКАЛОВ

Кафедра математического обеспечения и суперкомпьютерных технологий
Института информационных технологий, математики и механики ННГУ

1. Научное лидерство Нижегородского университета в области теории и методов глобальной оптимизации

Выбор наилучших решений из множества имеющихся вариантов присущ практически любой области человеческой деятельности. В наиболее трудных ситуациях выбора, когда осуществляется проектирование сложных технических изделий и систем, проблема поиска наилучших решений представляется как *задача глобальной оптимизации*, для которой характерно наличие нескольких противоречивых критериев качества и нелинейных ограничений на допустимость вариантов. Принципиальной особенностью является также наличие множества локально-оптимальных решений, выбор наилучшего варианта среди которых требует анализа всей допустимой области.

В целом, можно заключить, что проблема глобальной оптимизации имеет массовый характер, является актуальной научно-технологической областью, предполагает использование суперкомпьютерных систем нового – эксафлопсного – уровня производительности. Разработанные программные средства решения таких задач могут быть использованы в разных областях приложений науки и техники. Применение таких средств поддержки процессов принятия решения позволит получать новые конкурентоспособные варианты разрабатываемых изделий и систем.

В рамках направления разработаны:

Масштабируемая схема параллельных вычислений, позволяющая в полной мере использовать потенциал современных суперкомпьютерных систем (вплоть до петафлопсного уровня). Разработанный подход включает:

- Схему распараллеливания для вычислительных систем с распределенной памятью на основе применения множественных разверток типа кривых Пеано;
- Асинхронные параллельные алгоритмы глобальной оптимизации для систем с общей разделяемой памятью;
- Многоуровневое управление параллельными вычислениями на основе блочной многошаговой схемы редукции размерности.

Эффективные параллельные алгоритмы глобального поиска, в том числе:

- Способы сведения многомерных задач к решению одномерных задач (редукция размерности) с помощью разверток типа кривых Пеано, передающих свойство близости в многомерном пространстве на одномерные шкалы и нашедших применение в оптимизации, распознавании образов, интегрировании и при создании баз данных;
- Схемы отдельного учета ограничений (без использования штрафов), сокращающие вычислительные затраты и допускающие частичную определенность и вычислимость функционалов, характерную для приложений;

- Способы ускорения сходимости методов глобальной оптимизации путем учета степени регулярности задачи, определяемой на основе введенного понятия ϵ -резервированных решений, а также путем использования адаптивно изменяемого порядка проверки ограничений.

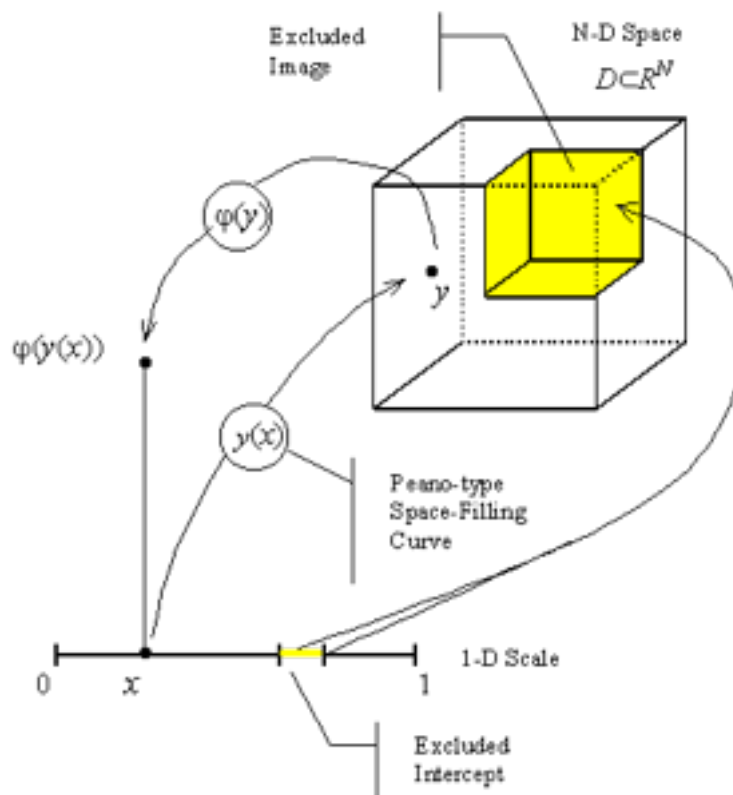


Рисунок 1.

Редукция размерности с помощью кривых Пеано

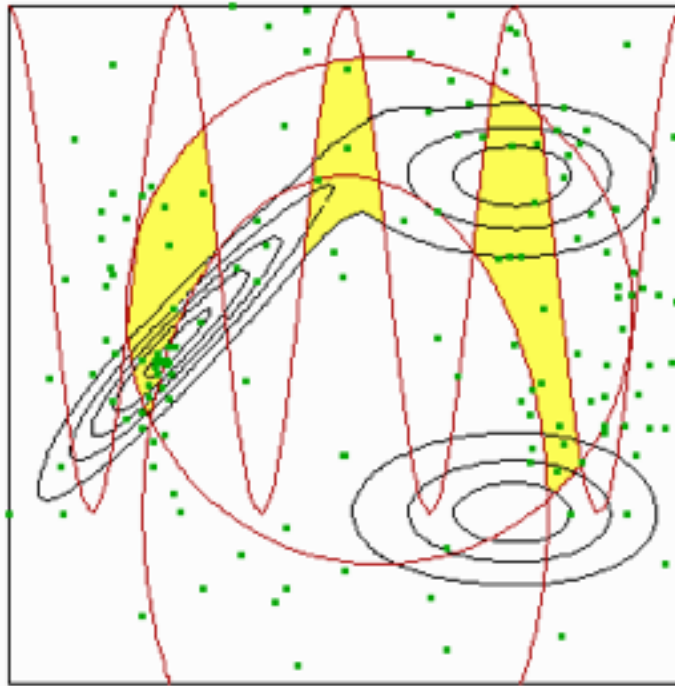


Рисунок 2.

Пример решения задачи глобальной оптимизации

Параллельные программные системы глобальной оптимизации, среди которых:

- Программная система GlobalExpert, предназначенная для решения многомерных многоэкстремальных задач оптимизации со сложными нелинейными ограничениями;
- Программная система «Абсолют», ориентированная на изучение и исследование алгоритмов глобального поиска.

С использованием разработанных в рамках данного направления методов и программных систем выполнено **решение широкого спектра научно-технических задач** из разных областей приложений (проектирование систем цифровой передачи, силовых конструкций, летательных аппаратов, электронной аппаратуры, идентификация моделей в физике, экономике, медицине и др.).

В целом, полученные результаты составляют новое направление в области теории и методов **выбора решений на основе сложных оптимизационных моделей** (многоэкстремальных и многокритериальных с существенно невыпуклыми ограничениями и особенностями). Сформированное направление отличается всесторонним охватом проблемы глобальной оптимизации, воплощено в программных средствах и апробировано на большом числе приложений.

Для подтверждения высокого уровня выполняемых работ можно отметить следующее:

- Разработана признаваемая в стране и за рубежом информационно-статистическая теория глобального поиска.

- Впервые в области глобального поиска предложен подход по редукции размерности с использованием разверток типа кривой Пеано.
- Обоснована многоуровневая алгоритмическая схема для решения существенно многомерных задач глобальной оптимизации, позволяющая эффективно задействовать суперкомпьютерные системы нового поколения (до миллиарда вычислительных ядер).

Результаты получены в рамках ведущей научной школы проф. Р.Г. Стронгина «Модели и методы параллельных вычислений для многопроцессорных систем» (поддержка в рамках программы государственной поддержки ведущих научных школ страны в 2008–2012 гг.).

Для подтверждения практического применения результатов выполненных исследований далее будут рассмотрены примеры решений нескольких научно-технических задач.

2. Оптимизация профиля колеса для рельсовых видов транспорта

Данный пример решения задач глобальной оптимизации получен в рамках совместной научно-исследовательской работы, выполненной ННГУ им. Н.И. Лобачевского и Техническим университетом г. Делфта, Нидерланды (TU Delft).

Постановка задачи. Подробно постановка задачи оптимизации профиля рельсового колеса изложена в работах [1, 2]; здесь приведем лишь краткое описание данной задачи. Поскольку колесо имеет коническую форму, центр колесной пары совершает синусоидальное движение. Данный процесс проиллюстрирован на рисунке 3. Параметры контакта колеса с рельсом, такие как радиус вращения, угол контакта и угол наклона колесной пары, варьируются при поперечном – относительно рельса – смещении колесной пары. Зависимость между этими изменениями и поперечной позицией колесной пары определяется профилем колеса и рельса.

Важной характеристикой контакта колеса и рельса является радиус вращения колеса в контактной точке. Фактически радиус может быть разным для правого и левого колес, так как колесная пара смещается по рельсу (радиусы r_1 и r_2 соответственно на рисунке 4).

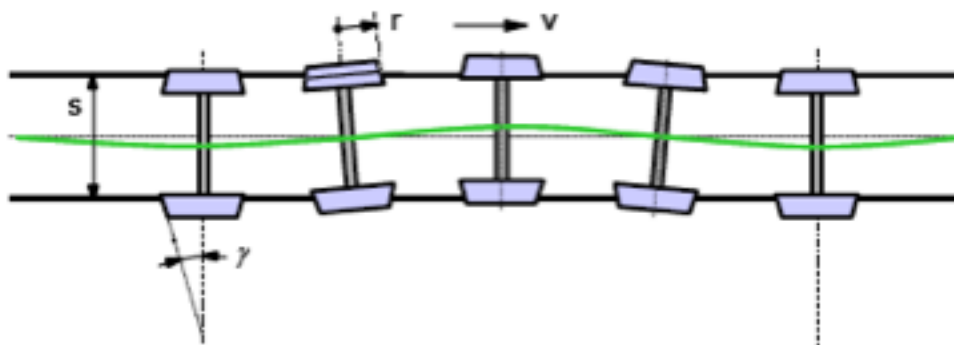


Рисунок 3.
Смещение колесной пары

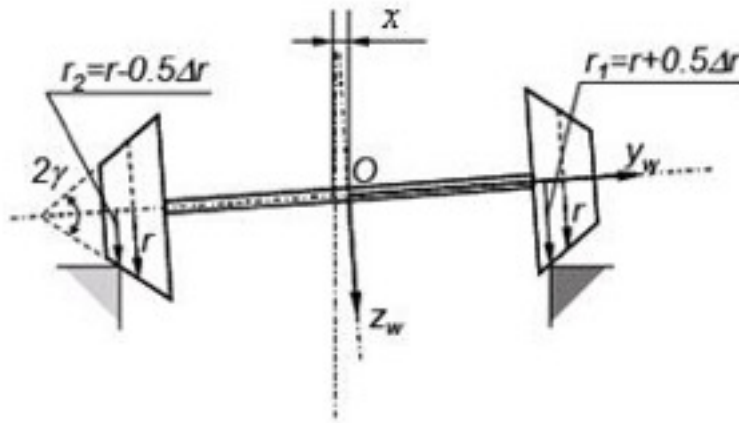


Рисунок 4.
Разница радиусов вращения

Когда колесная пара находится в центральной позиции, радиусы вращения левого и правого колес совпадают, т.е. $r_1 = r_2 = r$. Отличие между радиусами вращения левого и правого колес может быть определено как функция бокового смещения у колесной пары по отношению к ее центральной позиции $\Delta r(x) = r_1(x) - r_2(x)$.

Математическая модель данной задачи, построенная в Техническом университете Делфта, состоит в следующем. Профиль колеса описывается с помощью B-сплайна, для построения которого выбирается множество точек на кромке, основании кромки и поверхности качения колеса (рис. 5). Положение этих точек может варьироваться с целью изменения профиля. Для уменьшения трудоемкости задачи оптимизации положения точек на верхней части кромки и конической части профиля фиксируются, так как эти части колесного профиля не участвуют в контакте с рельсом.

В качестве компонент вектора y параметров задачи оптимизации выбраны ординаты z_i подвижных точек сплайна

$$y = [z_1, \dots, z_N],$$

при этом абсциссы данных точек фиксированы.

В рассматриваемой задаче число подвижных точек, а следовательно, и число переменных, составляет $N = 11$, границы изменения параметров $[-1, 1]$; минимизируется разность радиусов вращения $\Delta r(x)$, а ограничения вводятся из соображений устойчивости (например, одно из ограничений наложено на максимальный угол наклона колесной пары).

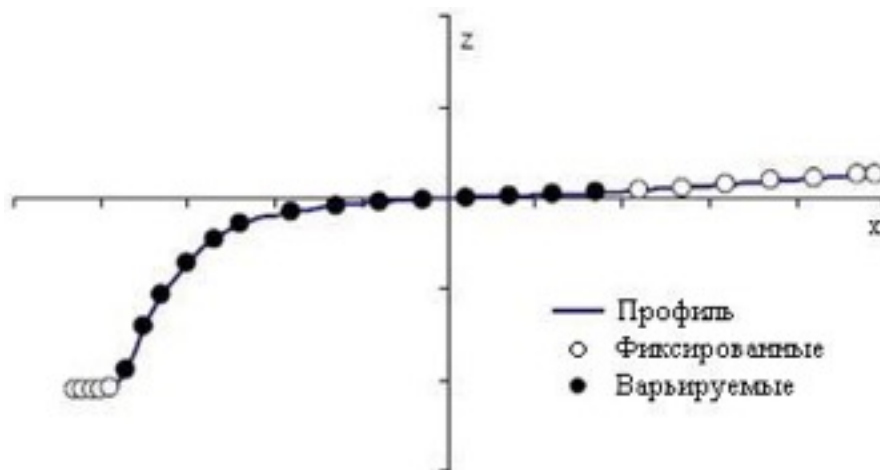


Рисунок 5.
Моделирование профиля колеса

Результаты численных экспериментов. Таким образом, возникает задача оптимизации с числом параметров $N = 11$, числом ограничений $m = 6$, в которой целевая функция и функции ограничений – многоэкстремальные. Для иллюстрации на рисунке 6 приведено одномерное сечение целевой функции.

Ограничения аналитической формы не имеют и заданы в виде вычислительных процедур в пакете MATLAB. Вычисление значений входящих в задачу функций для одного набора значений параметров занимает более 20 секунд (Pentium IV, 3 ГГц).

Итак, задача сформулирована, теперь попробуем оценить, какие ресурсы нужны для ее решения в зависимости от выбранного метода.

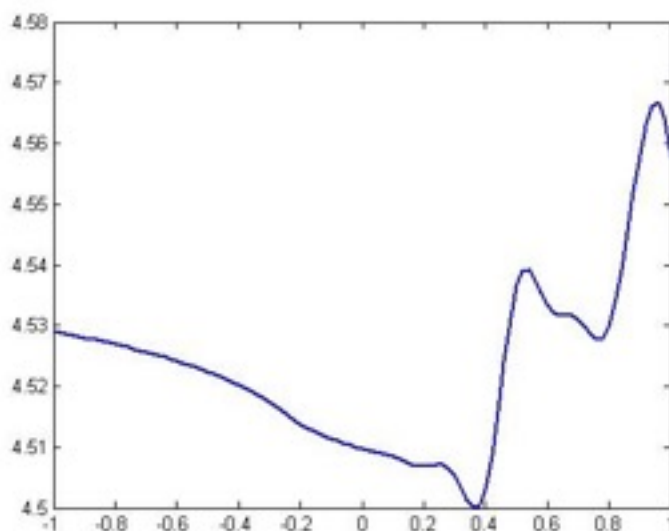


Рисунок 6.
Сечение целевой функции

Если оптимум искать используя полный перебор на сетке выбранной точности, получим следующее. Взяв десять вариантов значения каждого из параметров (на-

помним, всего параметров 11), получим 10^{11} вычислений, что дает порядка 10^{12} секунд, то есть 3 года непрерывного счета на суперкомпьютере с 10 000 процессоров. Таким образом, сложность задачи такова, что параллельные вычисления не только являются необходимыми, но и должны в обязательном порядке дополняться эффективными численными методами решения для получения результата в обозримых временных рамках.

Описанная задача решалась авторами с помощью параллельного индексного метода со сдвиговой множественной разверткой на кластере из 4 компьютеров в Техническом университете г. Делфта. Покоординатная точность поиска решения составляла 1024 точки по каждому параметру. Время поиска оценки оптимума составило 27 часов, при этом значения функций задачи были посчитаны $4297 + 4415 + 4236 + 4266 = 17214$ раз.

Расчеты, проведенные специалистами TU Delft для колеса оптимизированного профиля, показали, что его ресурс возрос до 120 000 км пробега между проведением коррекции профиля (более чем в пять раз по сравнению с колесом оригинального профиля), а максимально допустимая скорость увеличилась с 40 до 60 м/сек.

3. Решение обратной задачи химической кинетики

Данный пример решения задач глобальной оптимизации получен в рамках совместной научно-исследовательской работы, выполненной в ННГУ им. Н.И. Лобачевского и Институте нефтехимии и катализа РАН (ИНК РАН) [3].

Постановка задачи. Построение математических моделей сложных химических реакций предполагает наличие в них неизвестных кинетических параметров (константы скоростей, энергии активации и частота столкновений реагирующих молекул), которые можно найти, решая задачу минимизации отклонения между расчетными данными (*прямая задача*) и данными натуральных экспериментов. Таким образом, возникает задача идентификации математической модели (*обратная задача химической кинетики*), которая в общем случае является задачей глобальной оптимизации.

Многие физико-химические задачи предполагают значительный объем вычислений, обеспечивающих, тем не менее, достаточно низкую точность. Именно к таким задачам относятся обратные задачи химической кинетики, в процессе решения которых требуется решать множество прямых задач – систем дифференциальных и алгебраических уравнений. Для кинетики сложных химических реакций характерно наличие быстро и медленно меняющихся параметров (т. к. стадии реакций протекают с различными скоростями), поэтому решение прямых кинетических задач осложняется жесткостью систем дифференциальных уравнений, описывающих механизмы этих реакций.

Прямая кинетическая задача для изотермической нестационарной модели в закрытой системе представляет собой задачу Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx_i}{dt} = F_i, \quad i = 1..M; \quad F_i = \sum_{j=1}^N S_{ij} w_j;$$

$$w_j = k_j \prod_{i=1}^M (x_i)^{\alpha_{ij}} - k_{-j} \prod_{i=1}^M (x_i)^{\beta_{ij}}$$

с начальными условиями: $t = 0$, $x_i(0) = x_i^0$, где x_i – концентрации веществ (*мольные доли*), участвующих в реакции; M – количество веществ; N – количество стадий; S_{ij} – стехиометрическая матрица; w_j – скорость j -й стадии (1/ч); k_j, k_{-j} – приведенные константы скорости прямой и обратной реакции (1/ч) соответственно; α_{ij} – отрицательные элементы S_{ij} , β_{ij} – положительные элементы S_{ij} .

Поскольку часть констант k_j, k_{-j} , как правило, неизвестна, возникает задача идентификации математической модели или обратная кинетическая задача, которая представляет собой задачу минимизации функции отклонения между расчетными и экспериментальными данными:

$$F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^M |x_{ij}^p - x_{ij}^e| \rightarrow \min,$$

где x_{ij}^p – расчетные значения концентраций наблюдаемых веществ, *мольные доли*; x_{ij}^e – экспериментально полученные значения концентраций наблюдаемых веществ, *мольные доли*;

n – количество точек эксперимента.

Для нахождения энергии активации и частоты столкновений реагирующих в элементарной стадии молекул используется уравнение Аррениуса:

$$k = A e^{-\frac{Ea}{RT}},$$

где k – приведенная константа скорости элементарной стадии, 1/ч; Ea – энергия активации, Дж/моль; R – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К); A – частота столкновений реагирующих молекул; T – температура, К.

Так как при поиске констант скоростей элементарных стадий они могут попасть в область, где система дифференциальных уравнений, описывающая реакцию, может оказаться жесткой, для решения прямой задачи используется метод Мишельсена с автоматическим выбором шага [4]. А поскольку выходные данные модели x_{ij}^p зависят нелинейно от значений констант k_j, k_{-j} , задача минимизации функции отклонения является задачей многоэкстремальной оптимизации.

Результаты численных экспериментов. Традиционно для решения задачи минимизации функции отклонения в ИНК РАН применялись методы, основанные на идеях случайного поиска. При этом характерное время расчетов составляло несколько суток машинного времени. В рамках выполнения совместных исследований ИНК РАН и ННГУ было предложено использовать эффективные параллельные методы глобальной оптимизации, разработанные в Нижегородском университете.

Для применения новой методики идентификации была выбрана математическая модель реакции каталитического карбоалюминирования олефинов и ацетиленов с помощью триалкилаланов в присутствии комплексов переходных металлов. Эта реакция получила применение в лабораторной практике ИНК РАН как эффективный способ построения новых Me-C (метил – углерод), Et-C (этил – углерод) и C-C (углерод – углерод) связей [5]. В ИНК РАН были выполнены натурные эксперименты по проведению реакции каталитического карбоалюминирования олефинов и ацетиленов при различных температурах и фиксированных начальных концентрациях. В ходе эксперимента наблюдались концентрации пяти веществ и выдавались их процентные соотношения.

Для математического описания реакции в ИНК РАН был предложен ряд схем (содержащих параметры, которые требуется идентифицировать), описывающих реакции каталитического карбоалюминирования олефинов и ацетиленов. В качестве приоритетной задачи идентификации неизвестных параметров требовалось определить константы скоростей элементарных стадий для предложенных схем реакции при различных температурах, а также найти энергии активации элементарных стадий при различных катализаторах. Подробно указанные схемы и задача идентификации описаны в [3]. Здесь же отметим, что возникающая при этом задача минимизации зависит от 10 параметров и является безусловной (функциональные ограничения отсутствуют); вычисление значения функции в первой точке требует порядка 3 секунд машинного времени (Intel Xeon 3.2 GHz). Целевая функция является многоэкстремальной, что подтверждается ее двумерным сечением, приведенным на рисунке 7.

В результате расчетов были получены оценки констант скоростей элементарных стадий для 10- и 12-стадийных схем реакции карбоалюминирования в присутствии катализатора Cr_2ZrCl_2 . Значение минимизируемой функции в полученной точке составило $F = 3,040$. Достичь значения функции, близкого к нулю, не удалось, поскольку данные натуральных экспериментов содержали погрешности. Тем не менее модель, идентифицированная с помощью параллельного метода глобальной оптимизации, позволяет получать хорошее согласование расчетных и экспериментальных данных. В качестве иллюстрации на рис. 8 представлены графики сопоставления расчетных и экспериментальных концентраций различных веществ, участвующих в реакции.

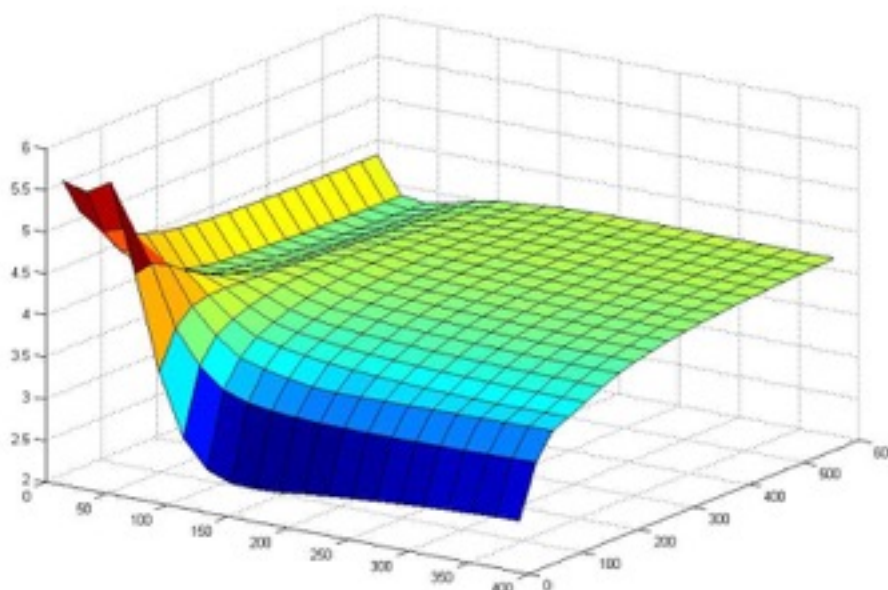


Рисунок 7.
Двумерное сечение целевой функции

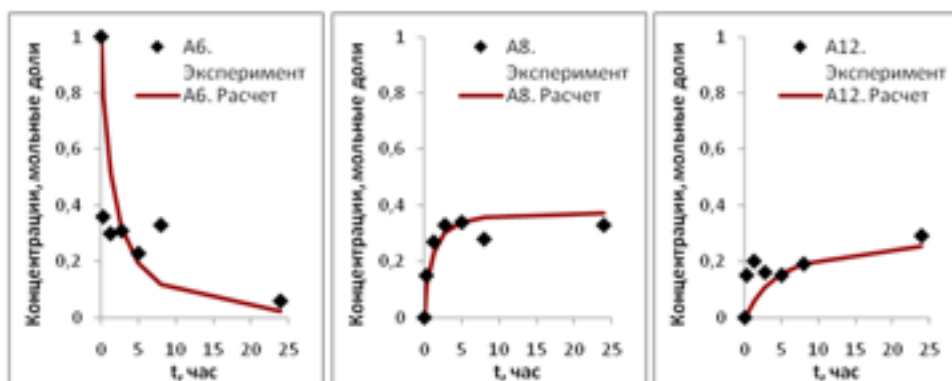


Рисунок 8.

Сопоставление расчетных и экспериментальных данных

4. Идентификация динамической балансовой нормативной модели региональной экономики

Данный пример решения задач глобальной оптимизации получен в рамках совместной научно-исследовательской работы, выполненной коллективом исследователей из ННГУ им. Н.И. Лобачевского и ВЦ им. А.А. Дородницына РАН [6].

Постановка задачи. Объектом исследования является региональная экономика (области, края, республики и т.п.). Для математического описания экономических процессов, происходящих на уровне одного региона страны, ВЦ РАН предложена динамическая балансовая нормативная модель экономики [7]. Данная модель является общей, при этом она содержит значительное число параметров, зависящих от конкретного региона. Найти эти параметры (*идентифицировать модель*) можно, решив задачу минимизации отклонения между расчетными временными рядами макроэкономических показателей и соответствующими им статистическими историческими данными. Функции, входящие в постановку задачи, являются нелинейными, следовательно, задача идентификации математической модели экономики является задачей глобальной оптимизации.

Идентифицированную модель можно использовать для проверки тех или иных сценариев возможного развития экономики региона на основе численных экспериментов с моделью. Выводы и предсказания, полученные с помощью идентифицированной математической модели, в принципе, могут быть экспериментально опровергнуты. Это позволяет в дальнейшем корректировать модель и на постоянно совершенствующейся модели получать более обоснованные прогнозы.

Задача идентификации представленной здесь многосекторной модели региональной экономики решается на данных по Нижегородской области. Как уже было отмечено, нормативные модели содержат большое число неизвестных параметров (нормативов распределения продуктов и нормативов распределения финансовых средств). Для их идентификации предлагается использовать эффективные параллельные методы глобальной оптимизации, рассматриваемые в данной работе. Использование данных алгоритмов на суперкомпьютерных системах позволяет повысить уровень сложности математических моделей региональной экономики, выраженный числом независимых параметров. Проведение сценарных расчетов на основе идентифицированных моделей региональной экономики даст возможность более

точного прогнозирования экономических последствий тех или иных стратегических решений.

Описание модели региональной экономики. Экономику Нижегородской области можно агрегировать в три основных сектора, примерно равной мощности:

1) Отрасли инфраструктуры, производства и распределения сырья (сельское хозяйство, электроэнергетика, строительство, транспорт, госуправление, образование, здравоохранение);

2) Обрабатывающие отрасли (машиностроение и металлообработка, химическая и нефтехимическая промышленность, топливная промышленность, черная и цветная металлургия, промышленность строительных материалов, лесная, деревообрабатывающая и целлюлозно-бумажная, легкая, пищевая, химико-фармацевтическая, микробиологическая, мукомольно-крупяная и комбикормовая, полиграфическая промышленность, научный комплекс);

3) Отрасли услуг (торговля, операции с недвижимым имуществом, финансовая деятельность, предоставление услуг).

При построении модели выделим следующих экономических агентов:

- правительство области;
- производители в лице трех выделенных секторов;
- банковская система;
- домашние хозяйства области;
- внешние потребители и поставщики.

Несмотря на отсутствие на территории Нижегородской области богатых природных ресурсов, она является одним из наиболее развитых в промышленном отношении регионов Российской Федерации. Основу промышленности Нижегородской области составляют обрабатывающие отрасли, мощный военно-промышленный комплекс; хорошо развит фундаментальный научный комплекс. Здесь имеются хорошие возможности для развития наукоемких производств и инновационных отраслей.

В качестве основы при построении математической модели экономики региона был использован трехсекторный вариант модели общего равновесия с запасами продуктов, факторов производства и денег при налогообложении и наличии теневого оборота [8].

Напомним, что производители в модели экономики Нижегородской области представлены тремя секторами: (1) инфраструктурный комплекс (X), (2) комплекс обрабатывающих отраслей (Y), (3) комплекс отраслей услуг, торговли, недвижимости, финансов (Z). Производители (секторы региональной экономики X , Y , Z), используют в производстве труд, капитал и промежуточную продукцию смежных секторов. Производители поставляют продукцию на внутренние рынки и внешний рынок. Домашние хозяйства L предлагают труд и потребляют конечную продукцию. Торговый посредник T занят перераспределением материальных и финансовых потоков. Банковская система B выдает кредиты производителям с целью извлечения банковской прибыли. Правительство региона G собирает налоги с производителей и домашних хозяйств и регулирует расходы бюджета. Считается, что свои цены формируются на каждом рынке каждой продукции и изменение цен обратно пропорционально изменению запасов соответствующих продуктов.

Для учета теневого оборота предполагается, что произведенный продукт производители делят на открытый и теневой, последний не облагается налогами. В результате у производителя оказывается два вида денег – «белые» и «черные». «Черные»

деньги могут отмываться, а их запас подвергается штрафным санкциям. У потребителя все деньги считаются «белыми», а свой доход потребитель делит по заданным нормам потребления легальных и теневых продуктов всех секторов. Производственные секторы $m = X, Y, Z$ платят налог на прибыль n_1 , налог на добавленную стоимость n_2 , акцизы на валовой выпуск n_3^m , единый социальный налог на фонд заработной платы n_4 , таможенные платежи на экспорт n_5 . Домашние хозяйства L в модели оплачивают таможенные платежи с импорта n_6 , подоходный налог с зарплаты n_7 .

Показатели и параметры модели снабжены верхними и нижними индексами, причем верхние индексы используются для агентов, а нижние для благ. Распределение запаса каждого блага производится по нормативу: a_i^{nm} – доля запаса блага i , идущая от агента n к агенту m . Распределение денег производится также по некоторому нормативу: b_i^{nm} – доля запаса денег агента m , идущая агенту n за продукт i . Коэффициенты фондоемкости также задаются нормативами: c_i^m – норма затрат продукта i на создание единицы фондообразующего продукта агента m .

Идентификация параметров проводилась на сравнении выходных временных рядов переменных модели с доступными статистическими временными рядами 2000–2008 гг. В качестве критерия близости расчетного и статистического временных рядов использовался индекс несовпадения Тэйла, который вычисляется в соответствии с формулой

$$U = \frac{\sqrt{\sum (x_i - y_i)^2}}{\sqrt{\sum x_i^2} + \sqrt{\sum y_i^2}};$$

чем ближе он к нулю, тем ближе сравниваемые ряды.

Результаты численных экспериментов. Подробное описание построенной модели выходит за рамки данной работы, дополнительная информация может быть получена в [6]. Здесь же отметим, что возникающая в процессе идентификации задача глобальной оптимизации имеет 60 независимых параметров, 86 нелинейных ограничений и многоэкстремальную целевую функцию. В качестве иллюстрации на рис. 9 приведено двумерное сечение функции, подтверждающее ее существенную многоэкстремальность.

Данная задача была решена на кластере ННГУ им. Н.И. Лобачевского с помощью параллельного индексного метода с вращаемой разверткой (использовалось 8 процессоров). Оценка оптимума была получена после 300 000 итераций, время получения оценки составило 26 минут, общее время счета – 3 часа.

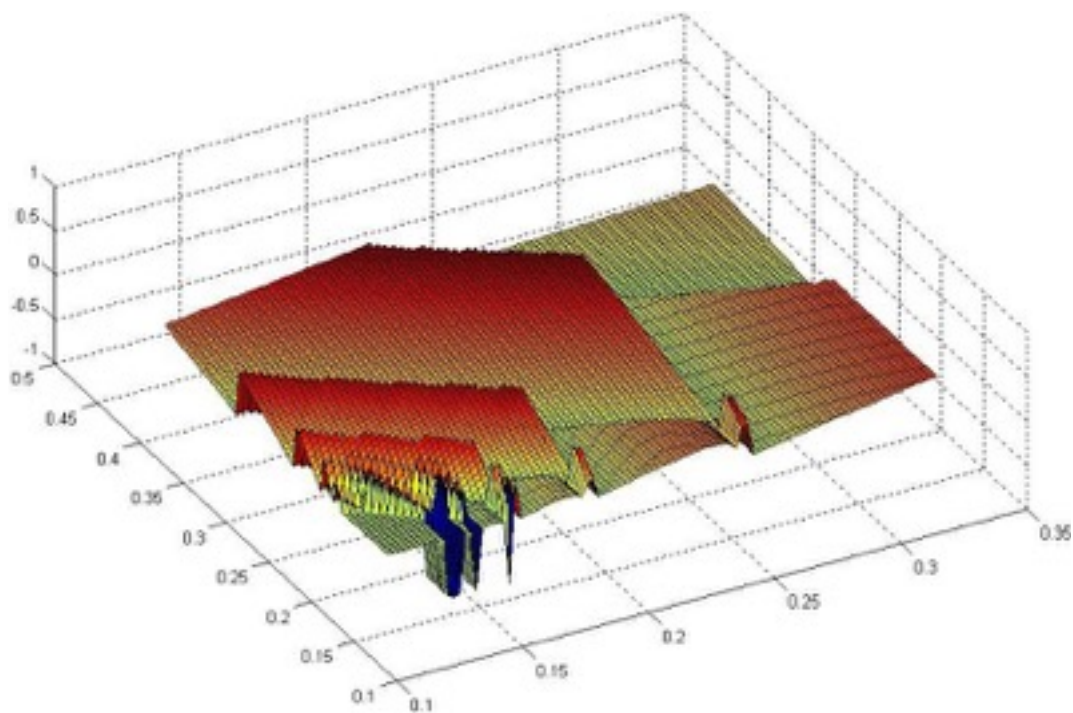


Рисунок 9.
Двумерное сечение целевой функции

С помощью идентифицированной математической модели Нижегородской области в ВЦ РАН были проведены сценарные расчеты, отражающие динамику экономических показателей региона при различной экономической политике (пессимистический, базовый и оптимистический сценарии).

Литература

1. Shevtsov I.Y., Markine V.L., Esveld C. Optimal design of wheel profile for railway vehicles // Proceedings 6th International Conference on Contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems, Gothenburg, Sweden, June 10–13, 2003. P. 231–236.

2. Shevtsov I.Y., Markine V.L., Esveld C. An inverse shape design method for railway wheel profiles // Structural and Multidisciplinary Optimization. Volume 33, № 3. Springer Berlin/Heidelberg, 2007. P. 243–253.

3. Губайдуллин И.М., Рябов В.В., Тихонова М.В. Применение индексного метода глобальной оптимизации при решении обратных задач химической кинетики // Вычислительные методы и программирование: новые вычислительные технологии. 2011. Т. 12. № 1. С. 137–145.

4. Тихонова М.В., Губайдуллин И.М., Спивак С.И. Численное решение прямой кинетиче-

ской задачи методами Розенброка и Мишельсена для жестких систем дифференциальных уравнений // Ж. Средневолжского математического общества. 2010. Т. 12. № 2. С. 26–33.

Т. 12. № 2. С. 26–33.

5. Parfenova L.V., Gabdrakhmanov V.Z., Khalilov L.M., Dzhemilev U.M. On study of chemoselectivity of reaction of trialkylalanes with alkenes, catalyzed with Zr π -complexes // Journal of Organometallic Chemistry. 2009. V. 694. № 23. P. 3725–3731.

6. Гергель В.П., Горбачев В.А., Оленев Н.Н., Рябов В.В., Сидоров С.В. Параллельные методы глобальной оптимизации в идентификации динамической балансовой нормативной модели региональной экономики // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. 2011. № 25 (242). С. 4–15.

7. Оленев Н.Н., Автухович Э.В., Гуриев С.М., Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А., Чуканов С.В. Математическая модель экономики переходного периода. М.: Вычислительный центр РАН, 1999.

8. Оленев Н.Н. Модель оценки инновационного потенциала региональной экономики // Экономика депрессивных регионов: Проблемы и перспективы развития региональных экономик: Труды международной научно-практической конференции / Под ред. Беляева В.И., Дубины И.Н., Мамченко О.П. Барнаул: Изд-во Алтайского гос. ун-та, 2007. С. 178–188.

